



ROMÂNIA
UNIVERSITATEA „DUNĂREA DE JOS”
DIN GALAȚI



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
CERCETĂRII
TINERETULUI
ȘI SPORTULUI

FACULTATEA DE MECANICĂ

REZUMAT

Teza de doctorat



**CONTRIBUȚII LA ÎMBUNĂȚĂȚIREA
TEHNOLOGICITĂȚII FORMEI
ELEMENTELOR ACTIVE ALE
COMPRESOARELOR ELICOIDALE**

**Autor:
Ing. Camelia Lăcrămioara POPA**

**Conducător științific:
Prof.dr.ing. Nicolae OANCEA**

**GALATI
2012**

CAPITOLUL I

PRIVIRE DE ANSAMBLU ASUPRA DEZVOLTĂRII FORMEI CONSTRUCTIVE A ROTOARELOR COMPRESOARELOR ELICOIDALE

Analiza literaturii de specialitate în domeniul comprimării gazelor, în particular a compresoarelor elicoidale, a reliefat faptul că, există preocupări deosebit de diverse referitor la construcția, funcționarea și optimizarea tehnologicității acestui tip de mașini.

Se pot evidenția următoarele:

- *Referitor la forma constructivă a compresorului*

1. Rapoartele de transmitere între rotoare cele mai frecvent folosite, cerute de diversele aplicații, sunt: 3/5, 4/6, (furnizare de debit) sau 4/5, 5/6, 5/7 (furnizare de presiune);
2. Lungimea constructivă a rotoarelor (L), ca raport relativ la diametrul acestora (D), variază între limitele $L/D = 0.9...2.2$, cele mai frecvente rapoarte folosite sunt: 0.9, 1, 1.35;
3. Unghiul de înfășurare a elicei lobilor rotoarelor este de $250^{\circ} - 300^{\circ}$;
4. Sunt soluții restrictive privind poziția porturilor de admisie și refulare a fluidului refulat, în scopul obținerii unor performanțe termodinamice impuse de construcția respectivă.

- *Referitor la forma profilurilor transversale compuse ale lobilor rotoarelor*

5. Se folosesc profiluri simetrice cu arce de cerc sau de elipsă, în construcția compresoarelor fără ungere;
6. Profilurile asimetrice, se utilizează în special pentru compresoarele cu ungere. Profilurile asimetrice sunt realizate de curbe de tip cicloidal;
7. Profilurile compuse din arce de cerc, segmente de dreaptă, curbe polinomiale, conduc la asimetrii pronunțate ale profilurilor, dar ridică probleme de existență a punctelor singulare pe profiluri.

- *Metode de proiectare ale profilurilor rotoarelor elicoidale*

Sunt folosite diverse metode pentru determinarea formelor conjugate ale profilurilor rotoarelor, în baza teoriei înfășurării suprafețelor:

8. Metoda „curbelor generatoare primare și generate” determină forma conjugată a rotorului utilizând principiul înfășurării profilurilor asociate unor curbe circulare în rulare. Metoda este o metodă analitică, aplicabilă profilurilor simetrice și asimetrice, a căror forme analitice pot fi definite;
9. Metoda de profilare a geometriei complexe a secțiunii frontale ale rotoarelor, prin impunerea „forme liniei de angrenare” –este o soluție analitică, prin care se poate impune o formă complexă a liniei de angrenare, definită pe baza unor criterii funcționale; se determină apoi forma profilurilor celor două rotoare conjugate. Metoda poate fi folosită și pentru corectarea formei liniei de angrenare, în vederea diminuării acesteia și, deci, a liniei de contact între cele două rotoare, conducând la micșorarea pierderilor de fluid în timpul funcționării;
10. Metoda „gradientului profilului” – ca soluție de proiectare și evaluare a funcționalității compresoarelor elicoidale; este o metodă analitică, care asigură menținerea continuității profilului, dar și a tangentei comune în punctele de contact ale curbelor succesive, constituate ale profilului;
11. Metoda „cremalierii generatoare”, ca soluție fundamentală în procesul generării prin înfășurare prin metoda rulării; metodă analitică, ce permite determinarea profilurilor conjugate ale rotoarelor, în condițiile asigurării continuității profilurilor și a eliminării punctelor singulare pe profiluri.

1.8.1. Obiectivele cercetării

Performanțele compresoarelor elicoidale impun condiții de tehnologicitate a formei rotoarelor, în cazul funcționării la puteri mici și depind, în primul rând, mărimea pierderilor prin jocurile și spațiile încastrate între lobi elicoidali ai celor doua rotoare.

Determinarea formei profilurilor rotoarelor elicoidale s-a realizat pornind de la cremaliera de referință, alcătuită din segmente de dreaptă, arce de cerc și *curbe Bézier*, toate scrise sub formă parametrică. Aplicarea legilor mișcării relative a condus la determinarea condiției de înfășurare și a profilului, în plan frontal, a rotoarelor conducător și condus, pentru diverse configurații propuse.

Geometria profilului este determinantă în analiza pierderilor de fluid. Un element esențial pentru controlul pierderilor de fluid este mărimea lungimii liniei de contact. Un studiu al formei și lungimii liniei de angrenare, (proiecția liniei de contact în plan frontal), pentru diverse configurații și combinații de rotoare, este dezvoltat în lucrare.

Integrarea modelului matematic, sub formă parametrică într-un produs soft Java, a condus la determinarea formei profilului sculelor generatoare, în ideea îndeplinirii cerințelor de asigurarea tehnologicității formei rotoarelor.

1.8.2. Direcții de cercetare

Structura lucrării s-a dezvoltat prin definirea unui set de cinci probleme, care să conducă la îmbunătățirea tehnologicității formei constructive a rotoarelor, după cum urmează:

1. Profilul transversal *continuu și neted* al rotoarelor conjugate, pentru diferite forme ale cremalierii generatoare;
2. Modelarea tridimensională a suprafeței periferice elicoidale a rotoarelor, cu verificarea *continuității și netezimii* acestora;
3. *Continuitatea și conturul închis* al liniei de angrenare, cu determinarea diferențelor între lungimea liniei de contact pentru configurațiile de rotoare 4/6, 3/5;
4. Determinarea profilului care asigură *spațiul încastrat cu aria suprafeței cea mai mică*, pentru optimizarea jocurilor dintre lobi și implicit a tehnologicității compresorului pentru configurațiile de rotoare 4/6, 3/5;
5. Profilarea sculelor generatoare disc și melc și realizarea produsului soft dedicat, pentru verificarea *lipsei punctelor de discontinuitate* pe profilurile periferice ale acestora.

Astfel, principalul **obiectiv** al tezei constă, în esență, în identificarea și dezvoltarea unei **metodologii pentru proiectarea profilurilor rotoarelor compresoarelor elicoidale**, pornind de la cremaliera generatoare, astfel încât să se îndeplinească condiții de tehnologicitate. S-au propus 4 forme ale cremalierii de referință; s-au folosit segmente de dreaptă, arce de cerc, exprimate sub formă parametrică, în sistemul de referință propriu al cremalierii. Pe partea de atac a cremalierii, s-a propus folosirea unor *curbe Bézier* de gradul al II-lea; valorile parametrilor variabili, pentru fiecare element component al profilului cremalierii, au fost acceptate din considerente tehnologice, în condițiile menținerii pasului și a distanței dintre axe, constante. Evitarea punctelor singulare pe profilul cremalierii s-a obținut prin impunerea unor condiții de continuitate a profilului și a tangentei, în punctele de contact între segmentele constituente ale cremalierii; verificarea continuității în aceste puncte a însemnat și verificarea continuității liniei de contact.

1.8.3. Metodologia cercetării

Pașii de urmat în realizarea obiectivelor propuse sunt:

- Sinteza diverselor forme ale cremalierii generatoare;
- Determinarea ecuațiilor de înfășurare;
- Determinarea corelațiilor dintre forma profilului și linia de angrenare;

- Studiu comparativ și identificarea configurației care asigură o linie de contact cât mai scurtă;
- Determinarea corelațiilor dintre forma profilului și spațiul încastrat;
- Studiu comparativ și identificarea configurației care asigură o arie spațiului încastrat cât mai mică;
- Realizarea modelelor 3D, în mediul Autocad, pentru diferitele configurații propuse;
- Dezvoltarea unui algoritm și a unui produs soft, pentru proiectarea sculelor disc generatoare;
- Dezvoltarea unui algoritm și a unui produs soft, pentru proiectarea sculelor melc generatoare.

1.8.4. Conținutul tezei de doctorat

Această teză urmărește realizarea metodologiei pentru generarea și modelarea profilurilor rotoarelor compresoarelor elicoidale, pentru 4 configurații propuse.

Capitolul I realizează o trecere prin literatura de specialitate, cu privire la generarea profilurilor rotoarelor compresoarelor elicoidale. Prin rezumarea publicațiilor apărute de-a lungul timpului, începând cu 1998 și recent în 2011, se pune în evidență necesitatea obținerii unor forme optime a profilului rotoarelor, pentru cerințele specifice aplicației, cu îndeplinirea condițiilor de tehnologicitate.

Capitolul II dezvoltă fundamentarea teoretică privind modelarea formei constructive a rotoarelor compresorului elicoidal, cinematica procesului de generare și generarea profilurilor rotoarelor de compresor, utilizând metoda cremalierii generatoare.

S-a ales varianta asimetrică a cremalierii de referință, prin folosirea în zona de atac, a unor polinoame de aproximaré Bézier, de grad inferior - referire la tehnologicitate.

S-au definit și descris linia de angrenare și linia de contact, pentru fiecare element constitutiv al cremalierii de referință.

S-a definit spațiul încastrat, în funcție de unghiul de rotație la rotorul conducător -referire la tehnologicitate.

Este prezentată, pe baza teoremelor înfășurării suprafețelor elicoidale, modelarea numerică a formei suprafețelor elicoidale ale rotoarelor de compresor.

Capitolul III se referă la stabilirea formei funcționale a rotoarelor de compresor, care să îndeplinească condiții de tehnologicitate, pe baza unor criterii geometrice, criterii de alegere a profilului cremalierii. Soluțiile constructive diferite, analizate comparativ, vor conduce, în baza algoritmului prezentat în capitolul II, la forme constructive relativ diferite ale rotoarelor condus și conducător, cu repercursiuni asupra tehnologicității acestui angrenaj (cele două rotoare în angrenare). Se pune și problema determinării, între aceste multiple posibile forme constructive ale rotoarelor conjugate, o soluție care să satisfacă cerințe suplimentare față de aceea de „profiluri conjugate”, reprezentând constrângeri de natură geometrică, legate de aspectul înfășurării profilurilor frontale.

Capitolul IV prezintă profilarea sculelor pentru generarea rotoarelor de compresor elicoidal, sculele disc și melc, pentru verificarea condițiilor de tehnologicitate a rotoarelor de compresor.

