



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI
ȘI PROTECȚIEI SOCIALE
AMFOSDRU



Fondul Social European
POSDRU 2007-2013



Instrumente Structurale
2007-2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
CERCETĂRII
TINERETULUI
ȘI SPORTULUI
OIPOSDRU



**UNIVERSITATEA “DUNĂREA DE JOS” DIN GALAȚI
FACULTATEA DE ARHITECTURĂ NAVALĂ**

Ing. NICOLETA-GABRIELA RODICICHIN

TEZĂ DE DOCTORAT

**CONTRIBUȚII PRIVIND EXTINDEREA TEORIEI STRATULUI
LIMITĂ DE LA PLACA PLANĂ LA O SUPRAFAȚĂ CURBĂ, CU
APLICAȚII LA NAVE**

Rezumat

Conducător științific:
Prof. dr. ing. VIOREL ANDREI

Lucrare finanțată în cadrul proiectului POSDRU EFICIENT 88/1.5/SID-61445 2009-2012

**GALAȚI
2012**

CUPRINS

1. Introducere.....	3
1.1. Obiectivele tezei și justificarea alegerii temei.....	3
1.2. Scurt istoric al evoluției teoriei stratului limită și calculului rezistenței de frecare.....	5
2. Stadiul actual privind modalitățile de calcul al rezistenței de frecare a unei carene.....	7
2.1. Calculul rezistenței de frecare a plăcii plane folosind teoria stratului limită.....	7
2.2. Calculul rezistenței de frecare prin metoda ITTC.....	9
2.3. Determinarea rezistenței de frecare a unei carene prin metode CFD.....	10
3. Extinderea teoriei stratului limită de la placa plană la o suprafață curbă.....	11
3.1. Utilizarea metodei lui Kármán pentru determinarea câmpului cvasi-plan de viteze în jurul unei carene.....	11
3.2. O modalitate de extindere a teoriei stratului limită de la placa plană la o suprafață curbă.....	15
3.3. Modelul cvasi-plan de calcul al rezistenței de frecare a unei carene.....	18
3.4. Concluzii și observații finale.....	24
4. Program de calcul al rezistenței de frecare a unei carene.....	25
4.1. Obiectivele programului de calcul.....	25
4.2. Algoritmul de soluționare a modelului matematic privind calculul rezistenței de frecare a unei carene.....	26
4.3. Concluzii.....	26
5. Validarea rezultatelor obținute cu ajutorul programului de calcul al rezistenței de frecare a unei carene.....	28
5.1. Calculul rezistenței de frecare a unei carene cu ajutorul programului Karman-Flow.....	28
5.2. Calculul rezistenței de frecare a unei carene prin metoda ITTC.....	35
5.3. Calculul rezistenței de frecare a unei carene cu ajutorul programului ShipFlow.....	36
5.4. Compararea rezultatelor.....	38
5.5. Concluzii.....	40
6. Contribuții personale și în colaborare. Concluzii.....	41
Referințe (extras).....	43

CAPITOLUL 1

INTRODUCERE

1.1 OBIECTIVELE TEZEI ȘI JUSTIFICAREA ALEGERII TEMEI

Rezultatele cercetărilor teoretice și experimentale din domeniul hidrodinamicii navale privind calitățile de marș ale navei sunt dintre cele mai remarcabile în ultimii ani. La obținerea acestora au contribuit, prin studiile lor, iluștri mecanicieni fluidiști, oferind modele matematice și informații valoroase pe care, mai apoi, cercetătorii din domeniul naval le-au aplicat în rezolvarea diverselor probleme de hidrodinamică.

În timpul marșului, în vecinătatea suprafeței corpului navei există un strat de fluid în care viteza particulelor sale prezintă o variație rapidă de la valoarea nulă la o valoare maximă v , numit strat limită, strat marginal sau strat de frecare. Acesta poate fi clasificat, în funcție de natura regimului de mișcare din interiorul lui în [Andrei, 2010], [Carafoli, 1981], [Constantinescu et al, 1983], [Florea et al, 1979], [Gheorghiuță, 1973], [Ionescu et al, 1983], [Ionescu 2004], [Panaitescu, 1990], [Schlichting, 2000], [Vasilescu, 1962], [White, 2000]:

- strat limită laminar;
- strat limită mixt;
- strat limită turbulent.

O consecință importantă a fenomenelor fizice care se dezvoltă în stratul limită o reprezintă rezistența de frecare a navei [Obreja, 2005].

Rezistența de frecare reprezintă rezultanta forțelor de frecare care acționează asupra corpului unei nave ce se deplasează în mediul fluid și care se opun mișcării acesteia. O asemenea rezultantă este funcție de [Andrei, 2010], [Molland et al, 2000], [Obreja, 2005]:

- mărimea suprafeței udate;
- rugozitatea suprafeței corpului;
- vâscozitatea apei;
- natura mișcării fluidului în interiorul stratului limită.

Pentru a putea vorbi despre rezistența de frecare este necesar să se evidențieze locul pe care aceasta îl ocupă ca și componentă a rezistenței la înaintare a unei nave.

Figura 1.1 prezintă componentele rezistenței la înaintare precum și legăturile rezistenței de frecare cu aceste componente, în conformitate cu metodologia de calcul aplicată în prezent de către majoritatea cercetătorilor în domeniul hidrodinamicii navale [Bertram, 2002], [Obreja et al, 2003], [Obreja, 2005].

Pe treapta I este reprezentată descompunerea componentelor în ipoteza Froude. Rezistența de frecare a plăcii plane echivalente este dată de diferența dintre rezistența totală și rezistența reziduă. Din figură se observă că rezistența reziduă înglobează efectul de formă al rezistenței de frecare, care, dacă este adăugat rezistenței de frecare a plăcii plane echivalente,

rezultă rezistența de frecare a carenei navei, R_F din treapta II a figurii, dependentă de vâscozitatea fluidului. Tot pe treapta II se observă că rezistența la înaintare este alcătuită din rezistența de frecare a carenei și rezistența de presiune. Pe treapta III, conform ipotezei lui Hughes, rezistența de frecare a carenei, însumată cu rezistența de presiune vâscoasă, formează rezistența de vâscozitate R_V [Bertram, 2002], [Obreja et al, 2003], [Obreja, 2005].

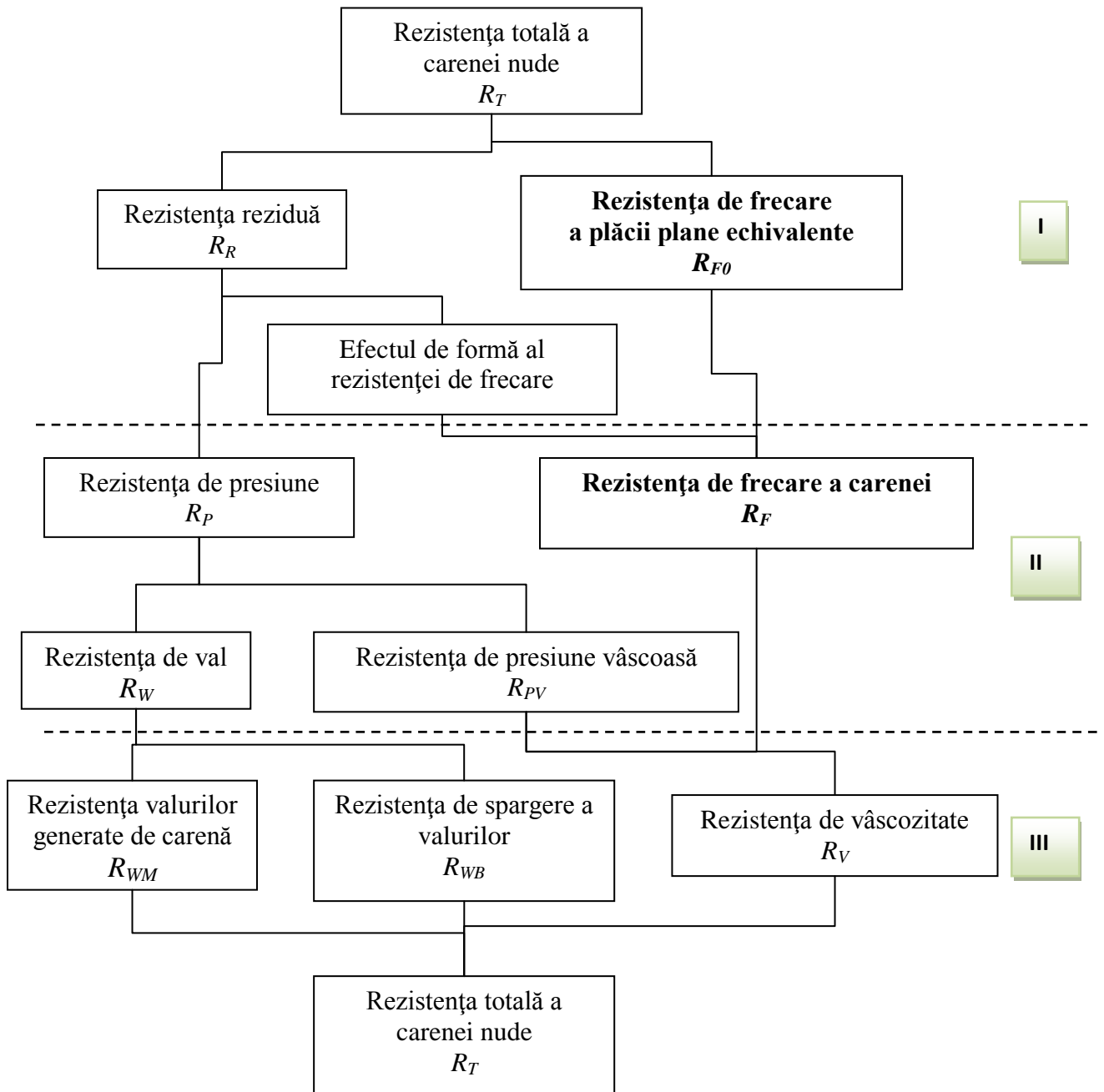


Fig. 1.1 Componentele rezistenței la înaintare și legăturile

rezistenței de frecare cu acestea [Bertram, 2002], [Obreja et al, 2003], [Obreja, 2005]

Din figura 1.1 reiese cu ușurință importanța rezistenței de frecare și strânsa legătură pe care aceasta o are cu celelalte componente ale rezistenței la înaintare. Din datele

experimentale rezultă faptul că rezistența de frecare reprezintă până la 85% din rezistența totală la înaintare în cazul navelor de mică viteză ($F_n < 0,12$) și până la 40-50% în cazul navelor de mare viteză [Bertram, 2002], [Obreja, et al, 2003], [Obreja, 2005], [Panaitescu, 1990].

Cu cât rezistența de frecare crește, cu atât va crește și rezistența la înaintare, scăzând astfel performanțele de navigație, fapt care nu este în interesul armatorilor implicați în exploatarea navelor comerciale.

De aceea, teza de doctorat intitulată „Contribuții privind extinderea teoriei stratului limită de la placa plană la o suprafață curbă, cu aplicații la nave” urmărește elaborarea și validarea unei metode de calcul însoțită de un program care să permită determinarea rezistenței de frecare a carenei, fără a asimila bordajul navei cu o placă plană echivalentă așa cum consideră metodele actuale, ci considerându-l o suprafață curbă oarecare. Elaborarea unei metode originale de calcul bazată pe aproximarea bordajului curb al navei printr-o reuniune de suprafețe poliedrale, pe fețele căreia este aplicabilă teoria clasică a stratului limită de-a lungul unei plăci plane, constituie obiectivul urmărit de prezenta teză de doctorat.

1.2 SCURT ISTORIC AL EVOLUȚIEI TEORIEI STRATULUI LIMITĂ ȘI CALCULULUI REZISTENȚEI DE FRECARÉ

În anul 1843 matematicianul și fizicianul George Stokes a făcut primele observații privind tranziția de la mișcarea laminară la cea turbulentă a fluidelor în primele sale lucrări publicate, iar în 1845 acestea au fost urmate de studii asupra frecării fluidelor în timpul mișcării lor [Andrei, 2009], [White, 2000].

În perioada 1876 - 1883 fizicianul englez Osborn Reynolds a cercetat experimental această tranziție în conducte cilindrice. Iar noțiuni privind ecuațiile de mișcare pentru mișcarea turbulentă au fost scrise în anul 1895 de către acesta în lucrarea sa: “On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion” [Florea et al, 1979], [Panaitescu, 1990].

O primă sesizare asupra existenței stratului limită a fost făcută de către William Rankine în anul 1864, explicând faptul că prin aderarea particulelor de fluid și prin formarea unui număr mare de vârtejuri (datorită vâscozității) în stratul de fluid din apropierea pereților unei nave ia naștere rezistența la înaintare a navei respective. În anul 1880 afirmațiile lui Rankine privind rezistența hidrodinamică au fost dezvoltate de către Dmitri Ivanovici Mendeleev [Panaitescu, 1990].

În perioada anilor 1882 – 1890 Nicolai Egorovici Jukovski elaborează o serie de lucrări legate de teoria hidrodinamică a scurgerii în tuburi. În anul 1890 N. E. Jukovski exemplifică influența formei carenei asupra rezistenței de frecare. Mai târziu, acesta

evidențiază proprietățile stratului limită și rolul pe care existența acestuia îl are asupra formării rezistenței la înaintare [*Jucovski, 1952*], [*Panaitescu, 1990*], [*White, 2000*].

Noțiunea de strat limită a fost introdusă în mecanica fluidelor în prima jumătate a secolului XX de către mecanicianul german Ludwig Prandtl, în a cărei importantă lucrare realizată în anul 1904 cu titlul „Fluid Flow in Very Little Friction”, s-au pus bazele teoriei stratului limită, stabilindu-se ecuațiile de mișcare ale fluidului în strat limită. Însă din punct de vedere terminologic, stratul limită a fost menționat o singură dată în lucrarea sa, sub această denumire, ca mai târziu, în anul 1908, acest termen sa fie utilizat în mod exclusiv de către ilustrul său student, Heinrich Blasius. Cu un an în urmă, acesta demonstra teoria lui Prandtl, integrând ecuațiile stratului limită pentru cazurile simple de placă plană și cilindru circular [*Andrei, 2009*], [*Panaitescu, 1990*], [*White, 2000*].

În anul 1921 mecanicianul american Theodore von Kármán a aplicat ecuația impulsului pentru stratul limită în baza căreia a elaborat, împreună cu K.Pohlhausen, o metodă simplă de calcul al stratului limită, fapt ce a condus la elaborarea unui număr semnificativ de lucrări științifice privitoare la studiul stratului limită, de o deosebită importanță, de către cercetători de renume precum: Hermann Schlichting, H. Görtler, J. Tani, K. Stewartson [*Andrei, 2009*], [*Andrei, 2010*], [*Kundu 2002*].

În perioada anilor 1993 – 2000, activitatea științifică a lui Grigson s-a concretizat în experimente de strat limită, suscitând un real interes pentru tehnicile noi ale cercetătorilor Kendall și Hoochesfahani.

În 1998, Patel a raportat calculul rezistenței de frecare pe placa plană la un număr Reynolds de ordinul 10^9 , ceea ce însemna cu 10% mai mare față de relația clasică de calcul a lui Prandtl - Schlichting și relația ITTC '57 [*Lazauskas, 2009*].

În anul 2000 Grigson a stabilit o relație de calcul al rezistenței de frecare ca o alternativă a relației ITTC'57, și, ulterior, a fost înaintată spre examinare către comitetul ITTC [*Lazauskas, 2009*].

În anul 2003 cercetătorii de la NASA au utilizat relația Schoenherr în analiza unor senzori pentru curgerea pe pereți. Aceeași relație a fost utilizată în anul 2006 de către Petterson și Rizzi în domeniul transportului aerian [*Lazauskas, 2009*].

Leo Victor Lazauskas, în teza sa de doctorat: „Resistance, Wave-Making and Wave-Decay of Thin Ships with Emphasis on the Effect of Viscosity” din anul 2009, a dezvoltat un model al stratului limită pe placa plană bazat pe modelul lui Grigson, utilizând clasicele și recente experimente ale stratului limită.

CAPITOLUL 2

STADIUL ACTUAL PRIVIND CALCULUL REZISTENȚEI DE FRECARĂ A UNEI CARENE

2.1 CALCULUL REZISTENȚEI DE FRECARĂ A PLĂCII PLANE FOLOSIND TEORIA STRATULUI LIMITĂ

În timpul marșului, în jurul unei carene navale se disting trei zone de curgere a fluidului (fig. 2.1), și anume [Obreja, 2005], [Bertram, 2002], [Schlichting, 2000]:

- F_N , zona fluidului neperturbat de corpul navei;
- S_L , zona stratului limită, în care forțele de frecare dintre fluid și corp influențează viteza particulelor de fluid;
- S , zona siajului, fenomen provocat de desprinderea stratului limită.

După cum s-a relatat în primul capitol și după cum se poate observa în figura 2.1, de-a lungul stratului limită există trei regimuri de curgere [Andrei, 2010]:

- curgere laminară (zona stratului limită laminar S_{LI});
- curgere turbulentă, (zona stratului limită turbulent S_{LT});
- curgere mixtă sau de tranziție, (zona stratului limită de tranziție S_{Li}).

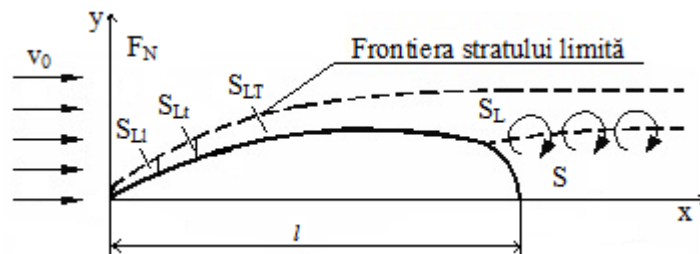


Fig. 2.1 Zonele de curgere și zonele de strat limită în jurul unei carene

Mișcarea fluidului în interiorul stratului limită este întreținută în mod preponderent de către forțele de vâscozitate și forțele de presiune, forța masică fiind neglijabilă. Datorită valorilor mari ale gradientului vitezei, în acest spațiu se dezvoltă eforturi tangențiale de vâscozitate apreciabile care, prin integrare și proiecție în planul diametral, generează rezistența de frecare a carenei. În exteriorul stratului limită gradientul vitezei este nul, deci eforturile tangențiale de vâscozitate sunt nule [Andrei, 2010], [Obreja, 2005]; [Schlichting, 2000].