În abordarea de față, se prezintă un algoritm specific și un produs soft, realizat în limbaj Java, pentru profilarea suprafeței periferice primare a sculei disc, generatoare a rotoarelor compresorului elicoidal. S-a folosit „metoda tangentelor”, ca modalitate simplă și riguroasă de scriere a normalei la o suprafață elicoidală, cunoscută prin forma discretă a profilului transversal; curba caracteristică, în mișcarea elicoidală, determină suprafața periferică primară a sculei disc.

Este prezentat un algoritm specific și un produs soft, realizat în limbaj Java, pentru profilarea suprafeței periferice primare a sculei melc, folosind metoda „suprafeței intermediare”, în acest caz, a cremalierii de referință. Descrierea acestei suprafețe, prin polinoame de aproximaré Bézier, poate constitui o variantă de algoritm pentru profilarea sculei melc, în condițiile în care precizia de generare este satisfăcătoare.

CAPITOLUL II

METODICA MODELĂRII FORMEI CONSTRUCTIVE A ROTOARELOR COMPRESORULUI ELICOIDAL

Funcționarea eficientă a compresoarelor elicoidale depinde, în primul rând, de proiectarea corespunzătoare a profilurilor rotoarelor, cu respectarea condițiilor de tehnologicitate a formei.

2.1. Cinematica procesului de generare – sisteme de referință

Formele secțiunilor transversale ale rotoarelor compresoarelor elicoidale, ca ansambluri de profiluri asociate unor centroide în rulare – cercurile reprezentând intersecția suprafețelor cilindrice, în rulare, în mișcarea de rotație a rotoarelor, condus și conducător – sunt determinate în baza legilor fundamentale ale înfășurării suprafețelor (curbelor) și calculate în baza teoremei I Olivier, a teoremei generale Gohman, sau a teoremei Willis (metoda normalelor).

Determinarea profilului frontal al rotoarelor – condus și conducător – din componența unui compresor elicoidal, se propune a se analiza, în baza alegerii formei cremalierii reciproc înfășurătoare, cremalieră care să satisfacă, în primul rând, condițiile de continuitate a profilului (lipsa punctelor singulare pe profilul acesteia), realizarea asimetriei profilului prin utilizarea unor forme descrise de funcții de aproximare Bézier, forme ce sunt corelate cu mărimi constructive acceptate ale diametrelor suprafețelor cilindrice în rulare ale rotoarelor de compresor.

Cinematica procesului de rulare a centroidelor – circulare pentru rotoare, de rază dependentă de raportul de transmitere, și rectilinie, pentru profilul acceptat al cremalierii, este descrisă în mișcarea relativă a sistemelor de referință, vezi figura 2.1:

xyz este sistemul de referință fix, cu axa z suprapusă axei rotorului conducător;

$x_0y_0z_0$ – sistem de referință fix, ajutător, cu axa z_0 suprapusă axei rotorului condus;

$X_1Y_1Z_1$ – sistem de referință mobil, solidar centroidei rotorului conducător (C_1), Z_1 – axa rotorului;

$X_2Y_2Z_2$ – sistem de referință mobil, solidar centroidei rotorului condus (C_2), Z_2 – axa rotorului condus;

$\xi\eta\zeta$ – sistem de referință mobil, solidar centroidei cremalierii de referință (C) și având axa η suprapusă acesteia.

•Mișcări absolute

Se definesc mișcările absolute, de rotație, ale centroidelor asociate profilurilor transversale ale rotoarelor:

- mișcarea de rotație a sistemului mobil, $X_1Y_1Z_1$, de unghi φ_1 , în jurul axei $Z_1(z)$, odată cu rotorul conducător,

$$x = \omega_3^T(-\varphi_1) \cdot X_1; \quad (1)$$

- de asemenea, mișcarea de rotație a sistemului $X_2Y_2Z_2$, solidar cu rotorul condus,

$$x_0 = \omega_3^T(\varphi_2) \cdot X_2; \quad (2)$$

- mișcarea de translație a sistemului $\xi\eta\zeta$, solidar cremalierii generatoare

$$\xi = x - a, \quad (3)$$

$$\text{cu } \mathbf{a} = \begin{pmatrix} R_{r1} \\ -\lambda \\ 0 \end{pmatrix} \tag{4}$$

sau, în raport cu sistemul $x_0y_0z_0$,

$$\xi = x_0 - b,$$

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} -R_{r2} \\ -\lambda \\ 0 \end{pmatrix}; \tag{5}$$

- poziția relativă a sistemelor de referință fixe, xyz și $x_0y_0z_0$, este cunoscută prin transformarea

$$x_0 = x - B, \tag{6}$$

$$\text{cu } \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ A_{12} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

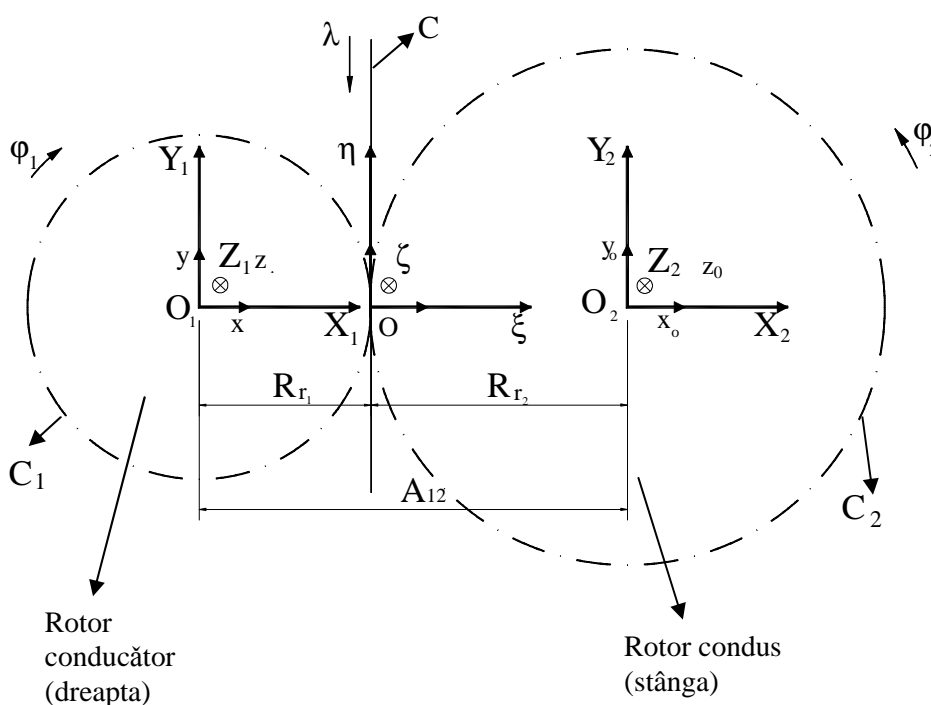


Figura 2.1. Sisteme de referință; centroide în rulare, C_1, C_2, C

Sunt impuse condiții de rulare între centroidele considerate:

C_1 este centronda asociată rotorului conducător, cerc de rază R_{r_1} ;

C_2 - centronda asociată rotorului condus, cerc de rază R_{r_2} ;

C - centronda asociată sculei cremalieră, dreaptă paralelă cu axa x ,

$$\lambda = R_{r_1} \cdot \varphi_1; \quad \lambda = R_{r_2} \cdot \varphi_2. \quad (7)$$

•Mișcări relative

În baza mișcărilor absolute (în raport cu sistemele de referință fixe), se definesc mișcările relative.

Din (1) și (3), rezultă mișcarea relativă între sistemele de referință mobile asociate centroidei C_1 și a cremalierii de referință C ,

$$\xi = \omega_3^T(-\varphi_1) \cdot X_1 - a, \quad (8)$$

sau, inversa acestei mișcări,

$$X_1 = \omega_3(-\varphi_1) \cdot [\xi + a]. \quad (9)$$

În mod similar, se definește, din (2) și (5), mișcarea relativă între sistemele de referință mobile, asociate centroidei C_2 , a rotorului condus, și C , a cremalierii de referință,

$$\xi = \omega_3^T(\varphi_2) \cdot X_2 - b, \quad (10)$$

precum și inversa acesteia,

$$X_2 = \omega_2(\varphi_2) \cdot [\xi + b]. \quad (11)$$

Ansamblul mișcărilor relative pot permite determinarea formei profilurilor transversale ale rotoarelor, condus și conducător, dacă se impune o formă a profilului transversal al cremalierii și condițiile de rulare specifice (7).

Principial, se impune o formă a profilului cremalierii generatoare,

$$\xi = \begin{Bmatrix} \xi(u) \\ \eta(u) \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad u - \text{variabil}, \quad (12)$$

în care $\xi(u)$, $\eta(u)$ sunt formele ecuațiilor generice ale profilurilor elementare constitutive ale cremalierii generatoare.

Din (9) și (11), se determină familia de profiluri,

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos\varphi_1 & -\sin\varphi_1 & 0 \\ \sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \xi(u) \\ \eta(u) \\ 0 \end{Bmatrix} + a \quad (13)$$

și, respectiv,

$$\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_2 & \sin\varphi_2 & 0 \\ -\sin\varphi_2 & \cos\varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \xi(u) \\ \eta(u) + b \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

a căror înfășurătoare, obținută prin adăugarea condițiilor specifice de înfășurare, reprezintă profilurile transversale ale rotoarelor, condus și conducător.

2.2. Modelarea generării profilurilor rotoarelor de compresor

2.2.1. Modelul profilului cremalierii generatoare

Se analizează forma profilurilor transversale ale rotoarelor de compresor, utilizând metoda cremalierii generatoare.

Sinteza formei cremalierii generatoare trebuie să conducă la forme ale profilurilor transversale ale rotoarelor de compresor care să asigure:

- o accentuată asimetrie a formei profilului, în vederea asigurării unui debit satisfăcător al compresorului;
- o linie de contact între rotoarele compresorului închisă, în vederea asigurării etanșeității camerelor de comprimare;
- un volum încastrat între lobi rotoarelor cât mai redus;
- inexistența punctelor singulare pe profilurile transversale;
- o tehnologicitate cât mai bună a rotoarelor compresorului, prin asigurarea unor profiluri ale sculelor generatoare fără discontinuități.