Din cele de mai sus deducem că lichidul se comportă ca un fluid real, sau ideal după cum mișcarea lui are loc în interiorul stratului limită, respectiv în exteriorul acestuia [Andrei, 2010].

Pentru determinarea rezistenței de frecare a carenei este fundamentală cunoașterea relației de calcul a efortului tangențial de vâscozitate care se dezvoltă la contactul dintre fluid și peretele solid al plutitorului. În acest scop se apelează cel mai frecvent, la ecuația integrală a stratului limită, stabilită de către Theodor von Kármán [Andrei, 2010], [Florea et al, 1979],

[Panaitescu, 1990], [Vasilescu, 1962], [Ionescu, 2004], [Ionescu et al, 1983], [Schlichting, 2000], [Kundu, 2002].

Pentru obținerea acestei ecuații se consideră, deocamdată, o placă plană de lungime l și lățime b , de-a lungul căreia se deplasează un curent paralel cu placa, de viteză constantă v_0 . din stratul limită generat se detașează un segment elementar, prin secționarea lui cu două plane normale pe axa Ox , de abscise x , respectiv $x+dx$. Acestui segment elementar de fluid în mișcare i se aplică teorema impulsului (fig. 2.2), [Andrei, 2010], [Andrei, 2007], [Andrei, 2009], [Schlichting, 2000].

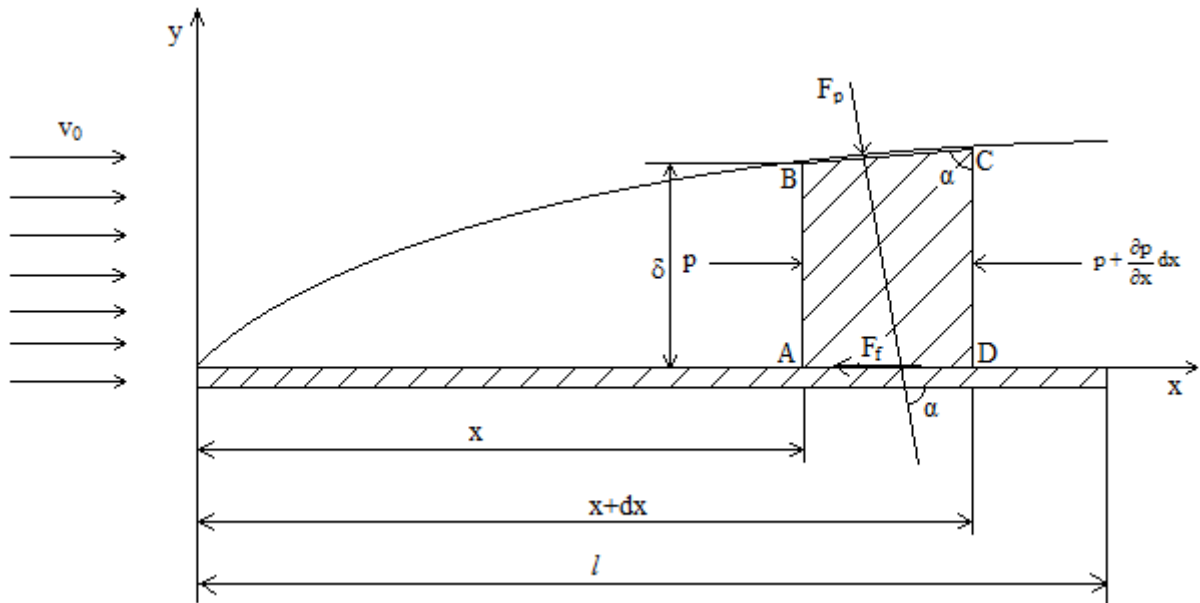


Fig. 2.2 Segmentul de strat limită căruia i se aplică teorema impulsului

Procedând astfel, va rezulta ecuația integrală a stratului limită în prezența unui gradient de presiune, sub forma [Andrei, 2010], [Vasilescu, 1962], [Ionescu, 2004], [Ionescu et al, 1983], [Kundu, 2002], [Florea et al, 1979], [Panaitescu, 1990], [Schlichting, 2000]:

$$\frac{d}{dx} \left[\int_0^{\delta} \rho v_x^2 dy \right] - v_0 \frac{d}{dx} \left[\int_0^{\delta} \rho v_x dy \right] = -\delta \frac{dp}{dx} - \tau_0. \quad (2.1)$$

Mărimile fizice incluse în relația (2.1) au următoarele semnificații:

ρ – densitatea fluidului;

v_x – proiecția pe Ox a vitezei fluidului într-un punct aparținând secțiunii AB (v. fig. 2.2);

δ – grosimea stratului limită, corespunzătoare abscisei x ;

p – presiunea lichidului;

τ_0 – efortul tangențial de frecare vâscoasă pe placă, corespunzător intervalului de abscise $[x; x+dx]$.

Forța de frecare dezvoltată pe placă se determină, în funcție de expresia analitică a efortului τ_0 , cu relația [Andrei, 2010], [Vasilescu, 1962], [Ionescu, 2004], [Florea et al, 1979], [Panaitescu, 1990], [Schlichting, 2000]:

$$F_f = b \cdot \int_0^l \tau_0(x) dx. \quad (2.2)$$

Spre deosebire de curgerea fluidului cu viteză constantă, paralel cu o placă plană, în cazul unei suprafețe curbe modulul vitezei fluidului din exteriorul stratului limită se modifică în sensul mișcării. Conform ecuației lui Bernoulli, variația modulului vitezei implică variația în sens contrar a presiunii fluidului [Andrei, 2010], [Julieta et al, 1979], [Vasilescu, 1962].

În cazul curgerii de-a lungul unei suprafețe curbe, ecuația integrală a stratului limită capătă forma [Andrei, 2010], [Julieta et al, 1979], [Vasilescu, 1962]:

$$\frac{d}{dx} \left[\int_0^\delta \rho v_x^2 dy \right] - v_0 \frac{d}{dx} \left[\int_0^\delta \rho v_x dy \right] = -\delta \frac{dp}{dx} - \tau_0, \quad (2.3)$$

unde $v_0(s)$ este modulul vitezei curentului potențial din afara stratului limită, într-un punct al normalei pe suprafața curbă, corespunzătoare coordonatei curbilinii s , iar dn – un element al acestei normale.

Ecuația (2.3) se poate integra în ipoteza cunoașterii următoarelor dependențe:

$$v = v(n, \delta), \quad v_0 = v_0(s), \quad \text{și} \quad \tau_0 = \tau_0(\delta). \quad (2.4)$$

Integrarea analitică a ecuației (2.4) în ipoteza cunoașterii dependențelor este, practic, inabordabilă datorită neliniarităților implicate de expresia $v_0 = v_0(s)$ (obținută de regulă din modele potențiale de curgere în jurul carenei). Evident, aceste dificultăți sunt soluționate nu fără efort, prin metodele numerice specifice curgerii fluidelor reale în jurul corpurilor [Andrei, 2010], [Florea et al, 1979], [Vasilescu, 1962], [Ionescu, 2004], [Panaitescu, 1990].

2.2 CALCULUL REZISTENȚEI DE FRECARĂ PRIN METODA ITTC – 1957

Asupra unei carene navale care se deplasează într-un fluid real acționează forțele de frecare, opuse mișcării navei. Rezistența de frecare este dependentă de vâscozitatea apei și de numărul Reynolds al mișcării, definit prin expresia [Obreja, 2005], [Bertram, 2002]:

$$\text{Re} = \frac{v \cdot L}{\nu}, \quad (2.5)$$

unde:

- v – viteza de deplasare a navei;
- L – lungimea navei între perpendiculare;
- ν – vâscozitatea cinematică a apei.

Rezistența de frecare, R_f , nu se supune principiilor teoriei similitudinii, având în vedere imposibilitatea realizării egalității dintre numărul Reynolds calculat pe model și numărul Reynolds calculat pe prototip (nava în mărime naturală). Ea se determină analitic pe model și pe prototip, folosind metode bazate, în ultimă analiză pe teoria stratului limită. Una dintre ele este așa numita metodă ITTC – 1957 privind calculul rezistenței de frecare a unei

plăci plane echivalente suprafeței udate a carenei. Această metodă consideră că [Obreja, 2005], [Bertram, 2000]:

- placa plană echivalentă are lungimea navei, L ;
- suprafața plăcii plane este egală cu suprafața udată a carenei, fără apendici;
- curgerea în stratul limită este identică pentru placă și navă;
- curgerea este turbulentă pe întreaga lungime a navei.

Dacă suprafața udată a carenei este S , rezistența de frecare R_f se determină cu relația [Obreja, 2005], [Bertram, 2000]:

$$R_F = C_F \cdot \frac{\rho v^2}{2} \cdot S, \quad (2.6)$$

unde:

C_F – coeficientul rezistenței de frecare al plăcii echivalente, presupusă netedă;

ρ – densitatea apei;

v – viteza navei.

Coeficientul de frecare al plăcii plane echivalente se poate calcula cu relația ITTC – '57 care ține cont, în mod implicit de efectul de formă al rezistenței de frecare [Obreja, 2005], [Bertram, 2000]:

$$C_F = 0,075 / (\lg Re - 2)^2. \quad (2.7)$$

2.3 DETERMINAREA REZISTENȚEI DE FRECARĂ A UNEI CARENE PRIN METODE DE CFD

Metodele CFD (Computational Fluid Dynamics) sunt metode numerice de studiu privind mișcarea fluidelor în jurul corpurilor, fundamentate încă din anul 1970 și perfecționate o dată cu realizarea unor calculatoare de mare anvergură. Practic, aceste metode se concretizează în programe de calcul prin care se soluționează diverse probleme de hidrodinamică. Din păcate, programele create pe baza metodelor CFD nu sunt, întotdeauna, la îndemâna cercetătorilor din varii motive [Batchelor, 2002], [Blazek, 2001], [Fletcher, 1988a], [Hoffman et al, 2006], [Obreja, 2005], [Pozrikidis, 2001], [Rallison, 1997], [Versteeg et al, 1995], [Wright, 2005], [Yanenco 1984]:

- costuri de achiziționare ridicate;
- timpul de lucru adesea îndelungat, ș.a.

De aceea, pentru calculul rapid al rezistenței de frecare a unei carene, de multe ori se renunță la utilizarea tehnicilor CFD, preferându-se metoda ITTC – 1957, în ciuda inconvenientelor sale prezentate în paragraful precedent [Lazauskas, 2009].

CAPITOLUL 3

EXTINDEREA TEORIEI STRATULUI LIMITĂ DE LA PLACA PLANĂ LA O SUPRAFAȚĂ CURBĂ

3.1 UTILIZAREA METODEI LUI KÁRMÁN PENTRU DETERMINAREA CÂMPULUI CVASIPLAN DE VITEZE ÎN JURUL UNEI CARENE

Metoda potențială elaborată de Kármán permite determinarea distribuției de viteze în jurul unei carene, aflată într-un curent uniform, paralel cu planul său diametral. Ea se aplică pe o mulțime de plutiri drepte, prin amplasarea, pe întreaga axă de simetrie a fiecărei plutiri, a unor surse continue liniforme. Debitul specific al acestor surse vor avea asemenea valori încât linia de plutire considerată să se confunde într-un număr finit de puncte, cu linia de curent “de zero” a mișcării potențiale generată de sistemul de surse continue adoptat. După determinarea, la nivelul fiecărei plutiri, a potențialului complex al mișcării, putem obține câmpul de viteze necesar calculului rezistenței de frecare a carenei. Acest câmp de viteze este cvasiplan din următoarele considerente:

- sursele continue liniforme generează, la nivelul unei plutiri, o mișcare plană, reprodusă riguros într-un strat prismatic infinitesimal având volumul $dV = S \cdot dz$ (S este aria plutirii respective, iar dz – grosimea stratului, măsurată pe verticală);
- sursele continue liniforme diferă de la o linie de plutire la alta.

3.1.1 Determinarea potențialului complex al unei surse continue liniforme

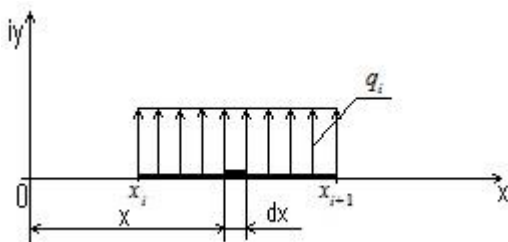


Fig. 3.1 Sursă continuă dispusă pe axa Ox
[Andrei et al, 2011b], [Rodichichin et al, 2012d]

continuu extins între punctele de abscise x , respectiv $x+dx$ va fi $Q_i = q_i \cdot dx$, iar potențialul complex al acestui element de sursă va fi [Andrei, 2004], [Andrei et al, 2011b], [Carafoli et al, 1981]:

$$dW_i = \frac{Q_i}{2\pi} \ln(z - x) = \frac{q_i \cdot dx}{2\pi} \ln(z - x). \quad (3.1)$$

Prin integrare pe intervalul $[x_i, x_{i+1}]$ aplicând schimbarea de variabilă $z-x=t$ și renunțând la termenul constant $\frac{q_i}{2\pi}(x_{i+1} - x_i)$, rezultă potențialul complex al sursei liniforme de lungime finită $l_i = x_{i+1} - x_i$ [Andrei, 2004], [Andrei et al, 2011b], [Carafoli et al, 1981]:

$$W_i(z) = \frac{q_i}{2\pi} [(z - x_i) \ln(z - x_i) - (z - x_{i+1}) \ln(z - x_{i+1})]. \quad (3.2)$$

3.1.2 Determinarea potențialului complex al unui sistem de n surse continue liniforme

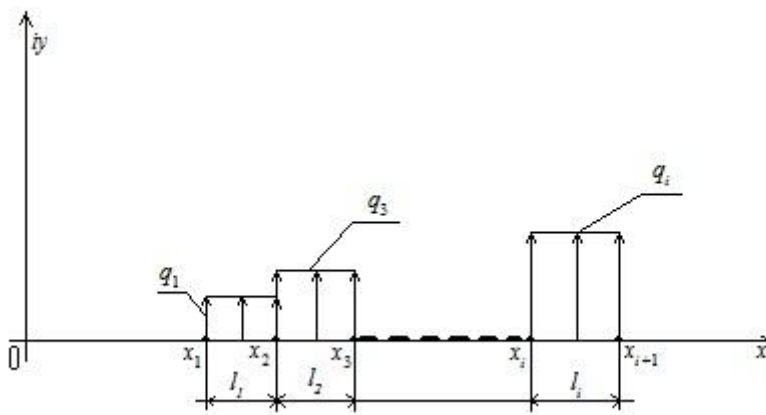


Fig. 3.2 Sistem de n surse continue liniforme dispuse pe axa Ox [Andrei et al, 2011b], [Rodicichin et al, 2012d]

Considerăm un sistem de n surse continue liniforme dispuse pe axa Ox ; sursa de rangul i se extinde între punctele de abscise x_i , respectiv x_{i+1} , $i = \overline{1, n}$, (fig. 3.2).

Potențialul complex rezultat va fi [Andrei, 2004], [Andrei et al, 2011b], [Carafoli et al, 1981]:

$$W(z) = \sum_{i=1}^n W_i(z), \quad (3.3)$$

$W_i(z)$, având expresia (3.2).

3.1.3 Determinarea potențialului complex rezultat al unui curent axial și al unui sistem de n surse continue liniforme

Fie un curent axial de viteză v_0 , dirijat pe direcția și sensul pozitiv al axei Ox . Potențialul complex al acestui curent de fluid este binecunoscut [Andrei, 2004], [Andrei et al, 2011b]:

$$W_0(z) = v_0 \cdot z. \quad (3.4)$$

Potențialul complex al mișcării obținută prin suprapunerea curentului axial de mai sus peste sistemul de n surse continue liniforme din paragraful 3.1.2 are expresia [Andrei, 2004], [Andrei et al, 2011b]:

$$W^*(z) = W_0(z) + W(z) = v_0 \cdot z + \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^n q_i [(z - x_i) \ln(z - x_i) - (z - x_{i+1}) \ln(z - x_{i+1})]. \quad (3.5)$$

Relația (3.5) este perfect determinată dacă se cunosc debitele specifice $q_i, (i = \overline{1, n})$.

3.1.4 Determinarea ecuației liniei de curent de zero

Relația (3.5) permite obținerea funcției de curent Ψ^* , și apoi, a liniei de curent „de zero”, $\Psi^* = 0$. În acest scop, vom efectua înlocuirile [Andrei, 2004], [Andrei et al, 2011b], [Carafoli et al, 1981]:

$$W^*(z) = \varphi^* + i\Psi^*;$$

$$z = x + iy;$$

$$z - x_{i+1} = x - x_{i+1} + iy = r_{i+1}(\cos \theta_{i+1} + i \sin \theta_{i+1}) = r_{i+1} \cdot e^{i\theta_{i+1}},$$

unde:

$$\begin{aligned} r_i &= \sqrt{(x - x_i)^2 + y^2}, \quad r_{i+1} = \sqrt{(x - x_{i+1})^2 + y^2}; \\ \cos \theta_i &= \frac{x - x_i}{r_i}, \quad \cos \theta_{i+1} = \frac{x - x_{i+1}}{r_{i+1}} \\ \sin \theta_i &= \frac{y}{r_i}, \quad \sin \theta_{i+1} = \frac{y}{r_{i+1}}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Prin egalarea părților imaginare va rezulta [Andrei, 2004]; [Andrei et al, 2011b]; [Carafoli et al, 1981]; [Rodicichin et al, 2012d]:

$$\begin{aligned} \Psi^* &= v_0 \cdot y + \frac{1}{2\pi} \cdot \sum_{i=1}^n q_i \cdot [(r_i \cdot \theta_i \cdot \cos \theta_i + r_i \cdot \ln r_i \cdot \sin \theta_i) - \\ &- (r_{i+1} \cdot \theta_{i+1} \cdot \cos \theta_{i+1} + r_{i+1} \cdot \ln r_{i+1} \cdot \sin \theta_{i+1})]. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Înlocuind $\Psi^* = 0$, se obține linia de curent de zero [Andrei, 2004]; [Andrei et al, 2011b]; [Carafoli et al, 1981]; [Rodicichin et al., 2012d]:

$$\begin{aligned} v_0 \cdot y + \frac{1}{2\pi} \cdot \sum_{i=1}^n q_i \cdot [(r_i \cdot \theta_i \cdot \cos \theta_i + r_i \cdot \ln r_i \cdot \sin \theta_i) - \\ - (r_{i+1} \cdot \theta_{i+1} \cdot \cos \theta_{i+1} + r_{i+1} \cdot \ln r_{i+1} \cdot \sin \theta_{i+1})] = 0. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Această ecuație rămâne invariabilă dacă vom înlocui y cu $-y$, și θ_i, θ_{i+1} respectiv cu $-\theta_i, -\theta_{i+1}$, ceea ce dovedește că linia de curent de zero este simetrică față de axa Ox . Mai mult, această curbă este închisă dacă [Andrei, 2004], [Andrei et al, 2011b], [Carafoli et al, 1981], [Rodicichin et al, 2012d]:

$$\sum_{i=1}^n Q_i = \sum_{i=1}^n q_i \cdot l_i = 0. \quad (3.9)$$

unde, $l_i = x_{i+1} - x_i$, $i = \overline{1, n}$.

Pentru determinarea debitelor specifice q_i , $i = \overline{1, n}$ se procedează astfel:

– se aleg $n-1$ puncte distincte pe o semilinie de plutire, caracterizate prin coordonatele (x, y) cunoscute;

– impunem condiția ca aceste puncte să verifice ecuația liniei de curent de zero (3.8), rezultând $n-1$ ecuații în necunoscutele q_i , $i = \overline{1, n}$;

– se mai atașează condiția de închidere a liniei de curent de zero, (3.9), adică a n -a ecuație a unui sistem liniar în necunoscutele q_i , $i = \overline{1, n}$.

Cu precizarea debitelor specifice q_i , $i = \overline{1, n}$, potențialul complex (3.5) este, astfel, determinat.

3.1.5 Determinarea distribuției de viteze în planul unei linii de plutire

Disponând de potențialul complex al mișcării în planul unei linii de plutire, $W^*(z)$, putem obține componentele v_x și v_y ale vitezei fluidului pe baza vitezei complexe [Andrei, 2004], [Andrei et al, 2011b]:

$$\frac{dW^*}{dz} = v_x - iv_y, \quad (3.10)$$

unde $W^* = W^*(z)$ are expresia (3.6).

Viteza complexă de mai sus, devine [Andrei, 2004], [Andrei et al, 2011b], [Carafoli et al, 1981]:

$$\frac{dW^*}{dz} = v_0 + \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^n q_i \ln \frac{z - x_i}{z - x_{i+1}} = \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{2\pi} \left[\ln \frac{r_k}{r_{k+1}} + i(\theta_k - \theta_{k+1}) \right]. \quad (3.11)$$

(s-a preferat, în final, ca indicele de insumare să fie k și nu i , pentru a evita confuzia dintre indicele i și numărul pur imaginar $i = \sqrt{-1}$).

Egalând expresiile vitezei complexe (3.10) și (3.11), rezultă [Andrei, 2004], [Andrei et al, 2011b], [Rodichichin et al, 2012d]:

$$v_x = v_0 + \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{2\pi} \ln \frac{r_{k-1}}{r_k}; \quad (3.12)$$

$$v_y = \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{2\pi} (\theta_k - \theta_{k-1}),$$

și apoi [Andrei, 2004], [Andrei et al, 2011b], [Rodichichin et al, 2012d]:

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \quad (3.13)$$

3.1.7 Calculul distribuției coeficientului de presiune de-a lungul unei linii de apă

Aplicând ecuația lui Bernoulli între punctul de la infinit (mult în fața navei), și un punct caracterizat prin presiunea p_∞ și viteza v_∞ , și un punct al liniei de apă în care presiunea este p iar viteza este v , vom avea [Andrei, 2004], [Rodicichin et al, 2012d]:

$$p_\infty + \rho \frac{v_\infty^2}{2} = p + \rho \frac{v^2}{2}, \quad (3.14)$$

unde, $v_\infty = v_0$ (viteza navei).

Coeficientul de presiune se determină cu relația [Andrei, 2004], [Rodicichin et al, 2012d], [Carafoli et al., 1981], [Constantinescu et al, 1983]:

$$c_p = \frac{v_0^2 - v^2}{v_0^2} = 1 - \left(\frac{v}{v_0} \right)^2. \quad (3.15)$$

Din relația (3.15) rezultă curba $c_p = c_p(x)$; $x \in [0, l]$, observând că $v=v(x)$.

3.2 O MODALITATE DE EXTINDERE A TEORIEI STRATULUI LIMITĂ DE LA PLACA PLANĂ LA O SUPRAFAȚĂ CURBĂ

3.2.1 Considerații generale

Să considerăm o suprafață cilindrică dreaptă S_c , având curba directoare C (o curbă conținută într-un plan orizontal), iar dreapta generatoare are Δ – verticală. Suprafața S_c este situată într-un curent de fluid dirijat după direcția axei de simetrie a curbei C . Planul vertical care conține această axă se numește plan diametral, notat prin simbolul $P.D.$ (fig. 3.3) și este evident, un plan de simetrie al suprafeței S_c [Andrei, 2004].

Generatoarele $i-i$, $i = \overline{1, n+1}$ și $k'-k'$, $k = \overline{2, n}$ reprezintă cele $2n$ muchii ale unei suprafețe poliedrale S_p care aproximează suprafața cilindrică S_c . Evident, aproximația este cu atât mai bună cu cât numărul muchiile suprafeței S_p este mai mare (suprafața S_p se confundă cu suprafața S_c când $n \rightarrow \infty$). Fețele suprafeței poliedrale sunt panouri (plăci) dreptunghiulare. Muchiile $i-i$ și $(i+1)-(i+1)$ determină panoul P_i , $i = \overline{1, n}$; tot astfel, muchiile $k'-k'$ și $(k+1)'-(k+1)'$ determină panoul P'_k , $k = \overline{1, n}$. (de notat că următoarele muchii coincid: $1-1$ și $1'-1'$, respectiv $(n+1)-(n+1)$ și $(n+1)'-(n+1)'$).

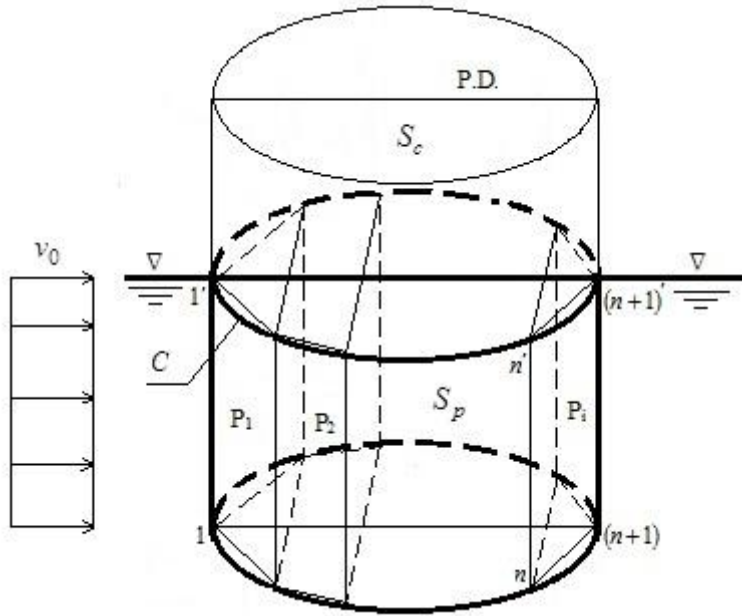


Fig. 3.3 a) Cilindrul divizat în n plăci plane;

că panoul plan P_i se află într-un curent având viteza de fluid \bar{v}_i^* paralelă cu acest panou; viteza \bar{v}_i^* de mai sus se alege ca medie ponderată a vitezelor \bar{v}_i , și \bar{v}_{i+1} , astfel încât vectorii \bar{v}_i^* și $\overline{A_i A_{i+1}}$ (fig. 3.4) să fie coliniari (Andrei, 2004).

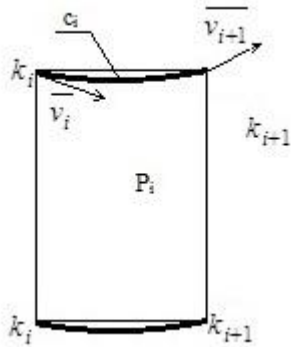


Fig. 3.3 Panou al suprafeței poliedrale

Din cele de mai sus rezultă posibilitatea aproximării curgerii reale în jurul unei suprafețe cilindrice cu o curgere cvasi-echivalentă în jurul unei succesiuni de plăci plane. Cum teoria stratului limită de-a lungul unei suprafețe plane este destul de bine elaborată, ea poate fi aplicată și în cazul unei carene cilindrice, aproximată printr-o suprafață poliedrală ale cărei fețe P_i sunt scăldate de fluid cu vitezele \bar{v}_i^* (paralele cu aceste fețe și, respectiv, constante de-a lungul lor).

3.2.2 Modelul de calcul al vitezei fluidului în jurul bordajului poliedral echivalent

În acest paragraf vom prezenta calculul vitezelor \bar{v}_i^* coliniare cu vectorii $\overline{A_i A_{i+1}}$, $i = \overline{1, n}$. Referindu-ne la panoul P_i , viteza \bar{v}_i^* paralelă cu acesta, se adoptă ca medie ponderată a vitezelor punctelor A_i, A_{i+1} [Andrei et al, 2009]:

$$\bar{v}_i^* = \frac{\alpha_i \bar{v}_i + \alpha_{i+1} \bar{v}_{i+1}}{\alpha_i + \alpha_{i+1}}, \quad (3.16)$$

Așadar, suprafața cilindrică S_c s-a aproximat prin suprafața poliedrală S_p alcătuită din $2n$ panouri (plăci) plane [Andrei, 2010].

Muchiile $i-i$ și $(i+1)-(i+1)$ ale panoului P_i sunt traversate de fluid cu vitezele \bar{v}_i , respectiv \bar{v}_{i+1} , care pot fi determinate pe baza metodei potențiale de tip Kármán (prezentată într-un paragraf precedent).

După cum vom arăta în cele ce urmează, putem admite

ponderile α_i și α_{i+1} fiind necunoscute. Relația (3.16) se poate scrie succesiv:

$$\overline{v_i}^* = \frac{\overline{v_i} + \frac{\alpha_{i+1}}{\alpha_i} \overline{v_{i+1}}}{1 + \frac{\alpha_{i+1}}{\alpha_i}} = \frac{\overline{v_i} + p_i \cdot \overline{v_{i+1}}}{1 + p_i}, \quad (3.17)$$

unde, $p_i = \frac{\alpha_{i+1}}{\alpha_i}$.

Ponderea p_i urmează a fi determinată din condiția de coliniaritate a vectorilor $\overline{v_i}^*$ și $\overline{A_i A_{i+1}}$. Acești vectori se scriu în funcție de coordonatele lor astfel:

$$\overline{v_i}^* = \frac{(v_{xi} + p_i v_{xi+1})\overline{i} + (v_{yi} + p_i v_{yi+1})\overline{j}}{1 + p_i}; \quad (3.18)$$

$$\overline{A_i A_{i+1}} = (x_{i+1} - x_i)\overline{i} + (y_{i+1} - y_i)\overline{j}.$$

Rezultă din condiția de coliniaritate a vectorilor de mai sus [Andrei et al, 2009]:

$$\frac{v_{yi,j} + p_i v_{yi+1,j+1}}{v_{xi,j} + p_i v_{xi+1,j+1}} = m_i, \quad (3.19)$$

unde, $m_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i}$ este panta segmentului $\overline{A_i A_{i+1}}$.

Relația (3.19) permite calculul ponderii p_i [Andrei et al, 2009]:

$$p_i = \frac{-v_{yi} + m_i v_{xi}}{v_{yi+1} - m_i v_{xi+1}}. \quad (3.20)$$

Odată cu precizarea ponderii p_i , putem determina viteza $\overline{v_i}^*$ și, modulul acesteia [Andrei, 2009]:

$$\left| \overline{v_i}^* \right| = v_i^* = \sqrt{\frac{(v_{xi} + p_i v_{xi+1})^2 + v_{yi} + p_i v_{yi+1}}{(1 + p_i)^2}}. \quad (3.21)$$

În legătură cu ponderea p_i dată de relația (3.20), deosebim următoarele situații particulare [Andrei, 2010], [Andrei et al, 2009]:

$$1) m_i = \frac{v_{yi+1}}{v_{xi+1}} \neq \frac{v_{yi}}{v_{xi}};$$

$$2) m_i = \frac{v_{yi+1}}{v_{xi+1}} = \frac{v_{yi}}{v_{xi}};$$

$$3) p_i = -1.$$

În primul caz ponderea p_i devine infinită, iar modulul vitezei $\overline{v_i}^*$ se determină printr-un proces de trecere la limită [Andrei et al], [2009; Andrei, 2010]:

$$v_i^* = \sqrt{\lim_{p_i \rightarrow +\infty} \frac{(v_{xi} + p_i v_{xi+1})^2 + (v_{yi} + p_i v_{yi+1})^2}{(1 + p_i)^2}} = \sqrt{v_{xi+1}^2 + v_{yi+1}^2} . \quad (3.21)$$

În cel de-al doilea caz, ponderea p_i din relația (3.20) prezintă o nedeterminare de forma $\left(\frac{0}{0}\right)$, ridicată prin aplicarea regulii lui l'Hôpital relativă la variabila m_i [Andrei et al, 2009], [Andrei, 2010]:

$$p_i = \frac{v_{xi}}{v_{xi+1}} . \quad (3.22)$$

Mai mult, dacă ponderea p_i din relația (3.22) are valoarea „-1”, modulul vitezei \overline{v}_i^* dat de relația (3.28) trebuie să prezinte, în mod necesar, o nedeterminare de tipul $\left(\frac{0}{0}\right)$, (având în vedere că $\left|\overline{v}_i^*\right| = \text{finit}$).

Aplicând regula lui l'Hôpital (pentru $p_i \rightarrow -1$), obținem modulul vitezei \overline{v}_i^* [Andrei et al, 2009], [Andrei, 2010]:

$$v_i^* = \sqrt{\lim_{p_i \rightarrow -1} \frac{(v_{xi} + p_i v_{xi+1})^2 + (v_{yi} + p_i v_{yi+1})^2}{(1 + p_i)^2}} = \sqrt{v_{xi+1}^2 + v_{yi+1}^2} . \quad (3.23)$$

Cazul 3) ($p_i = -1$) a fost, deja, analizat mai sus.

În concluzie, în toate situațiile, vitezele \overline{v}_i^* pot fi determinate. Cum aceste viteze sunt paralele cu panourile plane P_i , vom integra cu ușurință ecuația lui Kármán privind determinarea grosimii stratului limită pe fiecare panou, rezultând, în final, efortul tangențial de frecare dintre fluid și panoul respectiv.

3.3 MODELUL CVASI-PLAN DE CALCUL AL REZISTENȚEI DE FRECARE A UNEI CARENE

3.3.1. Considerații preliminare

Considerăm o navă având pescajul de plină încărcătură T . Raportăm carena la un sistem spațial de axe $Oxyz$, având următoarele particularități [Andrei et al, 2012]:

- planul diametral coincide cu planul xOz ;
- planul xOy este planul plutirii drepte de plină încărcătură;
- axa Oz se află în dreapta etravei (fig. 3.4).

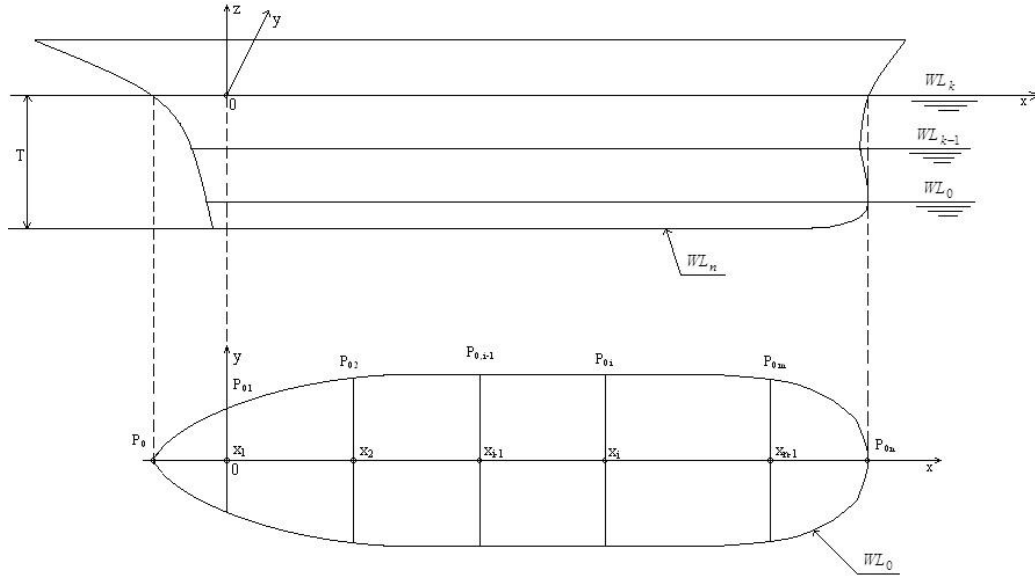


Fig. 3.4 Suprafața unei carene divizată în panouri (Andrei et al, 2012);

Prin WL_k , $k = \overline{0, m}$, s-a notat linia de apă corespunzătoare pescajului T_k , unde $T_0 = T$; planele care conțin aceste linii au, evident, ecuațiile $z = z_k = -(T - T_k) = T_k - T$.

Planele $x = x_i$, $i = \overline{1, n-1}$, reprezentate în figura 1 prin urmele lor pe planul xOy, au următoarele caracteristici [Andrei et al, 2012]:

- planul $x = x_1$ coincide cu planul yOz (deci $x_1 = 0$);
- planul $x = x_{n-1}$ se află în stânga etamboului.

Planele $z = z_k$ ($k = \overline{0, m}$), $x = x_i$ ($i = \overline{1, n-1}$), etrava și etamboul determină pe bordaj o rețea de panouri curb de tipul $P_{i-1,k}P_{i-1,k}P_{i,k+1}P_{i,k}$, unde $k = \overline{0, m-1}$, iar $i = \overline{2, n+1}$; prin $P_{i,k}$ am notat un punct al semiliniiei de apă WL_k , de abscisă x_i (fig. 2), [Andrei et al, 2012].