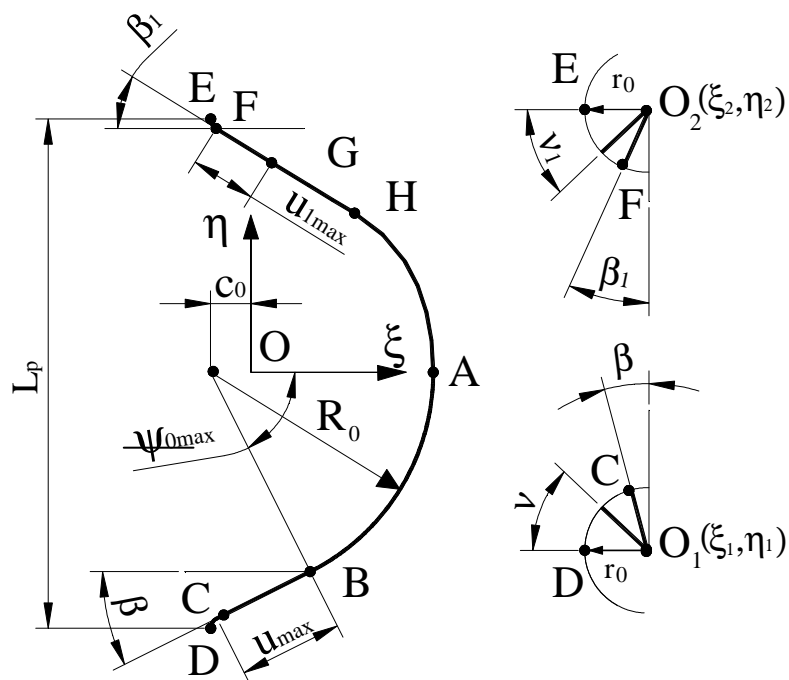


Figura 2.2. Cremaliera de referință

Se propune o formă funcțională a profilului cremalierii generatoare ca un profil compozit, figura 2.2, format dintr-un ansamblu de arce de curbe plane după cum urmează:

Flancul **ABCD**:

- AB** – arc de cerc de rază R_0 ;
- BC** – segment de dreaptă;
- CD** – arc de cerc de rază r_0 ;

Flancul **EFGHA**:

- AH** – arc de curbă (polinom Bezier de gradul II);
- HG** – arc de curbă (polinom Bezier de gradul II);
- GF** – segment de dreaptă;
- FE** – arc de cerc de rază r_0 .

2.2.2. Ecuațiile parametrice ale profilurilor elementare ale cremalierii

- **Arcul de cerc \widehat{AB} , de rază R_0 .**

Ecuațiile parametrice de definire, în sistemul de referință al cremalierii, în funcție de parametrul unghiular ψ :

$$\begin{cases} \xi(\psi) = R_0 \cdot \cos\psi - c_0; \\ \eta(\psi) = -R_0 \cdot \sin\psi; \\ \zeta = 0. \end{cases} \quad (15)$$

Se impun mărimile R_0 , c_0 , și ψ_{\max} , vezi figura 2.2.

- **Segmentul de dreaptă \overline{BC} .**

Ecuațiile parametrice în sistemul cremalierii, funcție de parametrul u variabil, sunt:

$$\begin{cases} \xi(u) = \xi_B - u \cdot \cos\beta; \\ \eta(u) = \eta_B - u \cdot \sin\beta; \\ \zeta = 0, \end{cases} \quad (16)$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \psi_{\max}.$$

Parametrul u variază între $u_0=0$ și o valoare maximă,

$$u_{\max} = \sqrt{(\xi_C - \xi_B)^2 + (\eta_C - \eta_B)^2}. \quad (17)$$

Se cunosc R_0 , c_0 , ψ_{\max} și coordonatele punctului B ($\xi_B = R_0 \cdot \cos\psi_{\max}$; $\eta_B = -R_0 \cdot \sin\psi_{\max}$).

Coordonatele punctului C se determină din considerentul ca segmentul de dreaptă BC să fie tangent cercului cu centrul în O_1 și de rază r_0 .

• **Arcul de racordare \widehat{CD} , de rază r_0**

Ecuatiile parametrice în sistemul cremalierii, în funcție de parametrul v , variabil, sunt:

$$\begin{cases} \xi(v) = -r_0 \cdot \cos v + \xi_{01}; \\ \eta(v) = +r_0 \cdot \sin v + \eta_{01}. \end{cases} \quad (18)$$

Se presupun cunoscute coordonatele centrului, O_1 .

• **Arcul de racordare \widehat{EF} , de rază r_0**

În mod similar, ecuațiile parametrice ale arcului de cerc EF în funcție de parametrul variabil v_1 , sunt:

$$\begin{cases} \xi(v_1) = -r_0 \cdot \cos v_1 + \xi_{02}; \\ \eta(v_1) = -r_0 \cdot \sin v_1 + \eta_{02}. \end{cases} \quad (19)$$

Lungimea pasului cremalierii se calculează cu relația:

$$L_p = \frac{2\pi \cdot R_{\eta_1}}{6}, \text{ vezi figura 2.1.} \quad (20)$$

$$\text{Se impun: } \xi_{02} = \xi_{01}, \quad |\eta_{02}| = |\eta_{01}|. \quad (21)$$

• **Segmentul de dreaptă \overline{FG} .**

Ecuatiile parametrice ale dreptei FG, în sistemul cremalierii, în funcție de parametrul variabil u_1 , sunt date de :

$$\begin{cases} \xi(u_1) = +u_1 \cdot \cos \beta_1 + \xi_F; \\ \eta(u_1) = -u_1 \cdot \sin \beta_1 + \eta_F. \end{cases} \quad (22)$$

Cum $\beta_1 = \frac{\pi}{2} - v_{1\max}$, se pot exprima coordonatele punctului F(ξ_F, η_F) și în forma:

$$\begin{cases} \xi_F = \xi_{01} - r_0 \cdot \sin v_{1\max}; \\ \eta_F = \eta_{01} - r_0 \cdot \cos v_{1\max}; \end{cases} \quad (23)$$

și

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{|\eta_G - \eta_F|}{|\xi_G - \xi_F|}. \quad (24)$$

Parametrul u_1 variază între $u_{1\min}=0$ și o valoare maximă,

$$u_{1\max} = \sqrt{(\xi_G - \xi_F)^2 + (\eta_G - \eta_F)^2}. \quad (25)$$

Se cunosc R_0, c_0, ψ_0 și coordonatele punctului F(ξ, η).

• **Curbele \widehat{AH} și \widehat{HG}**

Se propune o formă a profilului pentru arcul \widehat{AHG} un ansamblu de curbe Bézier - polinoame de gradul II - care trebuie să îndeplinească condiții geometrice de continuitate cu celelalte curbe elementare constituente ale profilului cremalierii.

Ecuțiile polinomului de substituție Bézier ale arcului \widehat{AH} :

$$\begin{cases} P_{\xi AH} = \lambda_1^2 A_\xi + 2(1-\lambda_1)\lambda_1 B_\xi + (1-\lambda_1)^2 C_\xi; \\ P_{\eta AG} = \lambda_1^2 A_\eta + 2(1-\lambda_1)\lambda_1 B_\eta + (1-\lambda_1)^2 C_\eta, \end{cases} \quad (26)$$

cu variabila $0 \leq \lambda_1 \leq 1$.

Polinomul Bézier al arcului \widehat{HG} :

$$\begin{cases} P_{\xi HG} = \lambda_2^2 D_\xi + 2(1-\lambda_2)\lambda_2 E_\xi + (1-\lambda_2)^2 F_\xi; \\ P_{\eta HG} = \lambda_2^2 D_\eta + 2(1-\lambda_2)\lambda_2 E_\eta + (1-\lambda_2)^2 F_\eta, \end{cases} \quad (27)$$

cu variabila $0 \leq \lambda_2 \leq 1$.

Se definesc derivatele de ordinul întâi ale polinoamelor:

$$\begin{cases} P'_{\xi AH} = 2\lambda_1 A_\xi + 2(1-2\lambda_1)B_\xi - 2(1-\lambda_1)C_\xi; \\ P'_{\eta AH} = 2\lambda_1 A_\eta + 2(1-2\lambda_1)B_\eta - 2(1-\lambda_1)C_\eta; \end{cases} \quad (28)$$

$$\begin{cases} P'_{\xi AG} = 2\lambda_2 D_\xi + 2(1-2\lambda_2)E_\xi - 2(1-\lambda_2)F_\xi; \\ P'_{\eta AG} = 2\lambda_2 D_\eta + 2(1-2\lambda_2)E_\eta - 2(1-\lambda_2)F_\eta. \end{cases} \quad (29)$$

Condițiile de continuitate a profilurilor elementare constituente ale profilului cremalierii generatoare impun determinarea coeficienților polinoamelor Bézier astfel încât, în punctele de contact, să se definească o normală unică la cele două profiluri succesive.

Condiții impuse celor două curbe:

- condiția de coincidență, în punctul A, a arcului \widehat{AB} cu \widehat{AH} ($\lambda_1=1$)

$$\begin{cases} \xi_A = P_{\xi AH}; \\ \eta_A = P_{\eta AH}, \end{cases} \quad \text{vezi ecuațiile (15);} \quad (30)$$

- normala comună la cele două profiluri în punctul A de contact ($\lambda_1=1$) impun îndeplinirea condițiilor:

$$\begin{cases} \xi'_A = P'_{\xi AH}; \\ \eta'_A = P'_{\eta AH}, \end{cases} \quad \text{vezi ecuațiile (15);} \quad (31)$$

- coincidența, în punctul G, a segmentului \overline{FG} cu \overline{HG} ($\lambda_2=0$)

$$\begin{cases} \xi_A = P_{\xi HG}; \\ \eta_A = P_{\eta HG}, \end{cases} \quad \text{vezi ecuațiile (22);} \quad (32)$$

• normala comună la cele două profiluri în punctul G de contact ($\lambda_2=0$)

$$\begin{cases} \xi'_G = P'_{\xi HG}; \\ \eta'_G = P'_{\eta HG}. \end{cases} \quad \text{vezi ecuațiile (22);} \quad (33)$$

De asemenea, în punctul H, cele două arce \widehat{AH} , și \widehat{HG} , să fie identice, adică:

• condiția de punct comun conduce la formele:

$$\begin{cases} P_{\xi AH(\lambda_1=0)} = C_\xi = P_{\xi HG(\lambda_2=1)} = D_\xi; \\ P_{\eta AH(\lambda_1=0)} = C_\eta(\lambda_2=1) = P_{\eta HG(\lambda_2=1)} = D_\eta, \end{cases} \quad (34)$$

și, din condiția de normală comună, rezultă:

$$\begin{cases} P'_{\xi AH(\lambda_1=0)} = 2(B_\xi - C_\xi) = P'_{\xi HG(\lambda_2=1)} = 2(D_\xi - E_\xi); \\ P'_{\eta AH(\lambda_1=0)} = 2(B_\eta - C_\eta) = P'_{\eta HG(\lambda_2=1)} = 2(D_\eta - E_\eta). \end{cases} \quad (35)$$

Ținând seama de definiția coordonatelor punctului A,

$$\begin{cases} \xi_A = R_0 - c_0; \\ \eta_A = 0, \end{cases} \quad (36)$$

rezultă coeficienții:

$$\begin{cases} A_\xi = R_0 - c_0; \\ A_\eta = 0. \end{cases} \quad , \text{ în funcție de mărimile constructive date.} \quad (37)$$

Pe de altă parte, contactul arcului \widehat{AH} , cu arcul \widehat{AB} , în punctul A, impune condițiile:

$$\begin{cases} \xi(\psi) = R_0 \cos \psi - c_0; \\ \eta(\psi) = -R_0 \sin \psi, \end{cases} \quad (38)$$

$$\begin{cases} \xi'(\psi) = -R_0 \sin \psi, \\ \eta'(\psi) = -R_0 \cos \psi. \end{cases} \quad (39)$$

$$\text{În punctul A, } \psi=0, \Rightarrow \begin{cases} \xi'_A = 0; \\ \eta'_A = -R_0, \end{cases} \quad \text{vezi ecuațiile (15),} \quad (40)$$

reprezentând parametrii directori ai tangentei la profilul circular.