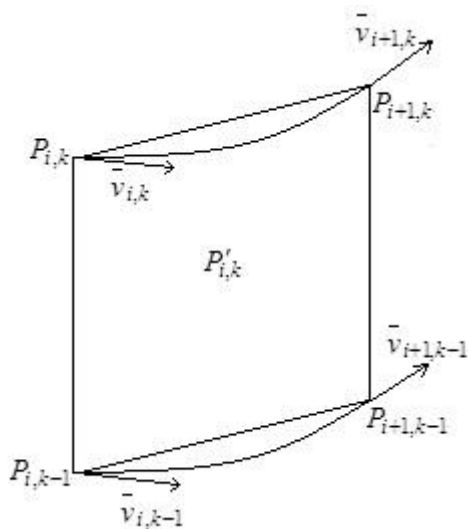


Fig. 3.5 Limitele panoului curb $P'_{i,k}$ al suprafeței carenei

Revenind asupra panoului curb $P_{i-1,k}P_{i-1,k}P_{i,k+1}P_{i,k}$, acesta poate fi aproximat printr-un panou plan de forma unui paralelogram definit prin două laturi consecutive, și anume (Andrei et al, 2012):

- a) laturile $P_{i-1,k}P_{i,k}$ și $P_{i-1,k}P_{i-1,k+1}$ (fig. 3.6 a);
- b) laturile $P_{i-1,k}P_{i,k}$ și $P_{i,k}P_{i,k+1}$ (fig. 3.6 b);
- c) laturile $P_{i-1,k+1}P_{i,k+1}$ și $P_{i-1,k+1}P_{i-1,k}$ (fig. 3.6 c);
- d) laturile $P_{i-1,k+1}P_{i,k+1}$ și $P_{i,k+1}P_{i,k}$ (fig. 3.6 d).

În variantele a) și b) se admite că fluidul se deplasează pe direcția și sensul vectorului $\overline{P_{i-1,k}P_{i,k}}$ (deci paralel cu panoul plan respectiv), cu viteză constantă [Andrei et al, 2012]:

$$v_{i-1,k}^* = \frac{\bar{v}_{i-1,k} + p_{i-1,k} \cdot \bar{v}_{i,k}}{1 + p_{i-1,k}}, \quad (3.24)$$

$\bar{v}_{i-1,k}$ și $\bar{v}_{i,k}$ sunt vitezele fluidului în punctele $P_{i-1,k}$, respectiv $P_{i,k}$ (rezultate din modelul potențial de curgere), iar $p_{i-1,k}$ – ponderea care asigură paralelismul vectorilor $\overline{P_{i-1,k}P_{i,k}}$ și $\bar{v}_{i-1,k}^*$.

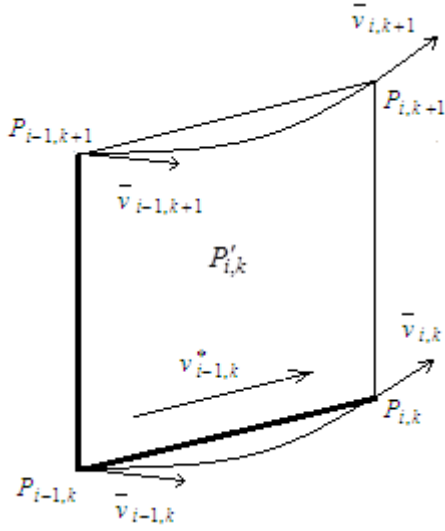


Fig. 3.6 a)

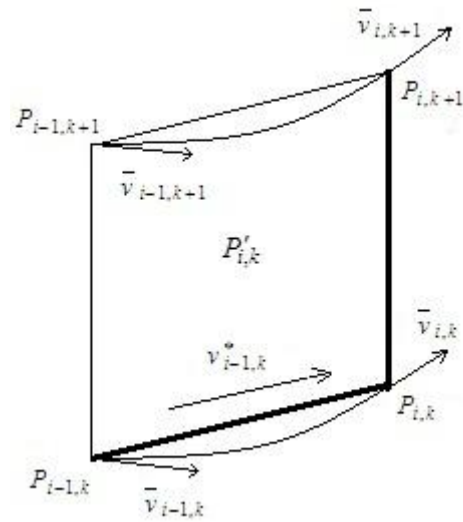


Fig. 3.6 b)

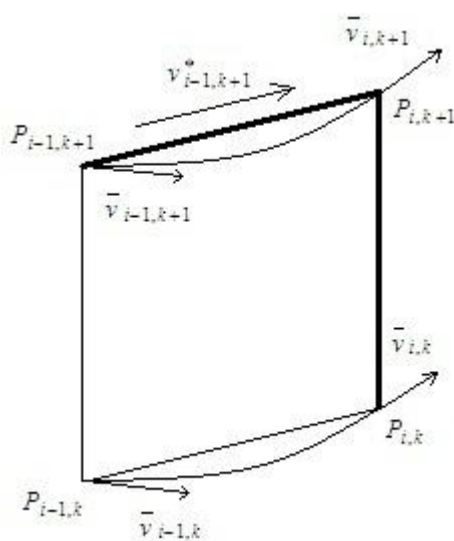


Fig. 3.6 c)

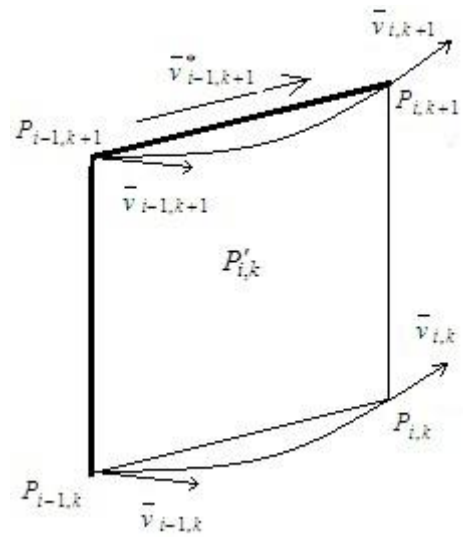


Fig. 3.6 d)

Asemănător, în variantele c) și d) se admite că fluidul se deplasează pe direcția și sensul vectorului $\overline{P_{i-1,k+1}P_{i,k+1}}$ (deci paralel cu panoul plan respectiv), cu viteză constantă [Andrei et al, 2012]:

$$v_{i-1,k+1}^* = \frac{\bar{v}_{i-1,k+1} + p_{i-1,k+1} \cdot \bar{v}_{i,k+1}}{1 + p_{i-1,k+1}}, \quad (3.25)$$

$\bar{v}_{i-1,k+1}$ și $\bar{v}_{i,k+1}$ sunt vitezele fluidului în punctele $P_{i-1,k+1}$, respectiv $P_{i,k+1}$ (rezultate din modelul potențial de curgere), iar $p_{i-1,k+1}$ – ponderea care asigură paralelismul vectorilor $\overline{P_{i-1,k+1}P_{i,k+1}}$ și $\bar{v}_{i-1,k+1}$.

Fie $F_{fa}, F_{fb}, F_{fc}, F_{fd}$ forțele de frecare dezvoltate de fluid pe panourile plane corespunzătoare celor patru variante prezentate mai sus, iar $R_{fa}, R_{fb}, R_{fc}, R_{fd}$ – proiecțiile acestor forțe pe planul diametral al navei. Media aritmetică a acestor proiecții, R_{fi} , $i=1,4$, va aproxima componenta rezistenței de frecare a navei corespunzătoare panoului curb $P_{i-1,k}P_{i-1,k}P_{i,k+1}P_{i,k}$, notată prin $R_{fP_{i-1,k}P_{i-1,k+1}P_{i,k+1}P_{i,k}}$ (Andrei et al, 2012).

Dacă R_{fc} este rezistența de frecare a chilei, rezistența de frecare a navei va avea expresia [Andrei et al, 2012]:

$$R_f = 2 \cdot \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{i=2}^{n+1} R_{fP_{i-1,k}P_{i-1,k+1}P_{i,k+1}P_{i,k}} + R_{fc} \quad (3.26)$$

(suma dublată se aplică tuturor panourilor curbe care compun fie tribordul, fie babordul).

3.3.2 Determinarea rezistenței de frecare a unui panou curb al unei carene

Fie linia poligonală deschisă $P_{1,k}, P_{2,k}, \dots, P_{n,k}, P_{n+1,k}$ alcătuită din corzile $P_{i-1,k}P_{i,k}$, $i = \overline{2, n+1}$, care aproximează semilinia de apă WL_k din figura 3.4. Dispunând în linie dreaptă acest contur poligonal, se obține segmentul $P_{1,k}P_{n+1,k}$, situat pe semiaxa $O\xi_k$, având originea O suprapusă peste punctul $P_{1,k}$ [Andrei et al, 2012].

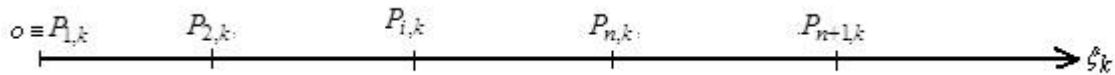


Fig. 3.7 Contur poligonal situat pe axa $O\xi_k$

În ce privește efortul tangențial de frecare, acesta corespunde regimului turbulent (caracteristic mișcării lichidului în jurul bordajului navei), având expresia [Andrei et al, 2012], [Andrei, 2010], [Andrei et al, 2009]:

$$\tau_{0t} = 0,028 \left(\frac{n}{n+1} \right)^{1,75} \cdot \rho v_0^2 \cdot \left(\frac{v}{v_0 \cdot \delta} \right)^{0,25}. \quad (3.27)$$

În relația de mai sus mărimile incluse au următoarele semnificații: ρ , v – densitatea, respectiv vâscozitatea cinematică a lichidului; v_0 – modulul uneia dintre vitezele date de

relațiile (3.24) și (3.25); δ – grosimea locală a stratului limită dezvoltat deasupra panoului plan corespunzător uneia dintre variantele a), b), c), și d) menționate în paragraful 3.3.1; n – o valoare din mulțimea $n \in \{7,9,10,11\}$, aleasă în funcție de numărul Reynolds, definit prin [Andrei et al, 2012], [Andrei, 2010], [Andrei et al, 2009]:

$$\text{Re}_k = \frac{v \cdot L_k^*}{\nu}, \quad (3.28)$$

unde, v – viteza de regim a navei; L_k^* – lungimea conturului poligonal $P_{1,k}, P_{2,k}, \dots, P_{n,k}, P_{n+1,k}$, $k = \overline{0, m}$.

În cazul curgerii fluidului cu viteza $\bar{v}_{i-1,k}^*$ de-a lungul panoului plan definit în variantele a) și b) prin integrarea ecuației lui Kármán pe domeniul $\xi_k = [\xi_{P_{i-1,k}}, \xi_{P_{i,k}}]$ se obține [Andrei et al, 2012], [Andrei, 2010], [Andrei et al, 2009]:

$$\frac{\delta^{1,25}(\xi_k)}{1,25} = 0,028 \cdot (n+2) \left(\frac{n}{n+1} \right)^{0,75} \cdot \left(\frac{\nu}{v_{i-1,k}^*} \right)^{0,25} \cdot \xi_k + C_{i-1,k}. \quad (3.29)$$

Constanta de integrare $C_{i-1,k}$ se determină din condiția $\xi_k = \xi_{P_{i-1,k}}$, $\delta = \delta_{P_{i-1,k}}$, unde, $i = \overline{2, n+1}$, $k = \overline{0, m-1}$, iar $\delta_{P_{1,k}} = \delta_0 = 0$ [Andrei et al, 2012], [Andrei et al, 2009]:

În cazul curgerii fluidului cu viteza $\bar{v}_{i-1,k+1}^*$ de-a lungul panoului plan definit în variantele c) și d), prin integrarea ecuației lui Kármán pe domeniul $\xi_{k+1} \in [\xi_{P_{i-1,k+1}}, \xi_{P_{i,k+1}}]$ se obține [Andrei et al, 2012], [Andrei, 2010], [Andrei et al, 2009]:

$$\frac{\delta^{1,25}(\xi_{k+1})}{1,25} = 0,028 \cdot (n+2) \left(\frac{n}{n+1} \right)^{0,075} \cdot \left(\frac{\nu}{v_{i-1,k+1}^*} \right)^{0,25} \cdot \xi_{k+1} + C_{i-1,k+1}. \quad (3.30)$$

Constanta de integrare $C_{i-1,k+1}$ se determină din condiția $\xi_{k+1} = \xi_{P_{i-1,k+1}}$, $\delta = \delta_{P_{i-1,k+1}}$, unde, $i = \overline{2, n+1}$, $k = \overline{0, m-1}$, iar $\delta_{P_{1,k+1}} = 0$. [Andrei et al, 2012], [Andrei et al, 2009):

În baza relațiilor (3.27), (3.29) și (3.30), putem determina efortul tangențial turbulent dezvoltat pe panoul plan de-a lungul laturilor $P_{i-1,k} P_{i,k}$, (în variantele a) și b)), respectiv $P_{i-1,k+1} P_{i,k+1}$ (în variantele c) și d)), notat prin $\tau_{P_{i-1,k} P_{i,k}}$, și $\tau_{P_{i-1,k+1} P_{i,k+1}}$. Valorile medii ale acestor eforturi se obțin din relațiile [Andrei et al, 2012], [Andrei, 2010], [Andrei et al, 2009]:

$$\tau_{P_{i-1,k} P_{i,k}}^* = \frac{1}{\xi_{P_{i,k}} - \xi_{P_{i-1,k}}} \int_{\xi_{P_{i-1,k}}}^{\xi_{P_{i,k}}} \tau_{P_{i-1,k} P_{i,k}} \cdot d\xi_k, \quad (3.31)$$

$$\tau_{P_{i-1,k+1} P_{i,k+1}}^* = \frac{1}{\xi_{P_{i,k+1}} - \xi_{P_{i-1,k+1}}} \int_{\xi_{P_{i-1,k+1}}}^{\xi_{P_{i,k+1}}} \tau_{P_{i-1,k+1} P_{i,k+1}} \cdot d\xi_{k+1}. \quad (3.32)$$

În cazul curgerii fluidului de-a lungul unui panou plan de forma unui paralelogram, cu o viteză constantă, paralelă cu una dintre laturile panoului (de exemplu MQ , fig. 3.8), efortul tangențial de frecare de-a lungul laturii are, practic, aceeași distribuție (deci și aceeași valoare medie) de-a lungul oricărui segment RS înscris în paralelogram, paralel cu latura MQ . Altfel spus, valoarea medie a efortului tangențial de frecare calculată de-a lungul laturii MQ (sau NP) este

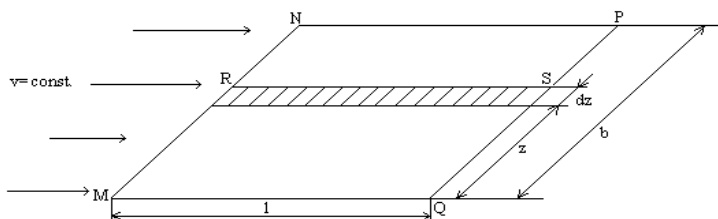


Fig. 3.8 Panou plan de forma unui paralelogram

aceeași cu valoarea medie a aceluiași efort pentru întreaga suprafață a paralelogramului. Într-adevăr, dacă τ^* este valoarea medie a efortului tangențial de frecare de-a lungul segmentelor MQ și RS , atunci pe o suprafață elementară a paralelogramului $dA = l \cdot d\xi$ (fig.3.8) se dezvoltă forța de frecare [Andrei et al, 2012], [Andrei, 2010], [Andrei et al, 2009]:

$$dF_f = \tau^* \cdot dA = \tau^* \cdot l \cdot d\xi,$$

unde, τ^* nu depinde de ξ .

Forța de frecare pe întreg paralelogramul $MNPQ$ se obține prin integrare [Andrei et al, 2012], [Andrei, 2010], [Andrei et al, 2009]:

$$F_f = \int_A dF_f = \int_0^b \tau^* \cdot l \cdot d\xi = \tau^* \cdot l \cdot b. \quad (3.33)$$

Atunci, efortul mediu de frecare pe toată suprafața paralelogramului $MNPQ$ va fi [Andrei et al, 2012], [Andrei, 2010], [Andrei et al, 2009]:

$$\tau_{med} = \frac{F_f}{A} = \frac{\tau^* \cdot l \cdot b}{l \cdot b} = \tau^*. \quad (3.34)$$

Pornind de la aceste considerente, forțele de frecare dezvoltate de fluid pe panourile plane definite în variantele a), b), c), și d), sunt [Andrei et al, 2012], [Andrei, 2010], [Andrei et al, 2009]:

$$F_{f1} = \tau_{P_{i-1,k}P_{i,k}}^* \cdot \left| \overline{P_{i-1,k}P_{i,k}} \times \overline{P_{i-1,k}P_{i-1,k+1}} \right|; \quad (3.35)$$

$$F_{f2} = \tau_{P_{i-1,k}P_{i,k}}^* \cdot \left| \overline{P_{i-1,k}P_{i,k}} \times \overline{P_{i,k}P_{i,k+1}} \right|; \quad (3.36)$$

$$F_{f3} = \tau_{P_{i-1,k+1}P_{i,k+1}}^* \cdot \left| \overline{P_{i-1,k+1}P_{i,k+1}} \times \overline{P_{i-1,k+1}P_{i-1,k}} \right|; \quad (3.37)$$

$$F_{f4} = \tau_{P_{i-1,k+1}P_{i,k+1}}^* \cdot \left| \overline{P_{i-1,k+1}P_{i,k+1}} \times \overline{P_{i,k+1}P_{i,k}} \right|. \quad (3.38)$$

Fie $\alpha_{P_{i-1,k}P_{i,k}}$, $\alpha_{P_{i-1,k+1}P_{i,k+1}}$ unghiurile formate de segmentele orizontale $P_{i-1,k}P_{i,k}$, respectiv $P_{i-1,k+1}P_{i,k+1}$ cu planul diametral al navei. Avem, evident [Andrei et al, 2012], [Andrei, 2010], [Andrei et al, 2009]:

$$\cos\alpha_{P_{i-1,k}P_{i,k}} = \frac{x_i - x_{i-1}}{P_{i-1,k}P_{i,k}}; \quad (3.39)$$

$$\cos\alpha_{P_{i-1,k+1}P_{i,k+1}} = \frac{x_i - x_{i-1}}{P_{i-1,k+1}P_{i,k+1}}. \quad (3.40)$$

Proiecțiile forțelor F_{f_i} , $i = \overline{1,4}$ pe planul diametral vor fi [Andrei et al, 2012], [Andrei, 2010], [Andrei et al, 2009]:

$$R_{f_1} = F_{f_1} \cdot \cos\alpha_{P_{i-1,k}P_{i,k}}; \quad (3.41)$$

$$R_{f_2} = F_{f_2} \cdot \cos\alpha_{P_{i-1,k}P_{i,k}}; \quad (3.42)$$

$$R_{f_3} = F_{f_3} \cdot \cos\alpha_{P_{i-1,k+1}P_{i,k+1}}; \quad (3.43)$$

$$R_{f_4} = F_{f_4} \cdot \cos\alpha_{P_{i-1,k+1}P_{i,k+1}}. \quad (3.44)$$

Media aritmetică a forțelor R_{f_i} , $i = \overline{1,4}$ va reprezenta componenta rezistenței de frecare a navei corespunzătoare panoului curb $P_{i-1,k}P_{i-1,k}P_{i,k+1}P_{i,k}$ [Andrei et al, 2012], [Andrei, 2010], [Andrei et al, 2009]:

$$R_{f_{P_{i-1,k}P_{i-1,k}P_{i,k+1}P_{i,k}}} = \frac{\sum_{i=1}^4 R_{f_i}}{4}, \quad (3.45)$$

inclusă în relația (3.26).

În ce privește termenul R_{f_c} (prezent în relația (3.26)), el se calculează relativ simplu: este cazul unei plăci plane într-un curent paralel, de viteză constantă (viteza de regim a navei).

3.4 CONCLUZII ȘI OBSERVAȚII FINALE

a) Modelul prezentat în acest paragraf este cvasi-plan, având la bază un câmp de viteze cu două componente scalare, v_x și v_y , de forma: $v_x = v_x(x, y, z)$, $v_y = v_y(x, y, z)$. Ele se obțin prin metoda surselor liniforme Kármán dispuse în planul diametral al navei, având intensitățile variabile cu cota z ;

b) Aproximarea unui panou curb de bordaj prin panouri plane de forma unor paralelograme (variantele a, b, c și d din paragraful 3.3.1), considerarea faptului că fluidul curge paralel cu aceste panouri cu viteze de tipul celor menționate în relațiile (3.24) și (3.25) și medierea forțelor R_{f_i} , $i = \overline{1,4}$ reprezintă modalități de ameliorare a abaterii de la forma curbă a panoului de bordaj și de la variația cu z a câmpului de viteze (3.45);

c) Evident, precizia modelului va fi cu atât mai bună cu cât numărul panourilor de bordaj luate în calcul este mai mare.

CAPITOLUL 4

PROGRAM DE CALCUL AL REZISTENȚEI DE FRECARĂ A UNEI CARENE

4.1 OBIECTIVELE PROGRAMULUI

Soluționarea modelului matematic de calcul al rezistenței de frecare a unei carene, prezentat în capitolul precedent, devine tot mai laborioasă cu cât numărul panourilor în care se divizează bordajul este mai mare. Dificultățile implicate de un asemenea volum de calcul sunt transferate computerului, cercetătorului revenindu-i misiunea de a elabora programul de calcul potrivit scopului propus: determinarea rezistenței de frecare. Acest scop reprezintă, de fapt, obiectivul final al programului de calcul pe care îl vom prezenta în cele ce urmează. Până la atingerea unui astfel de obiectiv, se impun a fi soluționate, în prealabil, următoarele obiective adiacente [Rodichin, 2012a]:

- determinarea câmpului de viteze la nivelul fiecărui plan de plutire luat în studiu, folosind o metodă potențială de curgere de tip Kármán;
- determinarea legii de variație a grosimii stratului limită la nivelul fiecărei linii de apă;
- determinarea legii de variație a efortului tangențial de frecare dintre lichid și bordajul navei, în lungul fiecărei linii de apă.

Codul în care a fost implementat modelul matematic de calcul al rezistenței de frecare a unei carene este realizat în limbaj Matlab. Sistemul Matlab (Matrix Laboratory) aparține firmei The MathWorks, Inc., SUA, și reprezintă atât un limbaj cât și un mediu de programare de înaltă performanță. Ca mediu de lucru, Matlab include facilități pentru manipularea variabilelor în spațiul de lucru, pentru importul și exportul datelor, precum și instrumente pentru dezvoltarea și manipularea fișierelor (M-files) și a aplicațiilor Matlab. Acesta reprezintă un mediu interactiv de calcul al problemelor ingineresti și științifice, operând în general cu matrici. Din acest motiv toate variabilele sau datele de intrare, calculele unei probleme și datele de ieșire sunt reprezentate sub această formă [Driscoll, 2006], [Ghinea et al, 2008], [Hahn et al, 2007], [Hunt et al, 2001], [Matlab 7, 2004], [Rodichin et al, 2012c], [Rodichin et al, 2012d].

4.2 ALGORITMUL DE SOLUȚIONARE A MODELULUI MATEMATIC PRIVIND CALCULUL REZISTENȚEI DE FRECARĂ A UNEI CARENE

Descriere algoritmului de calcul al rezistenței de frecare pe bordajul unei carene din cadrul programului este realizată cu ajutorul schemei logice reprezentată sub forma unei structuri bloc (fig. 4.1). Aceasta se compune din cinci etape principale, fiecare la rândul ei având mai mulți pași secvențiali. Structura bloc a fost elaborată în baza modelului matematic prezentat în capitolul anterior respectând în totalitate ordinea de calcul și condițiile impuse de acesta.

În cadrul tezei sunt incluse schemele logice detaliate ale fiecărei etape din structura prezentată în figura 4.1, în conformitate cu modelul de calcul.

De asemenea este inclusă modalitatea de prelucrare a datelor de intrare și raportarea unei carene la sistemul de axe local, respectiv global. Este realizată o corelare model matematic – program prin intermediul căreia sunt explicate amănunțit instrucțiunile și secvențele de comandă din cadrul programului. Fișierul script al programului numit Kármán-Flow.m file a fost inclus în anexa 2 a tezei.

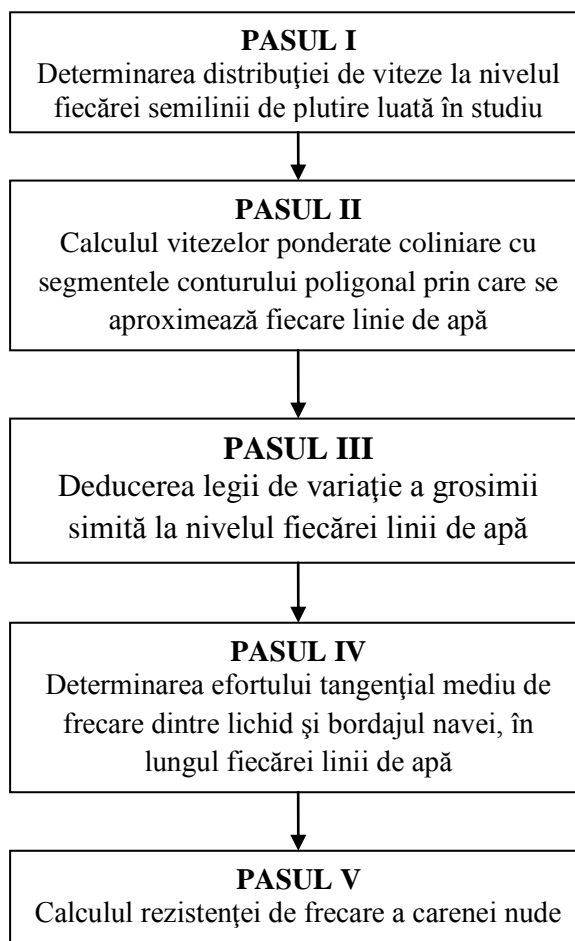


Fig. 4.1 Structura bloc principală a programului Kármán-Flow

4.3 CONCLUZII

Avantajele oferite de sistemul Matlab cu privire la soluționarea modelului matematic au condus la realizarea programului de calcul al rezistenței de frecare, prezentat în acest capitol. Acest sistem de calcul și programare oferă posibilitatea de a rezolva o problemă prin mai multe modalități. Astfel, au fost analizate toate variantele de soluționare a diverselor probleme întâmpinate pe parcurs și au fost adoptate cele potrivite pentru cazul de față. De aceea, programul Kármán-Flow are capacitatea de a satisface toate cerințele impuse inițial, și, evident de a atinge obiectivul propus. El oferă facilitatea de a realiza calcule pe carene drepte având un număr de linii de apă impus de către utilizator, acestea, la rândul lor fiind divizate

într-un număr variabil de segmente (deci, bordajul navei poate fi împărțit în câte panouri se dorește). Pentru ca acuratețea rezultatelor să fie cât mai bună, este necesar ca echivalarea carenei printr-o reuniune de panouri să fie cât mai riguroasă.

Pe lângă obiectivul principal al acestei teze, anume calculul rezistenței de frecare a unei carene, programul mai soluționează și alte probleme de hidrodinamică, cum ar fi:

- determinarea distribuției de viteze și presiuni la nivelul fiecărui plan de plutire luat în studiu, folosind o metodă potențială de curgere de tip Kármán;
- determinarea legii de variație a grosimii stratului limită la nivelul fiecărei linii de apă.

CAPITOLUL 5

VALIDAREA REZULTATELOR OBTINUTE CU AJUTORUL PROGRAMULUI DE CALCUL AL REZISTENȚEI DE FRECARĂ A UNEI CARENE

5.1 CALCULUL REZISTENȚEI DE FRECARĂ A UNEI CARENE CU AJUTORUL PROGRAMULUI KÁRMÁN-FLOW

5.1.1 Modelul de navă utilizat în vederea validării programului Kármán-Flow

Pentru validarea programului de calcul a fost ales modelul experimental ITTC al universității “Dunărea de Jos” din Galați (fig. 5.1), având caracteristicile din tabelul 5.1. Este un model de navă simplă, fără apendici (deci are o carenă nudă), fără bulb prova.

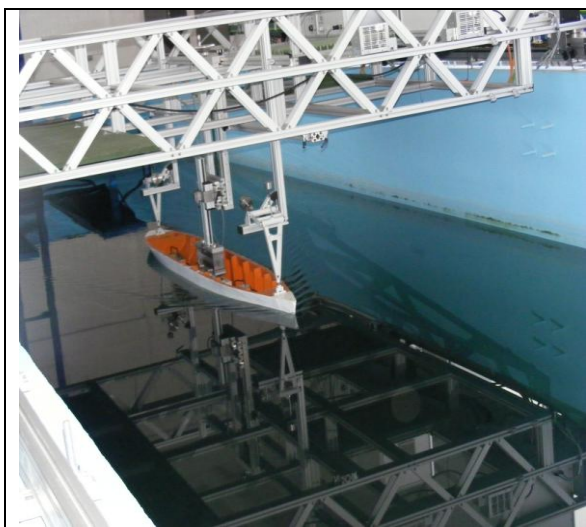


Fig. 5.1 Modelul experimental ITTC

Tabelul 5.1

Caracteristici principale	Valori
Lungimea la plutire, L_{WL}	2.878 m
Lungimea între perpendiculare, L_{PP}	2.8 m
Lățimea, B	0.4 m
Pescajul, T	0.166 m
Deplasamentul volumetric, ∇	0.107 m ³
Suprafața udată, S	1.409 m ²
Coeficientul bloc, C_B	0.560
Coeficientul secțiunii maestre, C_M	0.957
Coeficientul plutirii, C_W	0.756

5.1.2 Datele de intrare ale programului Kármán-Flow

După cum reiese din capitolul 4 al tezei, datele de intrare ale programului Kármán-Flow sunt:

- fișier ce conține coordonatele liniilor de apă pe abscisă, unde fiecare linie de apă este raportată la un sistem de axe de coordonate cu originea în 0, notat x ;
- fișier ce conține coordonatele liniilor de apă pe ordonată, unde fiecare linie de apă este raportată la un sistem de axe de coordonate cu originea în 0, notat y ;
- fișier ce conține coordonatele liniilor de apă pe abscisă, raportat la un sistem de axe de coordonate cu originea în primul punct al liniei de apă de la cota 0, notat x_{carena} ;

- fișier ce conține coordonatele liniilor de apă pe ordonată, raportat la un sistem de axe de coordonate cu originea în primul punct al liniei de apă de la cota 0, notat $ycarena$;
- fișier ce conține cotele liniilor de apă, notat $zcarena$;
- fișier ce conține valorile lungimilor segmentelor care împart suprafața chilei pe lățimea acesteia notat u ;
- lățimea maximă a chilei, notată $bmax$;
- numărul lungimilor conținute în fișierul u , notat cu $distu$;
- viteza de regim a navei pentru care se efectuează calculul, notată vn ;
- vâscozitatea cinematică a fluidului, notată nu ;
- densitatea fluidului, notată ro .

Ultimii trei parametri sunt ușor de introdus direct în fereastra de comandă a mediului de dezvoltare din sistemul Matlab. Problema care se ridică constă în prelucrarea coordonatelor liniilor de apă din planul de forme al navei, prezentat în figura 5.2, în vederea realizării fișierelor de coordonate menționate mai sus.

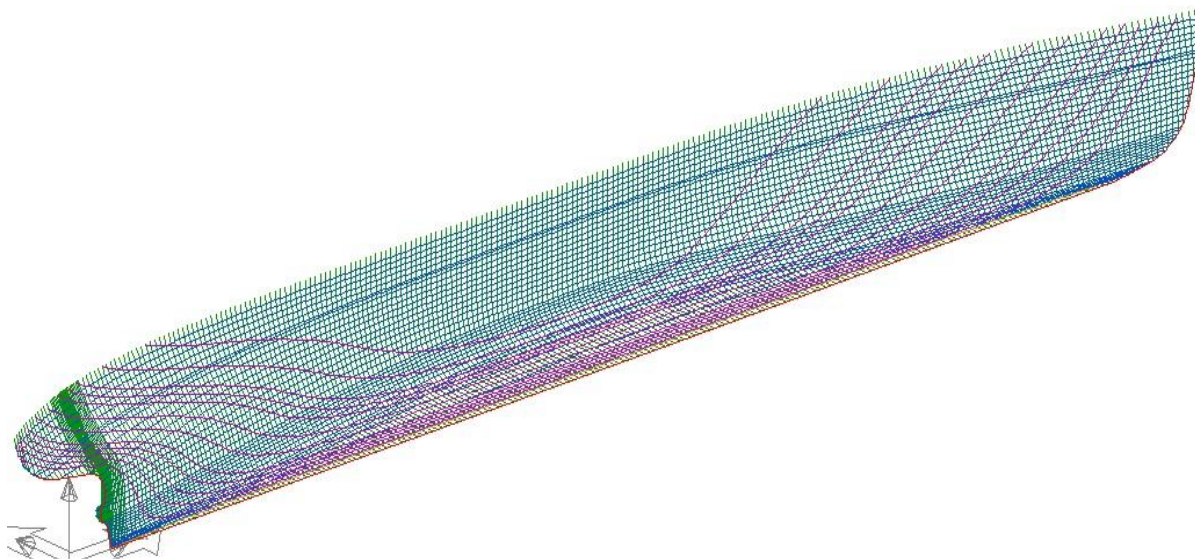


Fig. 5.2 Planul de forme al modelului ITTC

Coordonatele liniilor de plutire se raportează, după cum reiese din capitolul 3 al prezentei teze, la două sisteme de coordonate. Primul sistem de coordonate este unul local cu originea în primul punct din extremitatea prova al fiecărei linii de apă și se aplică pentru elaborarea fișierelor x și y în vederea determinării distribuției de viteze și presiuni de-a lungul frontierei stratului limită a fiecărei linii de apă. Cel de-al doilea este un sistem global, liniile de apă raportându-se la acesta, păstrând originea în extremitatea prova. Procedura din urmă servește la elaborarea fișierelor $xcarena$ și $ycarena$, fișierul $zcarena$ fiind dedus ușor din planul de forme, indiferent de sistemul de axe de coordonate la care este raportată carena.

În acest sens, au fost luate în calcul 25 de semilinii de apă ale planului de forme, ce au fost aviate, mai întâi, apoi divizate în 100 de segmente. Figura 5.3 prezintă liniile de apă din planul de forme raportat la sistemul de axe de coordonate cu originea în perpendiculara pupa.

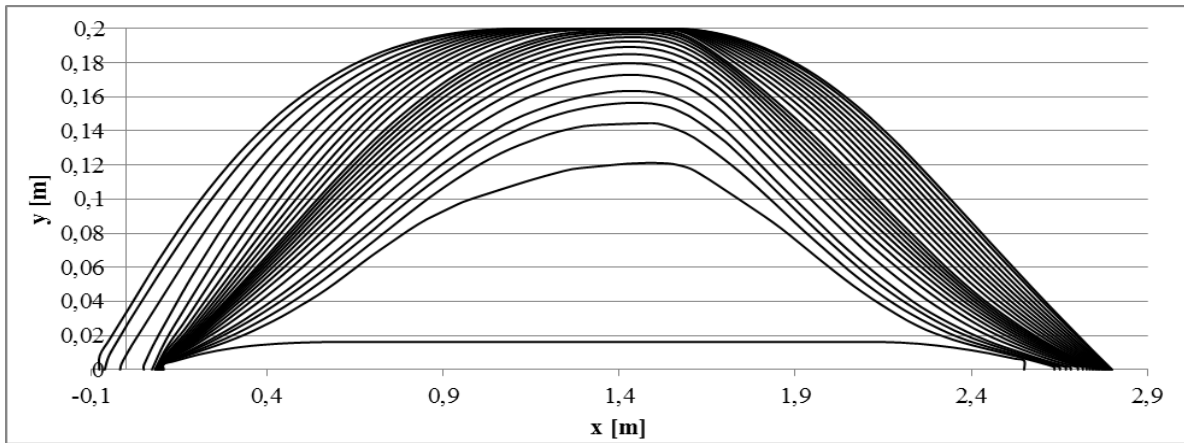


Fig. 5.3 Linii de plutire în sistemul de referință inițial

În figura 5.4 sunt reprezentate liniile de apă raportate la sistemul de referință local cu originea în extremitatea prova. Se observă că ele au aceeași structură, deci metoda propusă pentru schimbarea sistemului de axe de coordonate nu le schimbă, cum era și firesc.