Din egalitățile:

$$\begin{cases} 2\lambda_1 A_\xi + 2(1-2\lambda_1)B_\xi - 2(1-\lambda_1)C_\xi = 0; \\ 2\lambda_1 A_\eta + 2(1-2\lambda_1)B_\eta - 2(1-\lambda_1)C_\eta = -R_0, \end{cases} \quad (41)$$

pentru $\lambda_1=1$, în punctul A, se obțin relațiile între coeficienți:

$$\begin{cases} A_\xi = B_\xi; \\ A_\eta - B_\eta = -R_0. \end{cases} \quad (42)$$

Similar, pentru punctul G, se definesc condițiile, vezi și (22):

$$\begin{cases} \xi_G = \xi_F + u_{1\max} \cdot \cos v_{1\max}; \\ \eta_G = \eta_F - u_{1\max} \cdot \sin v_{1\max}. \end{cases} \quad (43)$$

Rezultând:

$$\begin{cases} \xi_G = F_\xi, \\ \eta_G = F_\eta. \end{cases} \quad (44)$$

De asemenea, din aceleași considerente, pentru punctul G, rezultă:

$$\begin{cases} \xi(u_1) = \xi_F + u_1 \cos \beta_1; \\ \eta(u_1) = \eta_F - u_1 \sin \beta_1, \end{cases} \quad (45)$$

$$\begin{cases} \xi'_{(u_1)} = \cos \beta_1; \\ \eta'_{(u_1)} = -\sin \beta_1, \end{cases} \quad (46)$$

$$\begin{cases} 2(D_\xi - E_\xi) = \cos \beta_1; \\ 2(D_\eta - E_\eta) = -\sin \beta_1. \end{cases} \quad (47)$$

Se obține un sistem de 12 ecuații cu 12 necunoscute, care, în urma rezolvării, conduce la determinarea coeficienților polinoamelor Bézier:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{\xi} = R_0 - c_0; \\ A_{\eta} = 0; \\ B_{\xi} = A_{\xi}; \\ B_{\eta} = 0.5R_0 \\ C_{\xi} = D_{\xi}; \\ C_{\eta} = D_{\eta}; \\ E_{\xi} = F_{\xi} + 0.5\cos\beta_1; \\ E_{\eta} = F_{\xi} - 0.5\sin\beta_1; \\ F_{\xi} = \xi_G; \\ F_{\eta} = \eta_G; \\ D_{\xi} = \frac{A_{\xi}}{2} + 0.5E_{\xi}; \\ D_{\eta} = \frac{B_{\eta}}{2} + 0.5E_{\eta}. \end{array} \right. \quad (48)$$

În acest fel, profilul propus al cremalierii de referință este perfect definit, în raport cu datele inițiale acceptate. Aceasta face posibilă determinarea formelor profilurilor transversale ale rotoarelor compresorului elicoidal, profiluri generate în mișcările de rulare ale centroidelor asociate acestora, conform cu figura 2.1.

2.3. Modelarea profilurilor transversale ale rotoarelor

Odată definită forma analitică a cremalierii generatoare a profilurilor transversale ale rotoarelor – condus și conducător – se poate, în baza legilor fundamentale ale înfășurării profilurilor, determina forma profilurilor transversale ale rotoarelor. Se propune a utiliza în rezolvarea problemei „metoda normalelor” (Willis), [47].

2.3.1. Determinarea profilului transversal al melcului conducător

În figura 2.3, sunt prezentate sistemele de referință și mișcările de generare; vezi și figura 2.1.

Condiția ca profilurile elementare ale cremalierii să admită o înfășurătoare, conform metodei normalelor, este ca normala la profil să intersecteze centroida asociată profilului, aici centroidă C.

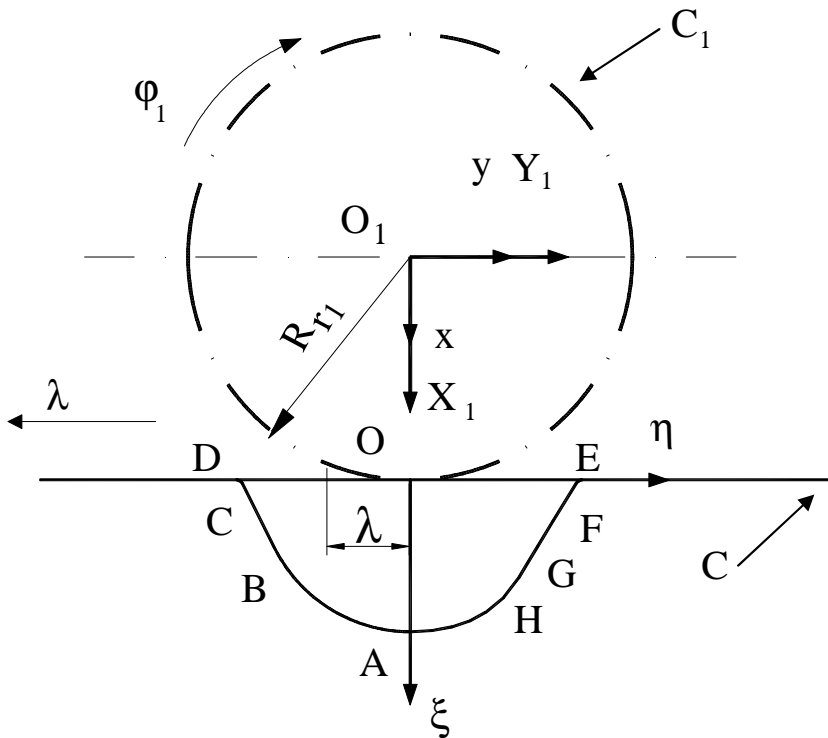


Figura 2.3. Rotorul conducător; sisteme de referință; profilul cremalierii generatoare

• *Arcul de cerc \widehat{AB} , de rază R_0*

Normala la profilul circular \widehat{AB} , vezi (15), principal, are forma :

$$N_{AB} = [\xi - \xi(\psi)]\xi'_{(\psi)} + [\eta - \eta(\psi)]\eta'_{(\psi)} = 0 \quad (49)$$

Centroida asociată cremalierii, dreapta C, vezi figura 2.3, are ecuațiile:

$$(C) \dots \begin{cases} \xi = 0; \\ \eta = \lambda, \end{cases} \quad \lambda \text{ parametru variabil.} \quad (50)$$

Condiția de intersecție, a normalei (49) cu centroida (50), reprezintă condiția de înfășurare:

$$-\xi(\psi) \cdot \xi'_{(\psi)} + [\lambda - \eta(\psi)]\eta'_{(\psi)} = 0, \quad (51)$$

care poate fi scrisă în forma

$$\lambda = \frac{\eta(\psi) \cdot \eta'(\psi) + \xi(\psi) \cdot \xi'(\psi)}{\eta'(\psi)}. \quad (52)$$

În condiția (52), cu $\eta'(\psi)$, $\xi'(\psi)$ s-au notat derivatele parțiale în raport cu parametrul variabil, generic ψ .

Din ecuația (9), explicitată, rezultă:

$$\begin{cases} X_1 = R_0 \cdot \cos(\psi - \varphi_1) + (R_{r1} - c_0) \cdot \cos \varphi_1 + R_{r1} \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1; \\ Y_1 = -R_0 \cdot \sin(\psi - \varphi_1) + (R_{r1} - c_0) \cdot \sin \varphi_1 - R_{r1} \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1; \\ Z_1 = 0. \end{cases} \quad (53)$$

Ecuțiile (53) reprezintă familia de curbe $(\Sigma_{AB})_{\varphi_1}$, generată de arcul de cerc \widehat{AB} , în sistemul de coordonate al melcului conducător, $X_1Y_1Z_1$. Profilul melcului conducător se obține din condiția ca acesta să fie în înfășurare cu profilul cremalierii de referință.

Dezvoltând ecuația (52), se obține condiția de înfășurare

$$\varphi_1 = -\frac{c_0}{R_{r1}} \operatorname{tg} \psi \quad . \quad (54)$$

Ansamblul de ecuații (53) și (54) reprezintă profilul melcului conducător în secțiune transversală, corespunzător arcului de cerc \widehat{AB} al cremalierii.

• Segmentul de dreaptă \overline{BC}

Familiei de profiluri, (55):

$$\begin{cases} X_1 = u \cdot \sin(\varphi_1 - \psi_{\max}) + (R_{r1} + \xi_B) \cdot \cos \varphi_1 + (R_{r1} \cdot \varphi_1 - \eta_B) \cdot \sin \varphi_1; \\ Y_1 = -u \cdot \cos(\varphi_1 - \psi_{\max}) - (R_{r1} + \xi_B) \cdot \sin \varphi_1 + (-R_{r1} \cdot \varphi_1 + \eta_B) \cdot \cos \varphi_1; \\ Z_1 = 0, \end{cases} \quad (55)$$

i se asociază condiția de înfășurare:

$$\lambda = -\frac{u}{\cos \psi_{\max}} + \xi_B \cdot \operatorname{tg} \psi_{\max} - \eta_B; \quad (56)$$

sau

$$\varphi_1 = \frac{-\frac{u}{\cos \psi_{\max}} + \xi_B \cdot \operatorname{tg} \psi_{\max} - \eta_B}{R_{r1}} \quad . \quad (57)$$

Profilul melcului conducător, corespunzător segmentului \overline{BC} al cremalierii, este dat de ansamblul ecuațiilor (55) și (57).

• Arcul de racordare \widehat{CD} , de raza r_0

Se definește familia de profiluri:

$$\begin{cases} X_1 = -r_0 \cdot \cos(\varphi_1 - \nu) + (R_{r1} + \xi_{01}) \cdot \cos \varphi_1 - (-R_{r1} \cdot \varphi_1 + \eta_{01}) \cdot \sin \varphi_1; \\ Y_1 = -r_0 \cdot \sin(\varphi_1 - \nu) + (R_{r1} + \xi_{01}) \cdot \sin \varphi_1 + (-R_{r1} \cdot \varphi_1 + \eta_{01}) \cdot \cos \varphi_1; \\ Z_1 = 0. \end{cases} \quad (58)$$

și condiția de înfășurare,

$$\varphi_1 = \frac{\xi_{01} \cdot \operatorname{tg} \nu + \eta_{01}}{R_{r1}}, \quad (59)$$

$$\text{(cu } v \text{ și } \varphi_1 \text{ - variabile); } v_{\max} = \frac{\pi}{2} - \beta, \quad (60)$$

vezi și figura 2.1 care, împreună, determină profilul melcului conducător în secțiune transversală, pentru arcul \widehat{CD} .