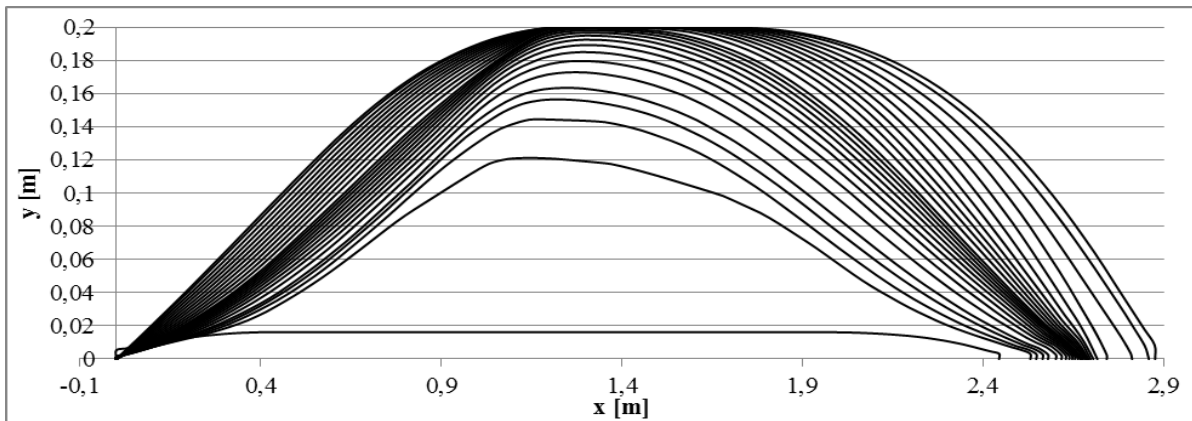


Fig. 5.5 Liniile de plutire raportate la sistemul de referință local

Figura 5.5 prezintă liniile de plutire raportate la sistemul de referință global. De asemenea, ca și în etapa prezentată anterior, structura liniilor de apă, linia etravei și cea a etamboului nu au suferit modificări.

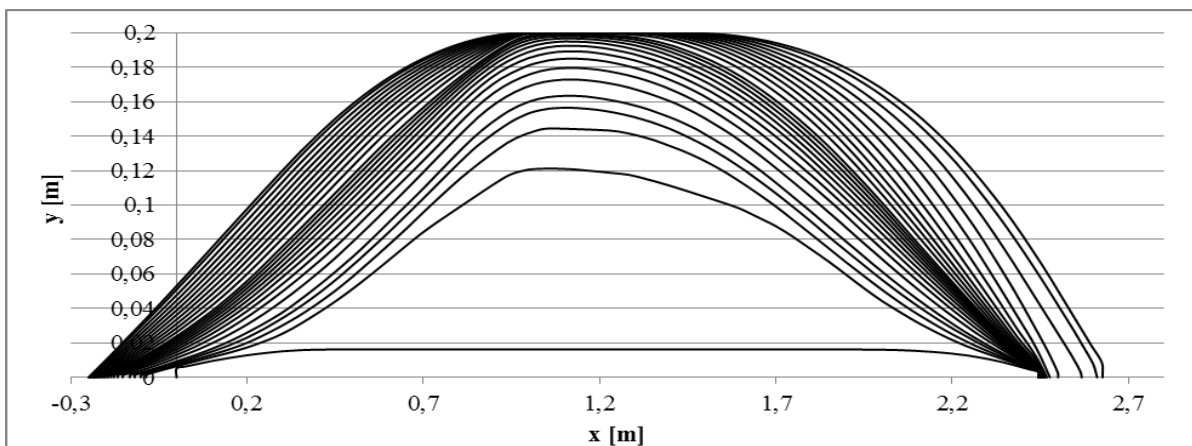


Fig. 5.4 Liniile de plutire raportate la sistemul de referință global

Disponând de fișierele necesare, mai rămân de stabilit celelalte date de intrare pentru care se efectuează calculele, acestea fiind:

- $v_n = \overline{0.5 \div 1}$ m/s – viteza de regim a navei (care este egală cu viteza curentului);
- $\nu = 1,18831 \cdot 10^{-6}$ m²/s – vâscozitatea cinematică a fluidului la temperatura de 15° C pentru apă de mare;
- $\rho = 1025 \text{ Kg/m}^3$ densitatea fluidului la temperatura de 15° C pentru apa de mare.

5.1.3 Modalități de evitare a singularităților la nivelul extremităților semiliniilor de plutire

Pentru determinarea vitezelor ponderate coliniare cu vectorii determinați de punctele caracteristice ale fiecărei semilinii de apă, sunt necesare valorile componentelor vitezelor corespunzătoare punctelor intermediare. Aceste puncte intermediare sunt capetele segmentelor ce aproximează fiecare linie de plutire. În metoda lui Kármán s-au evitat aceste extremități. După cum se observă în capitolul 4, programul Kármán-Flow realizează separat calculele în acele puncte, prin adoptarea acestora în vecinătatea punctelor ce au ordonatele $y=0$. Pentru stabilirea poziției punctelor intermediare din proximitatea singularităților, au fost efectuate încercări prezentate în cele ce urmează. Linia de apă studiată are cota $z=0.1664$ m, iar viteza de regim luată în calcul este $v_n=0.8$ m/s. Au fost studiate patru cazuri, adoptându-se, pe rând, valori din ce în ce mai mici ale distanțelor față de singularități, prezentate în tabelul de mai jos [Rodicichin, 2012b]:

Cazul I	Cazul II	Cazul III	Cazul IV
$X_{O_1} = 0.1X_1;$	$X_{O_1} = 0.01X_1;$	$X_{O_1} = 0.001X_1;$	$X_{O_1} = 0.0001X_1;$
$Y_{O_1} = 0.1\%Y_1;$	$Y_{O_1} = 0.01\%Y_1;$	$Y_{O_1} = 0.001\%Y_1;$	$Y_{O_1} = 0.0001\%Y_1;$
$X_{O_n} = 99.9\%x_n;$	$X_{O_n} = 99.99\%x_n;$	$X_{O_n} = 99.999\%x_n;$	$X_{O_n} = 99.9999\%x_n;$
$Y_{O_n} = 0.1\%y_{n-1}.$	$Y_{O_n} = 0.01\%y_{n-1}.$	$Y_{O_n} = 0.001\%y_{n-1}.$	$Y_{O_n} = 0.0001\%y_{n-1}.$

Având în vedere cazurile studiate și analizând rezultatele obținute, au fost adoptate punctele intermediare de la extremitățile semiliniilor de apă din cazul III, deoarece s-a considerat că în acele zone oscilațiile apărute sunt mai mici față de celelalte cazuri. În cadrul tezei sunt prezentate graficele obținute ale distribuției de viteze și a coeficientului de presiune pentru cele patru cazuri.

5.1.4 Calculul distribuției de viteze și presiuni de-a lungul unei semilinii de plutire cu ajutorul programului Kármán-Flow

Disponând de datele de intrare necesare calculelor cu programul Kármán-Flow, pot fi atinse obiectivele prezentei teze. În cele ce urmează sunt prezentate rezultatele privind distribuția de viteze și de presiuni la nivelul semiliniilor de apă de la cota $z=0.1664$, pentru o gamă de viteze $v_n = \overline{0.5 \div 1}$ m/s [Rodicichin et al, 2012b], [Rodicichin et al, 2012d].

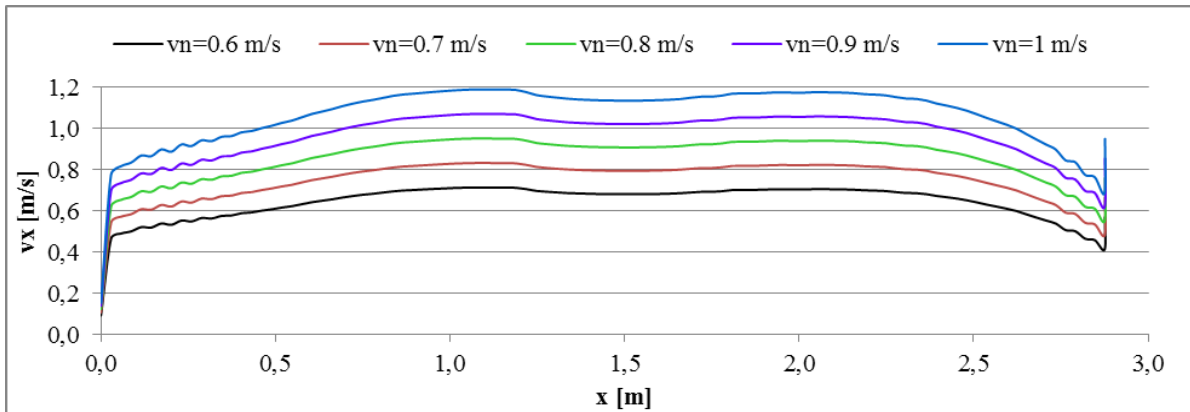


Fig. 5.17 Distribuția componentei v_x a vitezei de-a lungul liniei de apă pentru cele cinci valori ale vitezei de regim

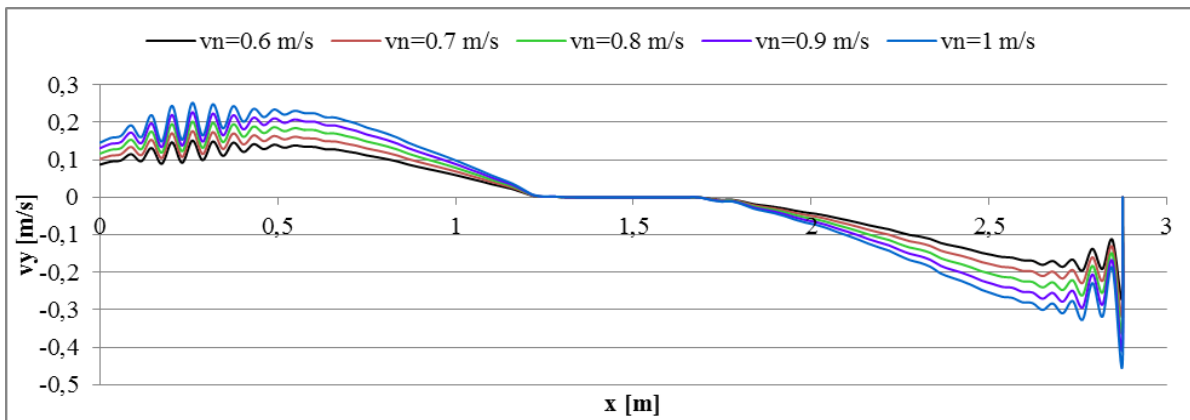


Fig. 5.18 Distribuția componentei v_y a vitezei de-a lungul liniei de apă pentru cele cinci valori ale vitezei de regim

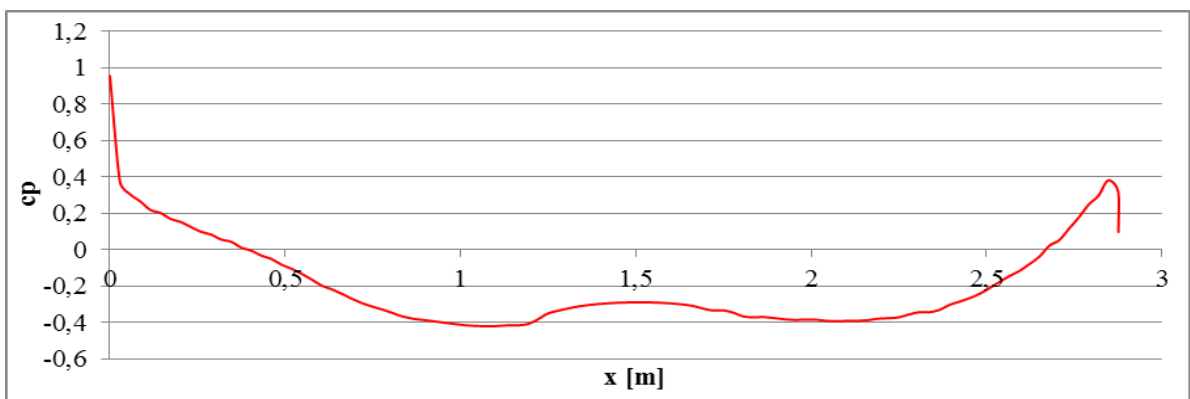


Fig. 5.19 Distribuția coeficientului de presiune de-a lungul liniei de apă

Observație: deoarece distribuția coeficientului de presiune pentru cele cinci valori ale vitezei curentului este, formal, aceeași, fig. 5.19 prezintă doar un singur caz. Pentru celelalte semilinii de apă luate în calcul, graficele sunt prezentate în a doua anexă a tezei.

5.1.4 Determinarea variației grosimii stratului limită de-a lungul unei semilinii de plutire cu ajutorul programului Kármán-Flow

O altă problemă (un alt obiectiv adiacent al tezei) ce poate fi studiată cu ajutorul programului Kármán-Flow este variația grosimii stratului limită. În figura 5.20 este reprezentată variația grosimii stratului limită de-a lungul liniei de plutire de la cota $z=0.1664$ pentru cele cinci valori ale vitezei de regim, pentru celelate semilini de apă graficele fiind prezentate în anexa 2 a tezei [Rodicichin et al, 2012c].

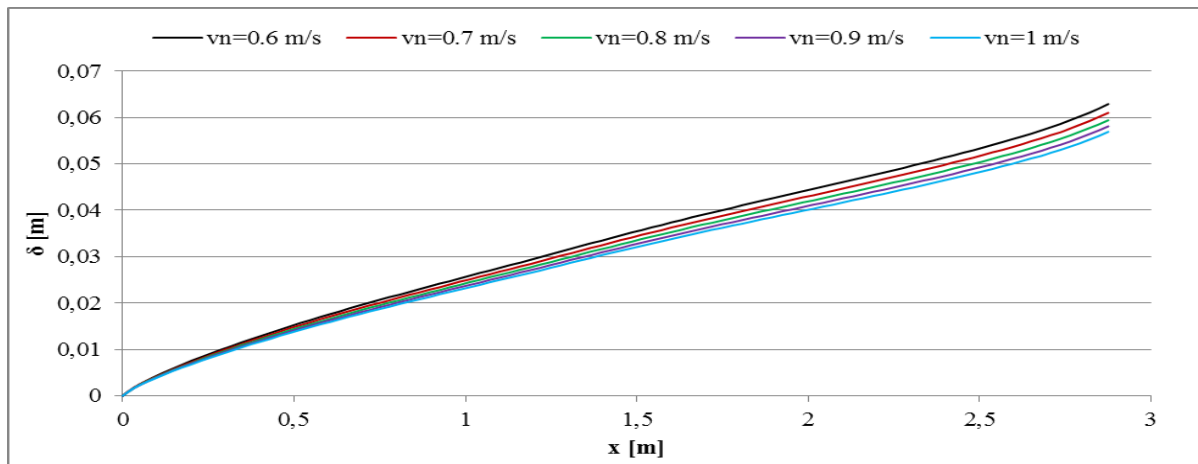


Fig. 5.20 Variația grosimii stratului limită de-a lungul liniei de apă pentru cele cinci valori ale vitezei de regim

5.1.5 Determinarea rezistenței de frecare a carenei cu ajutorul programului Kármán-Flow

Calculul rezistenței de frecare a unei carene printr-o metodă diferită de cele actuale reprezintă principalul scop al studiului abordat în această teză de doctorat. Pentru atingerea acestui obiectiv au fost realizate simulări numerice pe carena modelului ITTC (prezentat în debutul acestui capitol) utilizând programul Kármán-Flow detaliat în capitolul anterior. Segmentele în care semiliniile de apă au fost divizate determină pe înălțime panouri prin care este aproximată suprafața udată a bordajului navei. Pentru a obține o aproximare cât mai riguroasă este necesar să se aibă în vedere următoarele aspecte:

- liniile de plutire trebuie să fie corect aviate;
- numărul de segmente în care trebuie divizate semiliniile de plutire trebuie să fie cât mai mare, și același pentru toate, acordându-se o atenție sporită geometriei pe care acestea o prezintă;
- în zonele unde carena prezintă curburi pronunțate este necesar să se includă în calcul mai multe semilini de apă;
- pentru carenele cu forma pupă tăiată se va ține cont ca ultimile două puncte ale semiliniilor de apă să nu aibă abscisele egale ($x_n \neq x_{n-1}$), deoarece programul va da o eroare la rezolvarea sistemului de ecuații care calculează debitele specifice. Astfel, pentru a evita acest lucru, abscisa penultimului punct al semiliniiei de plutire se va calcula cu relația

$x_{n-1} = 99.999\% \cdot x_n$. Valoarea obținută va înlocui vechea valoare din fișierul x , procedura aplicându-se pentru fiecare semilinie de apă ce prezintă această particularitate.

Precizările de mai sus au rezultat în urma diverselor cazuri încercate și analizate pe parcursul elaborării programului de calcul în ideea de a evidenția toate situațiile în care poate fi utilizat.

În tabelul 5.3 sunt prezentate valorile rezistenței de frecare obținute cu programul Kármán-Flow (notată R_{FK}) și a numărului Reynolds (notat R_{eK}), corespunzătoare datelor de intrare prezentate în cadrul acestui capitol, iar figura 5.21 prezintă curba acestora pentru cele cinci valori ale vitezei curentului.

Tabelul 5.3

Viteza de regim v_n [m/s]	Rezistența de frecare R_{FK} [N]
0.6	1.184
0.7	1.563
0.8	1.987
0.9	2.457
1	2.970

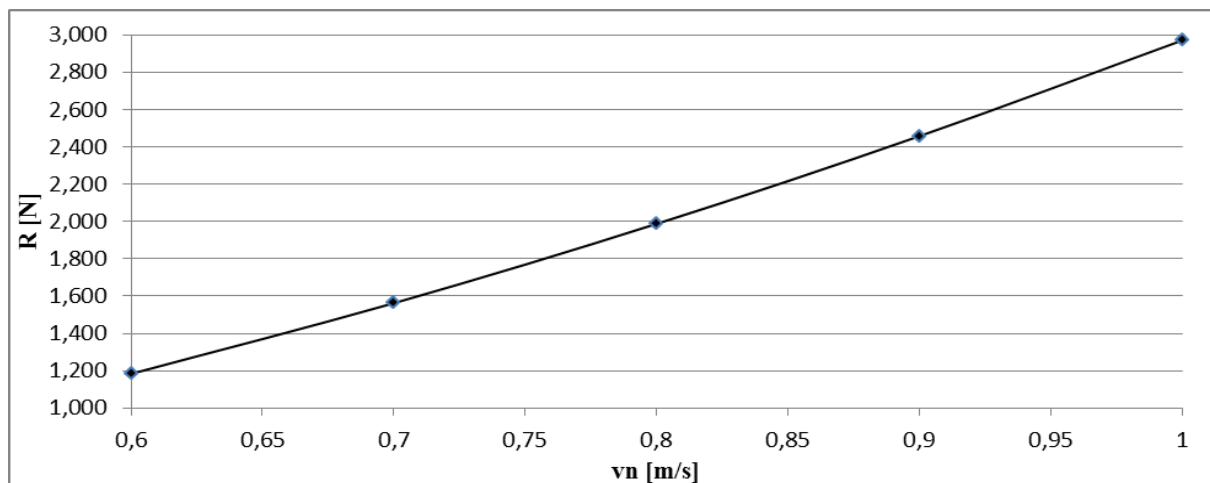


Fig. 5.21 Rezistența de frecare R_{FK} a modelului ITTC

Este important de menționat modul de calcul al numărului Reynolds cu ajutorul programului Kármán-Flow, deoarece este diferit față de metodele actuale. După cum reiese din capitolul 4, acest calcul se efectuează pe fiecare semilinie de apă, mai exact, pe conturul poligonal prin care este aproximată. Acesta este unul dintre aspectele care deosebesc metoda de calcul al rezistenței de frecare studiată față de metodele actuale. În cadrul tezei, este prezentat un tabel care evidențiază valorile numărului Reynolds pentru fiecare semilinie de plutire corespunzătoare celor cinci valori ale vitezei curentului.

Dacă sunt îndeplinite condițiile impuse la începutul acestui paragraf cu privire la aproximarea suprafeței carenei cu o mulțime de plăci plane și la elaborarea fișierelor ce conțin datele de intrare, simulările numerice realizate cu programul Kármán-Flow necesită un timp relativ mic. Bineînțeles că perioada de timp depinde într-o măsură foarte mare de numărul de panouri în care este divizată suprafața udată a carenei.

5.2 CALCULUL REZISTENȚEI DE FRECARĂ A UNEI CARENE PRIN METODA ITTC'57

După cum este cunoscut, relația de calcul al rezistenței de frecare, în ipoteza echivalării suprafeței carenei cu o placă plană, este prezentă în majoritatea metodelor teoretice de determinare a rezistenței la înaintare. Această relație, deja menționată în capitolul 2.

Coeficientul C_F de mai sus poartă denumirea de coeficient de frecare. Relația de calcul al acestui coeficient a fost dedusă statistic, din analiza datelor obținute prin experimente în bazine de cercetare (linia ITTC de calcul), de asemenea fiind prezentată în capitolul 2.

Deși linia ITTC'57 menționată mai sus a intrigat mulți cercetători din domeniul hidrodinamicii de-a lungul timpului, determinându-i să o studieze profund și să elaboreze diverse variante ale acesteia, ea se aplică în continuare. Motiv pentru care, am inclus acest subcapitol pentru calculul rezistenței de frecare a carenei ITTC prin metoda expusă mai sus. Parametrii de intrare rămân aceiași deoarece, într-un paragraf viitor, se dorește compararea rezultatelor obținute prin metodele prezentate în capitolul de față. În figura 5.22 este prezentată curba rezistenței de frecare calculată după metoda ITTC – 1957.

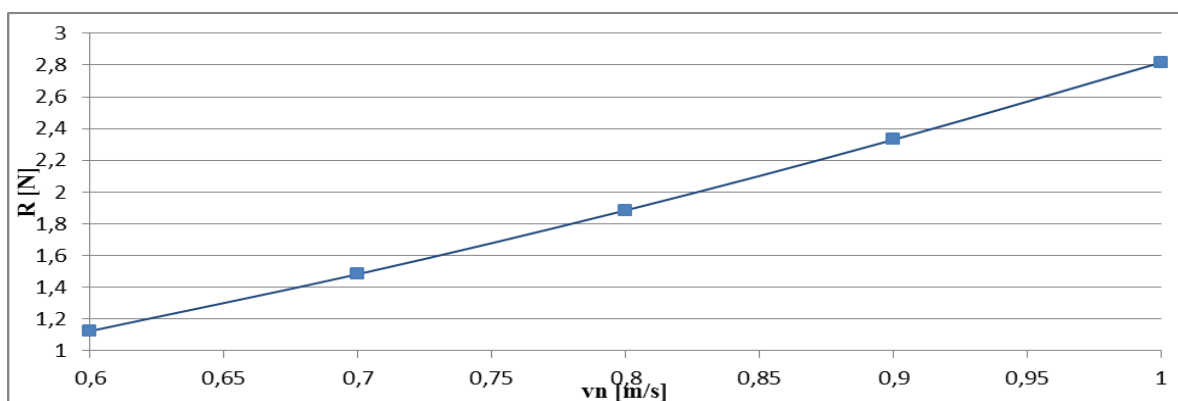


Fig. 5.22 Rezistența de frecare R_{FI} a modelului ITTC

Tabelul 5.4 prezintă valorile rezistenței de frecare (notată R_{FI}), a coeficientului de frecare (notat C_{FI}), a numărului Reynolds (notat Re_l), corespunzătoare celor cinci valori ale vitezei de regim menționate.

Tabelul 5.4

Viteza de regim v_n [m/s]	Numărul Reynolds Re_l	Coeficientul de frecare C_{FI}	Rezistența de frecare R_{FI} [N]
0.6	$1.453156 \cdot 10^6$	$4.329 \cdot 10^3$	1.125
0.7	$1.695349 \cdot 10^6$	$4.193 \cdot 10^3$	1.483
0.8	$1.937542 \cdot 10^6$	$4.080 \cdot 10^3$	1.885
0.9	$2.179734 \cdot 10^6$	$3.984 \cdot 10^3$	2.330
1	$2.421927 \cdot 10^6$	$3.902 \cdot 10^3$	2.817

Numărul Reynolds prezentat în tabelul de mai sus se calculează după relația:

$$\text{Re} = \frac{v \cdot L}{\nu}, \quad (5.1)$$

Din formula (5.4) reiese că numărul Reynolds se determină pentru întreaga carenă, utilizând lungimea dintre perpendiculare, L .

5.3 CALCULUL REZISTENȚEI DE FRECARĂ A UNEI CARENE CU AJUTORUL PROGRAMULUI SHIPFLOW

Programele de calcul bazate pe metode CFD (Computational Fluid Dynamics) s-au dezvoltat vertiginos în ultimii ani. Cu ajutorul lor se rezolvă diverse probleme din domeniul hidrodinamicii privind curgerea fluidului în jurul carenelor navale. Cu toate acestea, majoritatea acestor programe calculează rezistența totală a carenei incluzând rezistența de frecare determinată prin metoda ITTC. S-a optat totuși, pentru determinarea coeficientului de frecare al modelului ITTC, cu ajutorul programului Ship-Flow. Acesta aparține Universității Flowtech International AB and Chalmers University of Technology. Principiul de lucru al acestui program se bazează, ca și programul Kármán-Flow, pe ideea divizării carenei într-o mulțime de panouri plane, însă aplicând metoda Hess și Smith dezvoltată prin anii '60. Din cele cinci module de care acesta dispune, s-au utilizat doar trei, și anume: XMESH, XPAN, XBOUND.

Simularea numerică a fost realizată pentru cele cinci valori ale vitezei de regim, ținându-se cont de suprafața liberă și de vâscozitatea cinematică a fluidului, respectiv densitatea acestuia la temperatura apei de $15^\circ C$ pentru apa de mare.

După cum s-a menționat în capitolul 4, în acest program sunt utilizate cuplele navei, în baza cărora se elaborează fișierul datelor de intrare. Vizualizarea cuplelor este posibilă utilizând Ship-Flow Design (fig. 5.22).

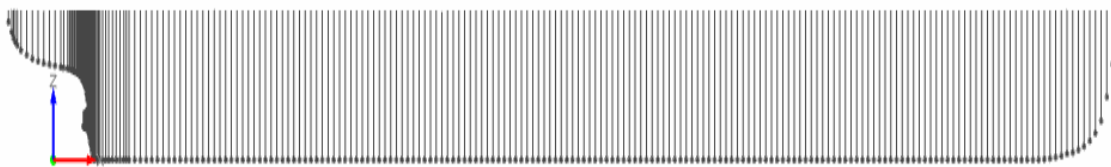


Fig. 5.23 Vedere laterală a cuplelor modelului ITTC

După realizarea fișierului ce conține datele de intrare, se elaborează grila de discretizare a modelului (fig. 5.24). Aceasta a fost elaborată utilizând modulul XMESH al programului, care poate fi folosit și separat de celelalte module. Se observă că discretizarea este mai densă la extremități, pentru o aproximare mai bună a curburilor carenei din acele zone.

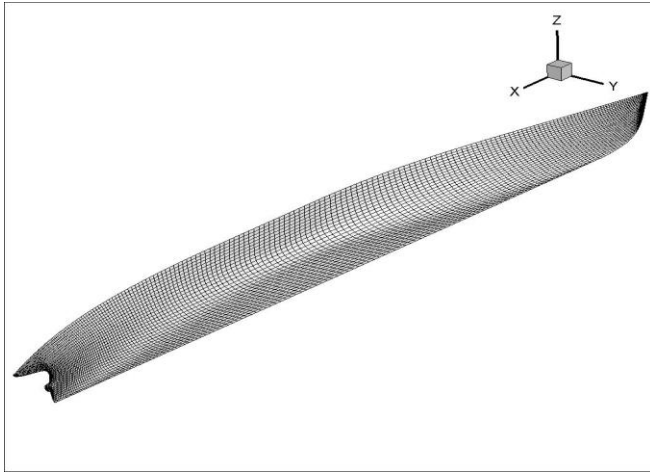


Fig. 5.24 Grila de discretizare a modelului ITTC

După realizarea grilei suprafeței carenei, utilizând modulele XPAN și XBOUND alături de XMESH, se introduc în fișierul de comandă al programului comenzile necesare executării calculului. Modulul XPAN este destinat soluționării curgerii potențiale în jurul corpurilor tridimensionale, iar XBOUND realizează studiul curgerii turbulente din stratul limită. Modulul XPAN este destinat soluționării

curgerii potențiale în jurul corpurilor tridimensionale, iar XBOUND realizează studiul curgerii turbulente din stratul limită. Ecuația integrală a impulsului pentru stratul limită este soluționată de-a lungul liniilor de curent, acest lucru contribuind la determinarea coeficientului de frecare. Tabelul 5.5 prezintă valorile rezistenței de frecare notată R_{FS} , a coeficientului de frecare notat C_{FS} , a numărului Reynolds notat Re_S , corespunzătoare celor cinci valori ale vitezei de regim. Trebuie specificat faptul că rezistența de frecare R_{FS} a fost determinată utilizând relația 5.2, deci echivalând suprafața udată a carenei cu o placă plană de dimensiuni similare cu cele ale modelului ITTC.

Figura 5.25 reprezintă curba rezistenței de frecare R_{FS} determinată în baza datelor din tabelul 5.5.

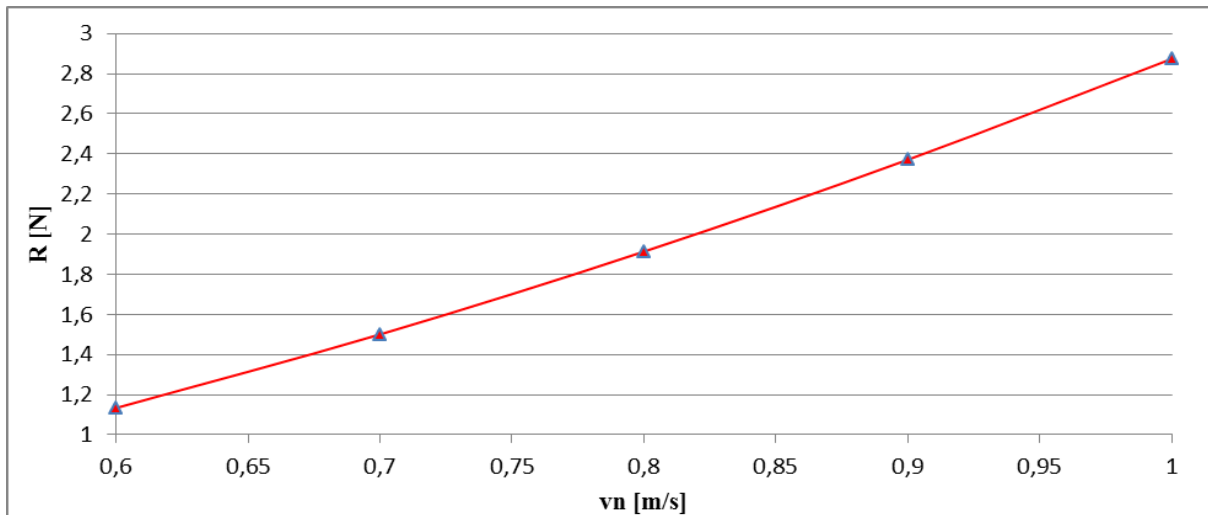


Fig. 5.25 Rezistența de frecare R_{FS} a modelului ITTC

Tabelul 5.5

Viteza de regim v_n [m/s]	Numărul Reynolds R_{eS}	Coefficientul de frecare C_{FS}	Rezistența de frecare R_{FS} [N]
0.6	$1.453156 \cdot 10^6$	$4.363 \cdot 10^{-3}$	1.134
0.7	$1.695349 \cdot 10^6$	$4.242 \cdot 10^{-3}$	1.500
0.8	$1.937542 \cdot 10^6$	$4.141 \cdot 10^{-3}$	1.913
0.9	$2.179734 \cdot 10^6$	$4.055 \cdot 10^{-3}$	2.371
1	$2.421927 \cdot 10^6$	$3.981 \cdot 10^{-3}$	2.874

5.4 COMPARAREA REZULTATELOR

Determinarea rezistenței de frecare prin metoda ITTC'57 și cu ajutorul programului Ship-Flow a fost efectuată în vederea validării rezultatelor privind rezistența de frecare calculată cu ajutorul programului Kármán-Flow.

Tabelul 5.6

Viteza de regim v_n [m/s]	Rezistența de frecare R_{FK} [N]	Rezistența de frecare R_{FI} [N]	Rezistența de frecare R_{FS} [N]
0.6	1.184	1.125	1.134
0.7	1.563	1.483	1.500
0.8	1.987	1.885	1.913
0.9	2.457	2.330	2.371
1	2.970	2.817	2.874

Figura 5.26 prezintă rezultatele rezistenței de frecare determinată prin cele trei metode studiate în această teză, bazate pe valorile din tabelul 5.6.

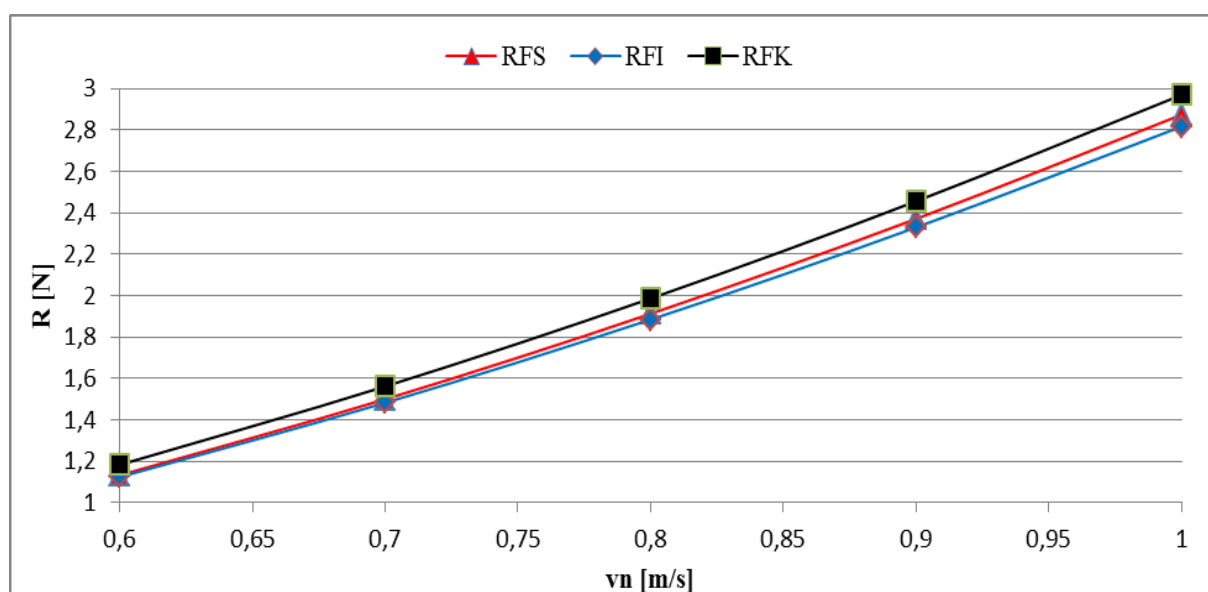


Fig. 5.26 Rezistența de frecare R_{FS} , R_{FI} , și R_{FK} a modelului ITTC

În tabelul 5.7 sunt prezentate valorile erorilor dintre rezultatele rezistenței de frecare determinate cu programul Kármán-Flow și cele calculate relația plăcii plane echivalente utilizând coeficientul de frecare obținut cu programul Ship-Flow.

Tabelul 5.7

Viteza de regim v_n [m/s]	Rezistența de frecare R_{FK} [N]	Rezistența de frecare R_{FS} [N]	Eroare [%]
0.6	1.184	1.134	4.222
0.7	1.563	1.500	3.966
0.8	1.987	1.913	3.718
0.9	2.457	2.371	3.747
1	2.970	2.874	3.221

În tabelul 5.8 sunt prezentate valorile erorilor dintre rezultatele rezistenței de frecare determinate cu programul Kármán-Flow și cele calculate cu relația plăcii plane echivalente utilizând coeficientul de frecare obținut prin metoda ITTC'57.

Tabelul 5.8

Viteza de regim v_n [m/s]	Rezistența de frecare R_{FK} [N]	Rezistența de frecare R_{FI} [N]	Eroare [%]
0.6	1.184	1.125	4.968
0.7	1.563	1.483	5.074
0.8	1.987	1.885	5.127
0.9	2.457	2.330	5.146
1	2.970	2.817	5.141

În tabelul 5.9 sunt prezentate valorile erorilor dintre rezultatele rezistenței de frecare determinate cu relația plăcii plane echivalente utilizând coeficientul de frecare obținut prin metoda ITTC'57 și cele calculate cu relația plăcii plane echivalente utilizând coeficientul de frecare calculat cu programul Ship-Flow.