• **Arcul de racordare \widehat{EF} , de raza r_0**

Se definesc:

- familia de profiluri,

$$\begin{cases} X_1 = -r_0 \cdot \cos(v_1 + \varphi_1) + (R_{r1} + \xi_{02}) \cdot \cos \varphi_1 + (R_{r1} \cdot \varphi_1 - \eta_{02}) \cdot \sin \varphi_1; \\ Y_1 = -r_0 \cdot \sin(v_1 + \varphi_1) - (R_{r1} + \xi_{02}) \cdot \sin \varphi_1 + (R_{r1} \cdot \varphi_1 + \eta_{02}) \cdot \cos \varphi_1; \\ Z_1 = 0; \end{cases} \quad (61)$$

- condiția de înfășurare specifică,

$$\varphi_1 = \frac{\xi_{02} \cdot \operatorname{tg} v_1 + \eta_{02}}{R_{r1}}, \text{ cu } v_1 \text{ și } \varphi_1 \text{ - variabile și} \quad (62)$$

$$v_{1\max} = \frac{\pi}{2} - \beta_1 \quad (63)$$

Profilul melcului conducător, în secțiune transversală, este dat de anamblul ecuațiilor (61) și (62), pentru limita de variație a parametrului v_1 , vezi (63).

• **Segmentul de dreaptă \overline{FG}**

Familia de profiluri generată de segmentul de dreaptă \overline{FG} este :

$$\begin{cases} X_1 = u_1 \cdot \cos(\varphi_1 - \beta_1) + (R_{r1} + \xi_F) \cdot \cos \varphi_1 - (-R_{r1} \cdot \varphi_1 + \eta_F) \cdot \sin \varphi_1; \\ Y_1 = u_1 \cdot \sin(\varphi_1 - \beta_1) + (R_{r1} + \xi_F) \cdot \sin \varphi_1 + (-R_{r1} \cdot \varphi_1 + \eta_F) \cdot \cos \varphi_1; \\ Z_1 = 0, \end{cases} \quad (64)$$

care, împreună cu (65), condiția specifică de înfășurare,

$$\varphi_1 = \frac{-\frac{u_1}{\sin \beta_1} + \xi_F \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 + \eta_F}{R_{r1}}, \quad (65)$$

determină profilul melcului conducător în secțiune transversală.

• **Curbele \widehat{AH} și \widehat{HG} .**

Pentru forma polinoamelor Bézier:

$$\widehat{AH} \begin{cases} \xi(\lambda_1) = \lambda_1^2 A_1 + 2(1 - \lambda_1) \lambda_1 B_1 + (1 - \lambda_1)^2 C_1; \\ \eta(\lambda_1) = \lambda_1^2 A_2 + 2(1 - \lambda_1) \lambda_1 B_2 + (1 - \lambda_1)^2 C_2; \end{cases} \quad (66)$$

și

$$\widehat{HG} \begin{cases} \xi(\lambda_2) = \lambda_2^2 D_1 + 2(1-\lambda_2)\lambda_2 E_1 + (1-\lambda_2)^2 F_1; \\ \eta(\lambda_1) = \lambda_2^2 D_2 + 2(1-\lambda_2)\lambda_2 E_2 + (1-\lambda_2)^2 F_2, \end{cases} \quad (67)$$

se determină forma principală a familiilor de profiluri \widehat{AH} , \widehat{HG} , descrise în sistemul de referință al rotorului:

$$\begin{cases} X_1 = (\xi(\lambda^*) + R_{r1}) \cdot \cos \varphi_1 - (\eta(\lambda^*) - R_{r1} \cdot \varphi_1) \cdot \sin \varphi_1; \\ Y_1 = -(\xi(\lambda^*) - R_{r1}) \cdot \sin \varphi_1 + (\eta(\lambda) - R_{r1} \cdot \varphi_1) \cdot \cos \varphi_1; \\ Z_2 = 0, \end{cases} \quad (68)$$

cu φ_1 și λ^* – generic pentru (λ_1, λ_2) , variabile independente, din (26), respectiv (27).

Principal, profilul melcului conducător în secțiune transversală este dat de ansamblul ecuațiilor (52) și (68).

În mod, absolut similar, a fost tratată și problematica referitoare la profilarea formei secțiunii transversale a rotorului condus.

2.4. Modelarea suprafețelor elicoidale periferice ale rotoarelor

Suprafețele elicoidale ale rotoarelor de compresor, condus și conducător, sunt suprafețe elicoidale cilindrice, de pas constant, de sensuri diferite.

Ca urmare, determinarea formelor analitice ale flancurilor rotoarelor se realizează prin imprimarea unei mișcări elicoidale a secțiunii transversale a rotorului în jurul axei de rotație a acestuia – axa axoidei asociată suprafeței elicoidale, Z_1 , vezi figura 2.4.

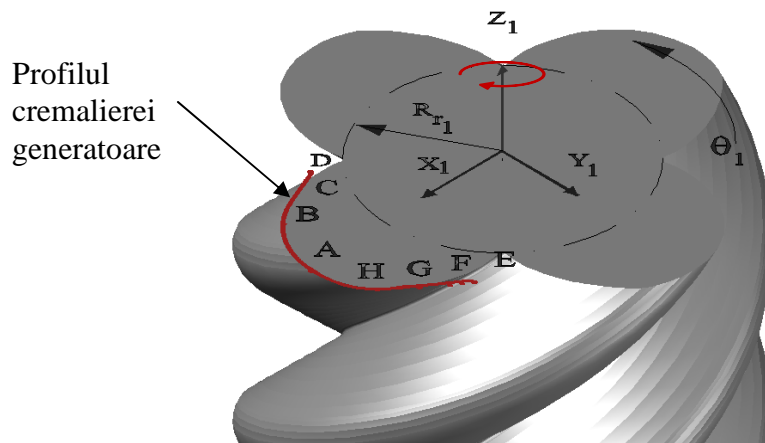


Fig. 2.4. Suprafețele componente ale lobului rotorului conducător (melc dreapta)

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} = \omega_3^T(\theta_1) \cdot \begin{pmatrix} X_1(u) \\ Y_1(u) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p \cdot \theta_1 \end{pmatrix}, \quad (83)$$

melc dreapta, cu $X_1(u)$, $Y_1(u)$, forma generică a ecuațiilor secțiunii transversale a rotorului (vezi ((53)...(68))).

După dezvoltări, rezultă forma:

$$\begin{cases} X_1 = X_1(u) \cdot \cos\theta_1 - Y_1(u) \cdot \sin\theta_1; \\ Y_1 = X_1(u) \cdot \sin\theta_1 + Y_1(u) \cdot \cos\theta_1; \\ Z_1 = p_1 \cdot \theta_1, \end{cases} \quad (84)$$

p_1 – parametrul elicoidal (melc dreapta).

Pentru melcul condus, melcul este de tip stânga, cu parametrul elicoidal p_2 .

Ecuațiile (84) reprezintă, de principiu, suprafața elicoidală compusă aflancului rotorului conducător, în care funcțiile $X_1(u)$, $Y_1(u)$ sunt ecuații corespunzătoare elementelor de profil, vezi (53), (55), (58), (61), (64), (68), și condițiile de înfășurare aferente. Similar, se definesc și suprafețele elicoidale ale flancurilor melcului condus.

2.5. Linia de angrenare [5], [8]

Se definește linia de angrenare între cremaliera generatoare și profilurile transversale ale rotoarelor condus și conducător ale compresorului elicoidal, ca fiind locul geometric al punctelor de contact între profilurile conjugate, în sistemul de referință fix, vezi și figura 2.3. Cunoașterea formei liniei de angrenare este importantă în analiza profilurilor rotoarelor condus și conducător ale angrenajului compresorului elicoidal, deoarece se impune ca linia de angrenare să aibă un contur închis și, totodată, lungimea totală a acesteia să fie cât mai redusă [5], [8].

Principial, linia de angrenare se obține asociind uneia dintre mișcările absolute condiția specifică de înfășurare,

$$x = \xi + a, \quad (85)$$

în care: $\xi = \begin{cases} \xi(u) \\ \eta(u) \end{cases}$ - profilul sculei cremalieră, vezi (14)...(47) și

$$a = \begin{cases} R_{r1} \\ -R_{r1} \cdot \varphi_1 \end{cases}, \quad - \text{ condiția de rulare, de principiu, în procesul de rulare cremalieră-}$$

secțiunea transversală a rotorului conducător;

- condiția de înfășurare, vezi (51).

2.5.1. Linia de angrenare rotor conducător-cremalieră

În conformitate cu definiția, vezi (85), se determină segmente ale liniei de angrenare corespunzătoare profilurilor componente ale cremalierii:

• *Arcul de cerc \widehat{AB} , de rază R_0*

$$\begin{cases} x = R_0 \cdot \cos\psi - c_0 + R_{r_1}; \\ y = -R_0 \cdot \sin\psi + c_0 \cdot \operatorname{tg}\psi - R_{r_1} \cdot \varphi_1; \\ \varphi_1 = -\frac{c_0}{R_{r_1}} \cdot \operatorname{tg}\psi, \end{cases} \quad (86)$$

- condiția de înfășurare;

(φ_1 și ψ parametri variabili);

• **Segmentul de dreaptă \overline{BC}**

$$\begin{cases} x = \xi_B - u \cdot \cos\beta + R_{r_1}; \\ y = \eta_B - u \cdot \sin\beta - R_{r_1} \cdot \varphi_1; \\ \varphi_1 = \frac{-\frac{u}{\cos\psi_{\max}} + \xi_B \cdot \operatorname{tg}\psi_{\max} - \eta_B}{R_{r_1}}, \end{cases} \quad (87)$$

- condiția de înfășurare;

(φ_1 și u – parametri variabili);

• **Arcul de racordare \widehat{CD} , de rază r_0**

$$\begin{cases} x = -r_0 \cdot \cos v + R_{r_1} + \xi_{01}; \\ y = r_0 \cdot \sin v + \eta_{01} - R_{r_1} \cdot \varphi_1; \\ \varphi_1 = \frac{\xi_{01} \cdot \operatorname{tg}v + \eta_{01}}{R_{r_1}}, \end{cases} \quad (88)$$

- condiția de înfășurare;

(φ_1 și v – parametri variabili);

• **Arcul de racordare \widehat{EF} , de rază r_0**

$$\begin{cases} x = -r_0 \cdot \cos v_1 + R_{r_1} - \xi_{02}; \\ y = r_0 \cdot \sin v_1 - \xi_{02} \cdot \operatorname{tg}v - \eta_{02} - R_{r_1} \cdot \varphi_1; \\ \varphi_1 = \frac{\xi_{02} \cdot \operatorname{tg}v_1 + \eta_{02}}{R_{r_1}}; \end{cases} \quad (89)$$

- condiția de înfășurare;

(φ_1 și v_1 - parametri variabili);

• **Segmentul de dreaptă \overline{FG}**

$$\begin{cases} x = u_1 \cdot \cos\beta_1 + (R_{r_1} - \xi_F); \\ y = -u_1 \cdot \sin\beta_1 + \frac{u_1}{\sin\beta_1} - \xi_F \cdot \operatorname{ctg}\beta_1 - R_{r_1} \cdot \varphi_1; \\ \varphi_1 = \frac{-\frac{u_1}{\sin\beta_1} + \xi_F \cdot \operatorname{ctg}\beta_1 - \eta_F}{R_{r_1}}, \end{cases} \quad (90)$$

– condiția de înfășurare;

(φ_1 și u_1 - parametri variabili);

• Curbele \widehat{AH} și \widehat{GH}

Principial, linia de angrenare este dată de ansamblul de ecuații:

$$\begin{cases} x = \xi + R_{r_1}; \\ y = \eta - R_{r_1} \cdot \varphi_1; \\ \varphi_1 = \varphi_1(\lambda), \end{cases} \quad (91)$$

φ_1 , condiția de înfășurare.