Tabelul 5.9

Viteza de regim v_n [m/s]	Rezistența de frecare R_{FS} [N]	Rezistența de frecare R_{FI} [N]	Eroare [%]
0.6	1.134	1.125	0.778
0.7	1.500	1.483	1.153
0.8	1.913	1.885	1.463
0.9	2.371	2.330	1.732
1	2.874	2.817	1.984

Se poate observa ușor faptul că cele mai mici valori ale erorilor sunt acelea dintre rezultatele rezistenței de frecare determinate cu relația plăcii plane echivalente utilizând coeficientul de frecare obținut prin metoda ITTC'57 și cele calculate cu relația plăcii plane echivalente utilizând coeficientul de frecare calculat cu programul Ship-Flow, iar cele dintre rezultatele rezistenței de frecare determinate cu programul Kármán-Flow și cele calculate cu relația plăcii plane echivalente utilizând coeficientul de frecare obținut prin metoda ITTC'57 sunt ceva mai mari. Având în vedere faptul că în literatura de specialitate există studii ale

rezistenței de frecare în care erorile ating și valori de până la 10%, se consideră că rezultatele obținute cu metoda dezvoltată în teză se încadrează în limite rezonabile.

5.5 CONCLUZII

Evaluând cele prezentate în capitolul de față, se pot deduce următoarele concluzii:

1. A fost ales pentru verificarea programului Kármán-Flow modelul ITTC al universității “Dunărea de Jos” din Galați.

2. A fost realizat planul de forme tridimensional al modelului ITTC spre a servi atât calculelor realizate cu ajutorul programului Kármán-Flow, utilizând semiliniile de plutire ale acestuia, cât și simulărilor numerice efectuate prin intermediul programului Ship-Flow, folosind, de această dată semicuplele.

3. A fost prezentată o modalitate de evitare a singularităților de la capetele semiliniilor de apă, prin adoptarea punctelor intermediare cât mai aproape de planul diametral.

4. Au fost reprezentate graficele distribuției de viteze și de presiuni de-a lungul unei semilinii de apă, valorile acestora fiind de mare folos în cadrul programului Kármán-Flow (prezentat în capitolul anterior) la determinarea vitezelor ponderate utilizate la determinarea constantei de integrare din structura legii de variație a grosimii stratului limită.

5. În vederea determinării rezistenței de frecare, au fost prezentate trei metode: cu ajutorul programului Kármán-Flow, cu ajutorul relației de calcul a plăcii plane echivalente incluzând coeficientul de frecare, determinat prin metoda ITTC’57, pe de o parte, și obținut prin intermediul programului Ship-Flow, pe de altă parte.

6. Prin compararea rezultatelor obținute pe cele trei căi prezentate și din analiza acestora deducem că eroarea maximă se încadrează în jurul valorii de 5%. În literatura de specialitate există erori și mai mari în ceea ce privește rezistența de frecare iar această direcție de cercetare se mai află în atenția cercetătorilor. Având în vedere aceste aspecte, considerăm că erorile obținute din studiul ce a făcut subiectul acestei teze se încadrează în limite acceptabile.

CAPITOLUL 6

CONTRIBUȚII PERSONALE ȘI ÎN COLABORARE. CONCLUZII

6.1 CONTRIBUȚII PERSONALE ȘI ÎN COLABORARE

Teza de doctorat “Contribuții privind extinderea teoriei stratului limită de la placa plană la o suprafață curbă, cu aplicații la nave” include o serie de contribuții științifice, elaborate de autor fie singur, fie în colaborare cu conducătorul său științific, prezentate sintetic, astfel:

1. modelul matematic de obținere a câmpului cvasi-plan de viteze din jurul carenei, bazat pe dispunerea unor surse continue liniforme în planul diametral al navei, pentru mai multe linii de apă situate între chilă și planul plutirii;
2. metodologia de calcul al vitezelor ponderate, coliniare respectiv cu segmentele conturului poligonal prin care se aproximează fiecare linie de apă.
3. deducerea legii de variație a grosimii stratului limită între prova și pupa, la nivelul tuturor liniilor de apă luate în studiu;
4. deducerea efortului tangențial mediu de frecare pe panourile suprafeței poliedrale prin care se aproximează suprafața udată a carenei și, implicit, a rezistenței de frecare a carenei nude;
5. elaborarea unui program, complex de calcul (intitulat Kármán-Flow) în concordanță cu modelul matematic de obținere a rezistenței de frecare dezvoltat în teză.

Primele patru contribuții menționate mai sus se regăsesc în lucrările științifice [*Andrei V., Rodicichin, N. G., 2010*], [*Andrei, V., Rodicichin N. G., 2011b*], [*Andrei, V., Rodicichin N. G., 2012*], [*Rodicichin, N. G., Andrei, I. V., 2010b*], [*Rodicichin, N. G., Andrei, I. V., 2012b*], [*Rodicichin, N. G., Andrei, I. V., 2012c*], [*Rodicichin, N. G., Andrei, I. V., 2012d*], [*Rodicichin, N. G., Andrei, I. V., 2012e*], iar a cincea se datorează exclusiv autorului tezei, nefiind publicată, decât parțial până în prezent.

6.2 CONCLUZII

Conform metodei ITTC – 57, rezistența de frecare a unei carene nude se determină cu o relație de forma:

$$R_F = C_F \cdot \rho A \frac{v_0^2}{2}, \quad (6.1)$$

mărimile incluse având următoare semnificații: C_F – coeficientul rezistenței de frecare; ρ – densitatea apei; A – suprafața udată a carenei; v_0 – viteza de regim a navei.

În ce privește coeficientul de frecare, acesta este dependent de numărul Reynolds al curgerii,

$$\text{Re} = \frac{v \cdot L}{\nu}, \quad (6.2)$$

(L fiind lungimea între perpendiculare, iar ν – vâscozitatea cinematică a apei).

De aici rezultă că, pentru o mulțime de nave de aceeași lungime L , având suprafața udată a carenei de aceeași mărime A , și aceeași viteză de regim v_0 , rezistența de frecare a carenei nude este aceeași indiferent de curbura suprafeței carenei (fapt greu de acceptat din punct de vedere fizic).

Această constatare a reprezentat o provocare atât pentru conducătorul științific cât și pentru autorul tezei, primul propunând, iar al doilea acceptând o temă de doctorat având ca obiectiv o nouă metodă de calcul al rezistenței de frecare care să țină seama și de curbura carenei.

Este binecunoscut faptul că teoria stratului limită dezvoltat pe o placă plană de un curent paralel conduce la o relație de calcul al rezistenței de frecare în deplină concordanță cu realitatea. Acesta a fost și motivul pentru care metoda ITTC – 57 a recurs la echivalarea suprafeței curbe a carenei cu o placă plană de aceeași suprafață A .

Facând un pas în plus, am considerat, ca mai rațională, asimilarea bordajului curb al carenei cu o reuniune de plăci plane. În acest scop am divizat suprafața udată a carenei într-o mulțime de panouri curbe limitate de etravă, etambou, linii de apă și cuple transversale. La rândul lor, aceste panouri se aproximează prin perechi de plăci plane triunghiulare (jumătăți de paralelograme) având ca latură comună o diagonală a unui astfel de panou. Plăcile plane triunghiulare sunt scăldate de câte un curent paralel de lichid de viteză constantă (viteza ponderată, menționată în capitolul 3). Sunt întrunite astfel condițiile de aplicabilitate a teoriei stratului limită dezvoltat pe o placă plană de un curent paralel de viteză constantă, iar desfășurarea ulterioară a calculelor decurge în conformitate cu această teorie.

În ce privește neluarea în calcul a componentei verticale a vitezei, v_z , aceasta se datorează faptului că, în apă calmă, valul provocat de deplasarea navei este aplatizat, având îndeplinită întotdeauna inegalitatea $|v_z| \ll v$ (v este modulul vitezei în vecinătatea carenei).

Argumentele de mai sus justifică alegerea metodei Kármán pentru determinarea câmpului vitezelor la nivelul fiecărei linii de apă, fără a influența sensibil valoarea rezistenței de frecare a carenei nude obținută cu modelul matematic dezvoltat în teză.

Riguros vorbind, curgerea fluidului în jurul carenei este, chiar și în apă calmă, tridimensională. Pentru a respecta acest caracter al mișcării, se poate recurge la metoda Hess și Smith de obținere a câmpului vitezelor, aplicându-l apoi, pe baza ideilor dezvoltate în teză, la obținerea rezistenței de frecare carenei.

Gândurile exprimate mai sus se vor a fi intenții de dezvoltare viitoare a cercetărilor proprii privind determinarea rezistenței de frecare a unei carene.

REFERINȚE (extras)

- 1 Anderson, J. D., Jr. „*Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications*”, McGraw-Hill Inc, 1995.
- 2 Andrei, V., „*Mecanica Fluidelor - Mișcări Potențiale*”, vol. II, , Editura Fundației Universitare „Dunărea de Jos”, Galați, pp. 40-57, 2004.
- 3 Andrei, V., „*Mecanica fluidelor*”, vol. III, Editura Zigotto, Galați 2005.
- 4 Andrei, V., „*Teoria similitudinii și stratul limită – note de curs*”, Universitatea Dunărea de Jos, Galați, 2007.
- 5 Andrei, V., „*Advanced Ship Hydrodynamics– note de curs*”, Universitatea Dunărea de Jos, Galați, 2009.
- 6 Andrei, V., Popescu, F., „*The quasi-plane model for calculating the friction drag on a ship’s hull*”, The 3rd International Conference on „Computational Mechanics and Virtual Engineering”, COMEC, Brașov, România, 2009.
- 7 Andrei, V., „*Mecanica Fluidelor – Elemente de teoria similitudinii și de strat limită*”, Editura Zigotto, Galați, pp. 74 – 119, 2010.
- 8 Andrei V., **Rodicichin, N. G.**, „*Analogies between flow fluid in pipes and along plane plates, with boundary layer applications*”, Analele Universității “Dunărea de Jos”, Fascicula de Construcții Navale, Galați, 2010.
- 9 Andrei, V., **Rodicichin N. G.**, *Velocity Domain Determination of an Waterline Plane Using Continuous Sources*, The Annals of “Eftimie Murgu” University of Resita, vol. III, pp. 15 – 20, 2011b.
- 10 Andrei, V., **Rodicichin N. G.**, „*Calculating model for the friction drag of a ship’s hull*”, Journal of Engineering Studies and Research, Bacău, 2012, acceptată spre publicare.
- 11 Batchelor, G. K. „*An introduction to fluid dynamics*”, Cambridge University Press, 2002;
- 12 Bertram, V., „*Practical Ship Hydrodynamics*”, Butterworth Heinemann Linacre House, Jordan Hill, Oxford, pp. 62 – 97, 2002.
- 13 Carafoli, E., Constantinescu, V. N., „*Dinamica Fluidelor Incompresibile*”, Editura Academiei Republicii Socialiste România, Bucuresti. pp. 205-208, 1981.
- 14 Cebeci, T., Shao, J. P., Kafyeke, F., Laurendeau, E., „*Computational Fluid Dynamics for Engineering*”, Horizons Publishing and Springer Heidelberg, Germany, 2005.
- 15 Cebeci, T., Cousteix, J., „*Modelling and Computation of Boundary-Layer Flows*”, Horizons Publishing and Springer Heidelberg, Germany, 1998.
- 16 Collins, G. W., „*Methods and Data Analysis*”, Horizons Publishing and Springer Heidelberg, Germany, 2003.
- 17 Constantinescu V. N., Galetusa, S., „*Mecanica Fluidelor și Elemente de Aerodinamică*”, Editura Didactică și Pedagogică, București, pp. 441-457, 1983.

- 18 Donea, J., Huerta A., „*Finite Element Methods for Flow Problems*”, Wiley Publishing House, 2003.
- 19 Ferziger, J.H., Perić, M. „*Computational Methods for fluid dynamics*”, Springer Publishing House, 2000.
- 20 Fletcher, C. A. J., „*Computational Techniques for Fluid Dynamics – Fundamental and General Techniques*”, vol. 1, Springer – Verlag Berlin Heidelberg, 1988a.
- 21 Fletcher, C. A. J., „*Computational Techniques for Fluid Dynamics – Specific Techniques for Different Flow Categories*”, vol. 2, Springer – Verlag Berlin Heidelberg, 1988b.
- 22 Fletcher, C. A. J., Srinivas, K., „*Computational Techniques for Fluid Dynamics – A Solutions Manual*”, Springer Series in Computational Physics, 1992.
- 23 Florea, J., Panaitescu, V., „*Mecanica fluidelor*”, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1979.
- 24 Gheorghiuță, St. I., „*Teoria stratului limită și turbulență*”, Universitatea din București, 1973.
- 25 Ghinea, M., Firețeanu, V., „*MATLAB – Metode Numerice, Grafică, Aplicații*”, Editura Teora, Bucuresti, pp. 15-225, 2008.
- 26 Hahn, B., Valentine, D. T., „*Essential MATLAB For Engineers and Scientists*”, Elsevier Linacre Publishing House, Oxford, pp., 22-90, 2007.
- 27 Hunt, B. R., Lipsman, R. L., Rosenberg, J. M., „*A Guide to MATLAB for Beginners and Experienced Users*”, Cambridge University Press, 2001.
- 28 Ionescu, Gh. D., Matei, P., Ancușa, V., Buculei, M., „*Mecanica fluidelor și mașini hidraulice*”, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1983.
- 29 Ionescu, Gh. D., „*Introducere în mecanica fluidelor*”, Editura Tehnică, București 2004.
- 30 Jucovski, N. E., „*Lucrări Științifice Alese*”, Academia Republicii Populare Române, 1952.
- 31 Kalechman, M., „*Practical Matlab Applications for Engineers*”, Taylor & Francis Group, LLC, 2009.
- 32 Karris, S. T., „*Numerical Analysis Using MATLAB and Excel*”, Orchard Publications, 2007.
- 33 Kiusalaas, J., „*Numerical Methods in Engineering with Matlab*”, Cambridge University Press, New York, 2005.
- 34 Kundu, P. K., Cohen, I. M., „*Fluid Mechanics*”, Elsevier Science, 2002.
- 35 Larsson L., Broberg L., Kim K.-J. & Zhang D.-H., „*A method for resistance and flow prediction in ship design*”, SNAME Annual Meeting, 1990.
- 36 Lazauskas, L. V., „*Resistance, Wave-Making and Wave-Decay of Thin Ships with Emphasis on the Effect of Viscosity*”, 2009.
- 37 Mateescu, C., „*Hidraulică*”, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1963;
- 38 Matlab 7 Getting Started Guide, The MathWorks, Inc., 2004.

- Molland, A. F., Turnock, S. R., Hudson, D. A., *“Ship Resistance and Propulsion”*, Cambridge, 2000.
- 39 Nakayama, Y., Boucher, R. F., *„Introduction to Fluid Mechanics”*, Butterworth Heinemann Linacre House, 1999.
- 40 Obreja, D., *”Teoria Navei”*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 2005.
- 41 Obreja, D., Crudu, L., *Operational Reinforcement of the Towing Tank of “Dunarea de Jos University of Galati”*, The annals of “Dunarea de Jos” University of Galati, Fascicle XI, Shipbuilding, pp. 157-162, 2009.
- 42 Obreja, D., Manolache, L., Popescu G., *„Bazele Proiectării Preliminare a Navei”*, Editura ACADEMICA, Galați, 2003.
- 43 Panaitescu, V., *“Teoria stratului limită și aplicații, I”*, Universitatea Politehnica București, 1990.
- 44 Rawson, K. J., Tupper, E. C., *„Basic Ship Theory”*, Butterworth Heinemann Linacre House, 2001.
- 45 Resiga, R., *“Mecanica fluidelor numerică”*, Editura Orizonturi, Timișoara, pp. 62 – 100, 2003.
- 46 **Rodicichin, N. G.**, Andrei, I. V., *„The Use of Kármán Method in Determining the Velocity and Pressure Distribution Around a Ship’s Hull”*, The annals of “Dunarea de Jos” University of Galati, Fascicle XI, Shipbuilding, pp. 105-114, 2010b.
- 47 **Rodicichin, N. G.**, Andrei, I. V., *„Validation of Potential Flow Calculation Around a Ship’s Hull ”*, 12th International Multidisciplinary Scientific GeoConference & EXPO SGEM, Albena, 2012b.
- 48 **Rodicichin, N. G.**, Andrei, I. V., *„Program for Calculating the Boundary Layer Thickness Around a Ship’s Hull”* 12th International Multidisciplinary Scientific GeoConference & EXPO SGEM, Albena, 2012c.
- 49 **Rodicichin, N. G.**, Andrei, I. V., *„Program for Calculating the Velocity and Pressure Distribution Around a Ship’s Hull”*, Proceedings of The 16th International Conference ModTech 2012, România, 2012d.
- 50 **Rodicichin, N. G.**, Andrei, I. V., *„Numerical Study of Resistance for a Ship’s Hull”*, Proceedings of The 16th International Conference ModTech 2012, România, 2012e.
- 51 Schlichting, H., *“Boundary layer theory”*, McGraw-Hill Book Company, New York, 2000.
- 52 Valorani, M., Peri, D., Campana E. F., *„Sensitivity Analysis Methods to Design Optimal Ship Hul”*, Optimization and Engineering, Kluwer Academic Publishers, vol. 4, pp. 337–364, 2003.
- 53 Vasilescu, Al. A., *“Curs de hidromecanică”*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1962.
- 54 Watson, D. G. M., *„Practical Ship Design”*, Elsevier Ocean Engineering Book Series, Vol. 1, 2002.

- 55 Wesesling, P., „*Principles of Computational Fluid Dynamics*”, Springer-Verlag, Berlin, 2001.
- 56 White, F. M., „*Fluid Mechanics*”, McGraw-Hill Book Company, New York, 2000.
- 57 Wright, N.G., „*Introduction to numerical methods for fluid flow*”, John Wiley & Sons Ltd, pp. 147 – 168, 2005.
- 58 Yanenco, N. N., Shokin, Yu. I., „*Numerical Methods in Fluid Dynamics*”, Mir Publishers, Moscow, 1984.
- 59 *** www.cartiaz.ro – Cărți și articole online gratuite de la A la Z, „*Bazele Programării în Mediul Matlab*”.
- 60 *** www.cartiaz.ro, Cărți și articole online gratuite de la A la Z, „*Matlab în Ingineria Mecanică*”.
- 61 *** www.cartiaz.ro, Cărți și articole online gratuite de la A la Z, „*Introducere în Matlab*”.