Pentru cazul discutat, condiția de înfășurare are forma:

$$\varphi_1 = \frac{\xi \cdot \xi' - \eta \cdot \eta'}{\eta'} \quad (92)$$

Pentru ξ și η din formulele (107), (108), se acceptă formele de profiluri descrise de polinoamele Bézier, vezi (66) și (67).

2.6. Linii de contact între rotoarele conjugate

Liniile de contact pot fi definite pornind și de la forma liniei de angrenare din planul frontal.

Pentru rotorul conducător, se acceptă că, linia de contact este definită de ansamblul ecuațiilor (86)...(92), pentru toate elementele profilului complex al cremalierii, în forma generică:

$$\begin{cases} x = x(K, \varphi_1); \\ y = y(K, \varphi_1); \\ K = K(\varphi_1), \end{cases} \quad (93)$$

în care K este condiția de înfășurare, cu K variabilă generică și φ_1 parametrul de mișcare.

În mișcarea elicoidală de parametru elicoidal p_1 , melc dreapta, și axă $\overline{V}(Z_1)$

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x(K, \varphi_1) \\ y(K, \varphi_1) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p_1\theta_1 \end{pmatrix}, \quad (94)$$

se determină suprafața de contact, în sistemul $X_1Y_1Z_1$.

În transformata (94), prin $x(K, \varphi_1)$, $y(K, \varphi_1)$, înțelegem funcțiile date de ecuațiile (86)...(92) și condițiile de înfașurare aferente fiecărui profil al lobului în parte.

O linie de contact se obține pentru o valoare constantă, a parametrului de mișcare, $\varphi_1 = \text{const.}$ (95)

2.7. Modelare numerică a formei rotoarelor de compresor [1], [2]

În baza metodei propuse, se prezintă pentru soluția constructivă a cremalierii generatoare, un exemplu, vezi figura 2.5, formă a cărei dimensiuni sunt prezentate în figură, respectându-se condiția de tangență între profiluri, în punctele de contact A, B, C, D și A, H, G, F.

Raportul de transmite al compresorului, în exemplele analizate, este 4/6.

În figura 2.5, este prezentată forma liniei de angrenare, linie închisă, pe care sunt marcate punctele caracteristice ale profilului cremalierii.

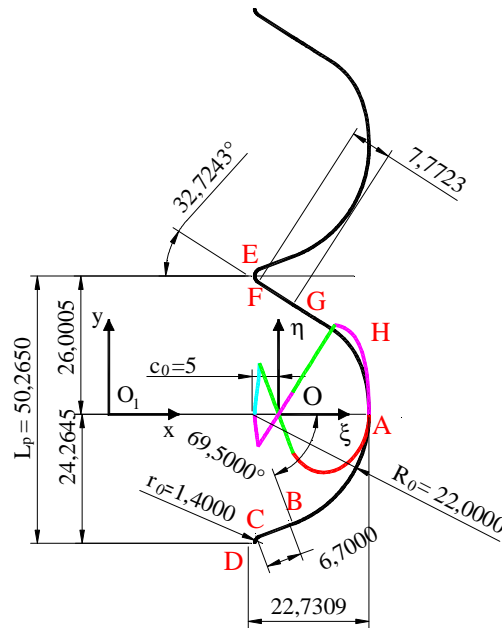


Figura 2.5. Forma cremalierii și linia de angrenare

În figura 2.6 este prezentată forma profilului frontal al rotorului conducător, înfașurător al cremalierii generatoare, ca rezultat al dezvoltării numerice a modelului analitic.

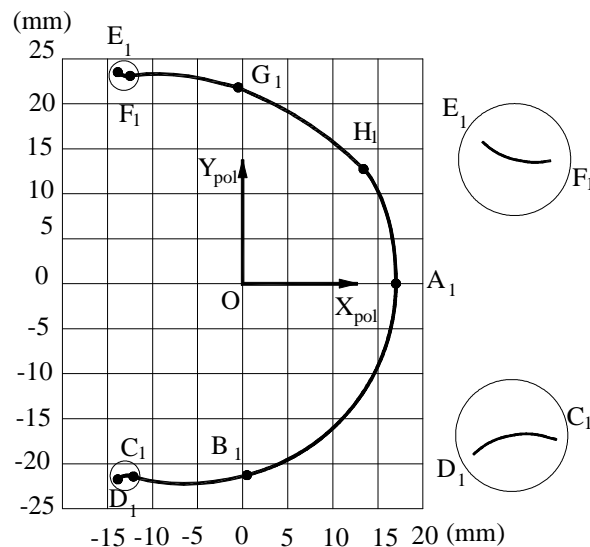


Figura 2.6. Profilul transversal al rotorului conducător, în coordonate relative la polul angrenării

În figurile 2.7 și 2.8, sunt prezentate modelări 2D ale profilurilor transversale ale rotoarelor conducător și condus, realizate ca aplicații specifice în AUTOCAD.

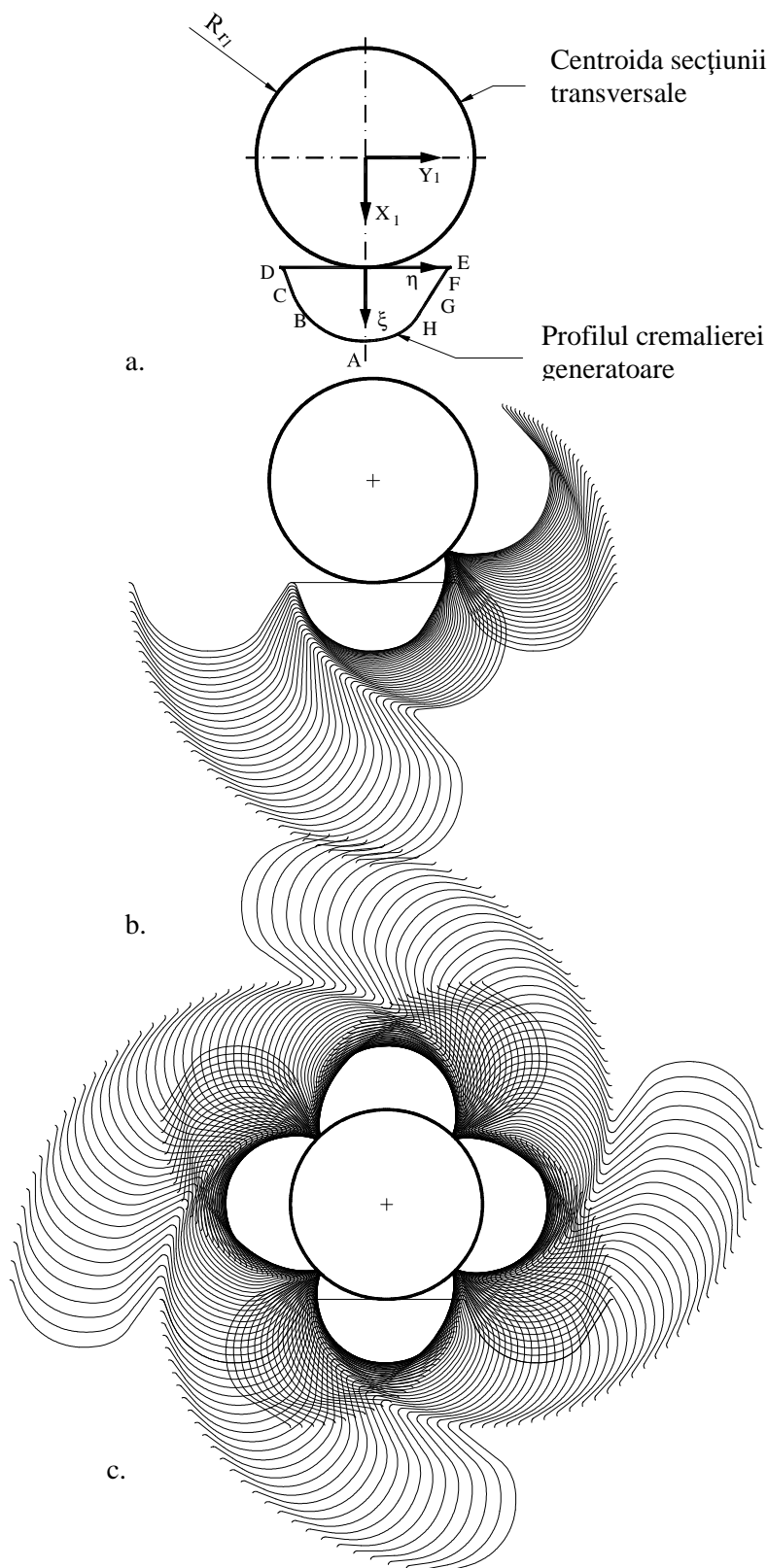


Figura 2.7. Modelarea 2D a generării profilului transversal al rotorului conducător: a-regiunea profilului cremalierii și sistemele de referință; b-poziții relative ale profilului cremalierii în procesul rulării; c-modelul 2D al secțiunii transversale a rotorului conducător

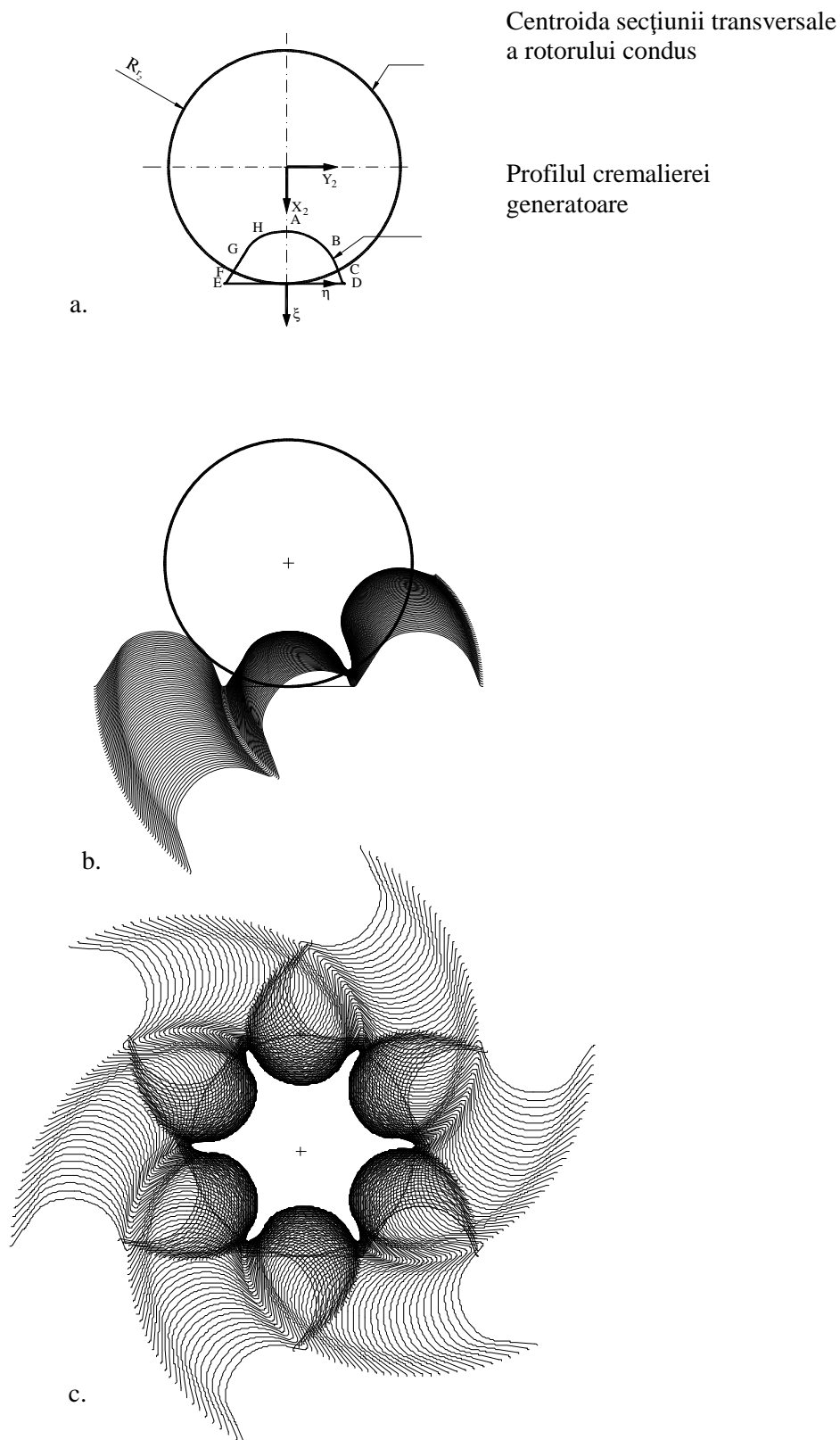


Figura 2.8. Modelarea 2D a generării profilului transversal al rotorului condus: a-regiunea profilului cremalierii și sistemele de referință; b-poziții relative ale profilului cremalierii în procesul rulării; c-modelul 2D al secțiunii transversale a rotorului condus

2.8. Concluzii

Modelarea analitică și numerică a procesului angrenării secțiunilor transversale ale rotorilor, condus și conducător, din componența compresorului elicoidal, dezvoltată în baza teoriei înfășurării suprafețelor, permite determinarea cu rigurozitate a formei rotoarelor [1].

Modelarea s-a făcut având la baza o formă impusă a cremalierii generatoare, formă care să elimine dezavantajele existenței unor puncte singulare pe profilul dintelui [2].

Totodată, modelarea a permis determinarea formei liniei de angrenare în planul frontal al rotoarelor, linie ce îndeplinește condiția de a fi o linie închisă, de dorit de o lungime totală cât mai redusă.

Sunt definite și formele liniilor de contact între cele două rotoare ale compresorului- conducător și condus.

Au fost realizate în AUTOCAD, modelări 2D ale profilului frontal al rotoarelor, conducător și condus, în vederea stabilirii rigurozității procesului de divizare pe centrițele rotoarelor.

Liniile de contact între suprafețele periferice ale rotoarelor elicoidale nu prezintă discontinuități, care ar putea afecta etanșarea camerelor de lucru. Aceasta, în primul rând, datorită inexistenței punctelor singulare pe profilul cremalierii generatoare.

Există posibilitatea măsurării lungimii liniei de angrenare și, deci, aceasta poate fi utilizată drept criteriu pentru acceptarea unei anumite variante de formă a liniei de angrenare.

Mărimile razelor centroidelor acceptate sunt uzuale în construcția rotoarelor de compresor; raportul de transmitere, în cazul prezentat, 4/6.

Profilul cremalierii generatoare este asimetric, acest lucru datorându-se arcului \widehat{AHG} , care este definit ca o curbă Bézier (ansamblu de polinoame Bézier) și respectând cerințele de continuitate pe profil.

Metodica prezentată, pentru analiza profilului rotoarelor de compresor, poate fi utilizată și pentru alte forme ale cremalierii generatoare.

Elementele constructive ale cremalierii (de exemplu razele arcelor \widehat{CD} și \widehat{EF} sunt în concordanță cu mărimi utilizate în practica construcției unor astfel de compresoare.

Asimetria profilului cremalierii generatoare, formă ce se va transfera în procesul de înfășurare și pe lobi rotoarelor compresorului, este asigurată, în acest caz de forma aparte a arcului \widehat{AHG} a cremalierii.

Un program realizat în limbaj Java, program dedicat acestei probleme, a permis trasarea cu exactitate a profilului cremalierii și, ulterior, a profilurilor transversale ale rotoarelor de compresor.

Facilitățile oferite de AUTOCAD au permis modelările 2D și 3D ale secțiunilor frontale ale rotoarelor, precum și obținerea de modele solide a acestora.

Modificări ale parametrilor constructivi ai cremalierii ar putea conduce la forme cu o mai bună adecvanță a construcției de rotoare de compresor, în primul rând, prin diminuarea lungimii liniei de angrenare, având ca efect micșorarea pierderilor de etanșietate ale viitoarei construcții.

CAPITOLUL III

STABILIREA FORMEI FUNCTIONALE ALE ROTOARELOR DE COMPRESOR PE BAZA UNOR CRITERII GEOMETRICE [6], [7], [8]

3.2. Soluții constructive diferite, analizate comparativ

În cele ce urmează, au fost prezentate soluții ale formelor constructive ale cremalierii generatoare a rotoarelor de compresor, pentru care au fost definite următoarele elemente:

- forma profilurilor transversale ale rotoarelor condus și conducător;
- forma și dimensiunile liniei de angrenare în secțiunea frontală ;
- forma liniei de contact între rotoare (rotoare și cremaliera generatoare) ;

oforma și aria spațiului încastrat între lobiile rotoarelor și variația mărimii acestuia în timpul unei rotații a melcului conducător.

Algoritmii, în baza cărora sunt definite, în formă numerică, cele de mai sus, au fost prezentați în capitolul II. Au fost analizate, prim prisma criteriilor, mai sus enunțate, forme constructive ale rotoarelor de compresor cu raporturile de transmitere 4/6 și, respectiv, 3/5, pentru cercurile de rulare $R_{r1}=32$ mm, $R_{r2}=48$ mm, pentru un pas al cremalierii de referință de 50,2650 mm.

Formele cremalierelor acceptate diferă prin mărimile constructive ale segmentelor rectilinii și extinderea profilurilor Bézier (AM, HG).

În baza unei astfel de analize comparative, având în vedere criteriile enunțate în acest capitol, se poate stabili o formă constructivă a cremalierii, care să confere modelului compresorului analizat îndeplinirea adecvată a unui cumul de criterii enunțate, care să îndeplinească cerințele de tehnologicitate a formei, pentru rotoarele de compresor.

3.2.1. Varianta constructivă I, compresor 4/6

În figura 3.1, este prezentată o altă variantă constructivă a cremalierii, pentru profilurile rotoarelor de compresor, cu raportul 4/6.

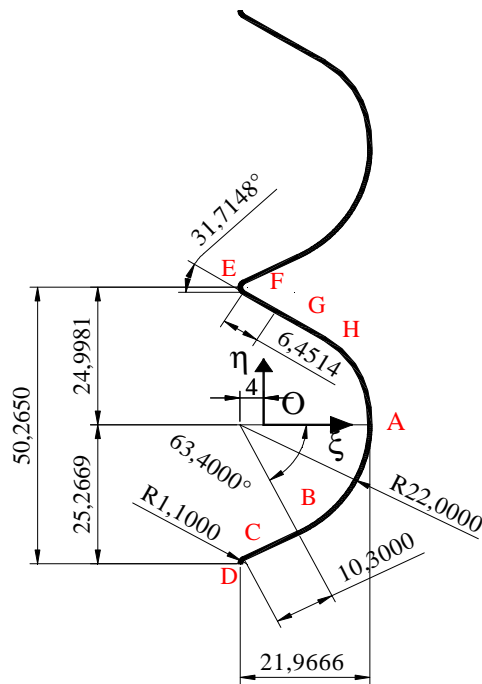


Figura 3.1. Forma constructivă a profilului transversal al cremalierii generatoare, varianta I

Profilul cremalierii, așa cum a fost conceput, respectă pentru toate punctele sale condiția de continuitate a variației tangentei la profil, în sensul că, în toate punctele de contact, între profilurile adiacente (punctele A,B,C,D și A,H,G,F,E), profilurile componente ale cremalierii sunt tangente, astfel că nu există probleme referitoare la generarea de puncte singulare.

În figura 3.2 este prezentată forma profilului transversal al melcului conducător, din componența angrenajului elicoidal al compresorului, varianta I.

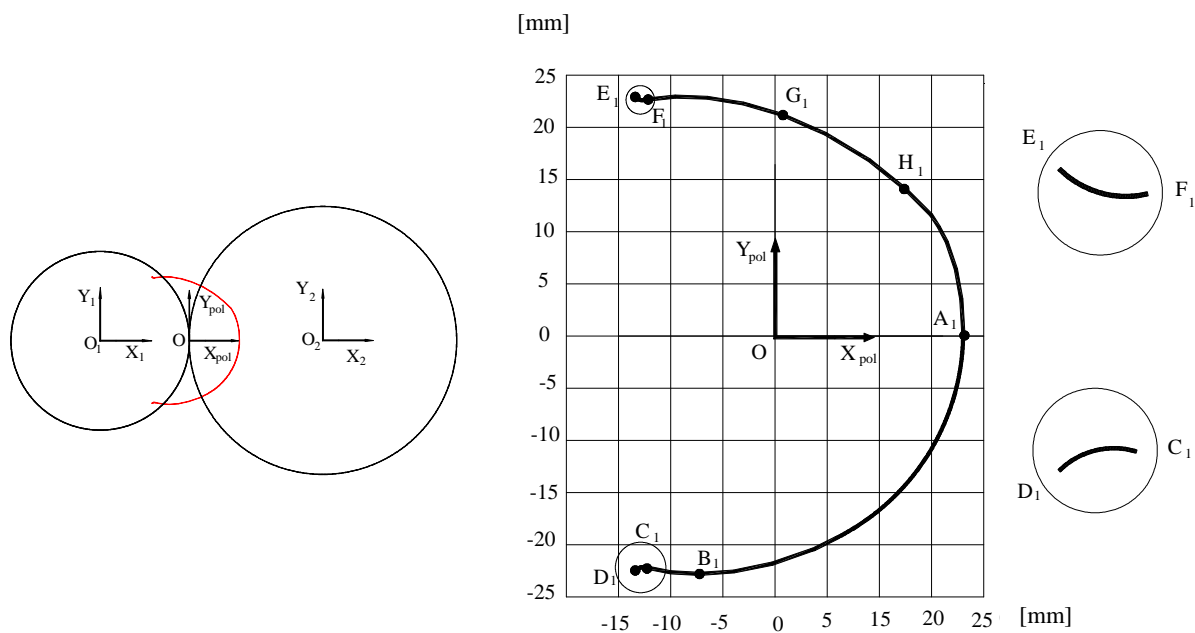


Figura 3.4. Profilul transversal al rotorului conducător, varianta I

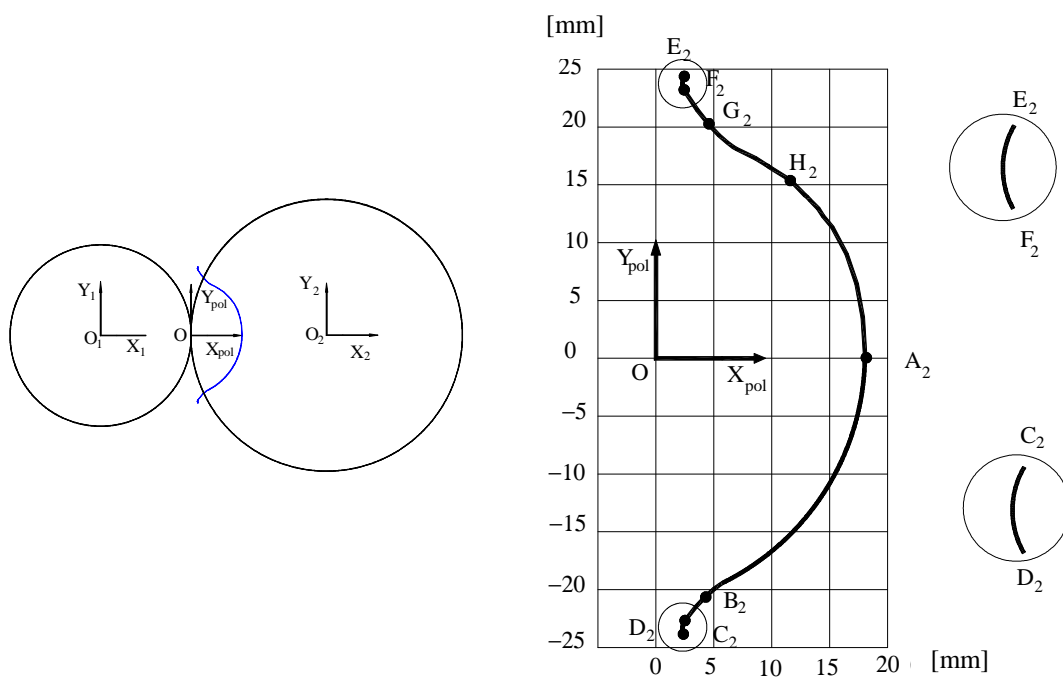


Figura 3.3. Profilul transversal al rotorului condus, varianta I

În figura 3.3 este prezentată forma profilului transversal al melcului condus, din componența angrenajului elicoidal al compresorului, varianta I.

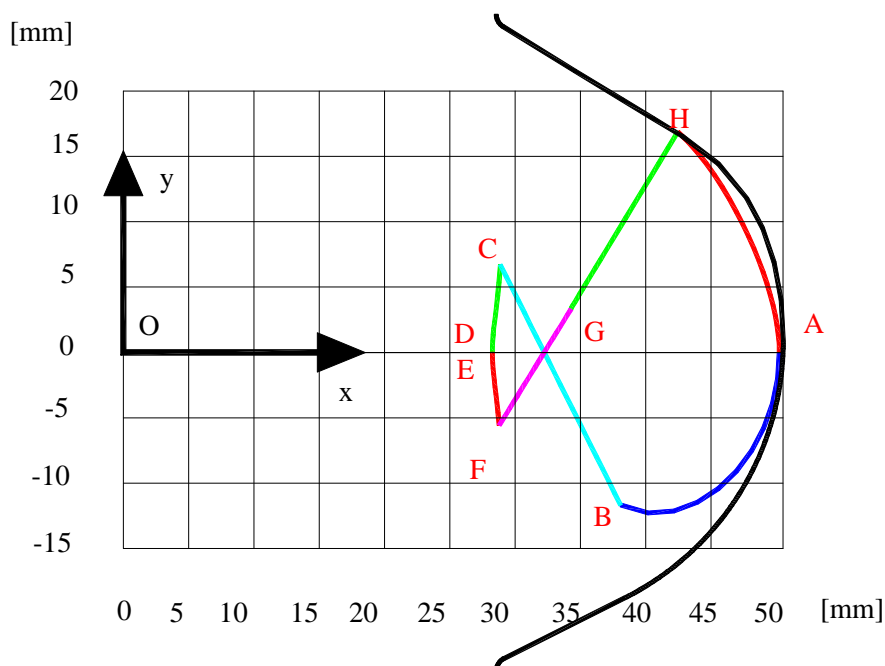


Figura 3.4. Forma liniei de angrenare dintre rotorul conducător și cremaliera generatoare, varianta I

În figura 3.4, este prezentată forma liniei de angrenare, în sistemul de referință fix al rotorului conducător, corespunzător angrenajului plan al profilurilor frontale ale celor două rotoare ale compresorului.

Sunt evidențiate formele componente ale liniei de angrenare, pentru care sunt determinate lungimile parțiale ale elementelor componente și lungimea totală a liniei de angrenare.

În figura 3.5, este prezentată forma liniei de contact între melcii celor două rotoare, în sistemul de referință fix xyz, conform capitolului II.

Coordonatele liniei de contact, în lungul lobilor rotoarelor, s-au calculat în baza unui produs soft dedicat.

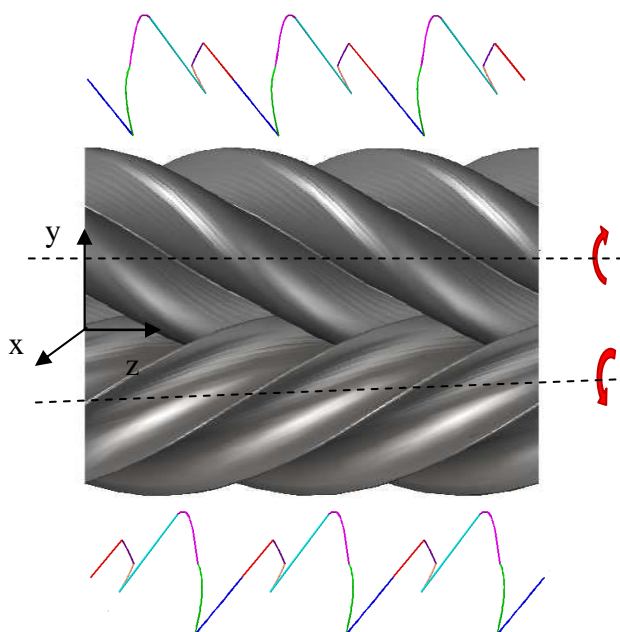


Figura 3.5. Modelul solid al angrenajului elicoidal și linia de contact

În figura 3.5, este prezentat modelul solid al angrenajului elicoidal și linia de contact, relativ la sistemul de referință fix, xyz, al rotorului conducător.

Elementele geometrice ale celor două rotoare :

- razele de rulare: $R_{r1} = 32.0000\text{mm}$, $R_{r2} = 48.0000\text{mm}$;
- parametrii elicoidali: $p_1 = 19.0991\text{mm}$, $p_2 = 28.6487\text{mm}$;
- unghiul de înclinare al elicei : $\beta = 57.2050^\circ$.

Se definește forma și aria spațiului încastrat între lobi rotorului conducător și condus, figura 3.6.

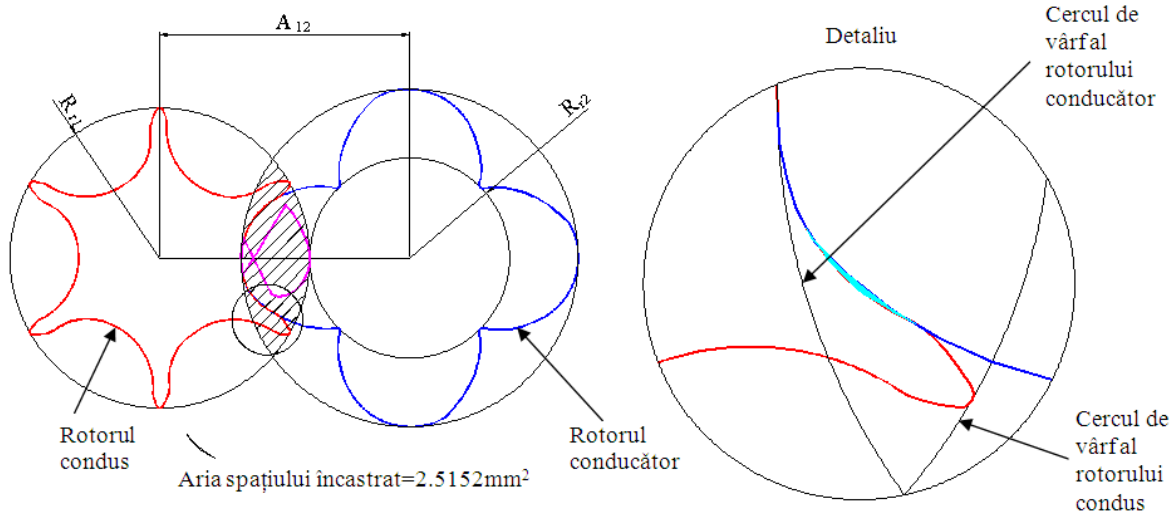


Figura 3.6. Spațiul încastrat și detaliu

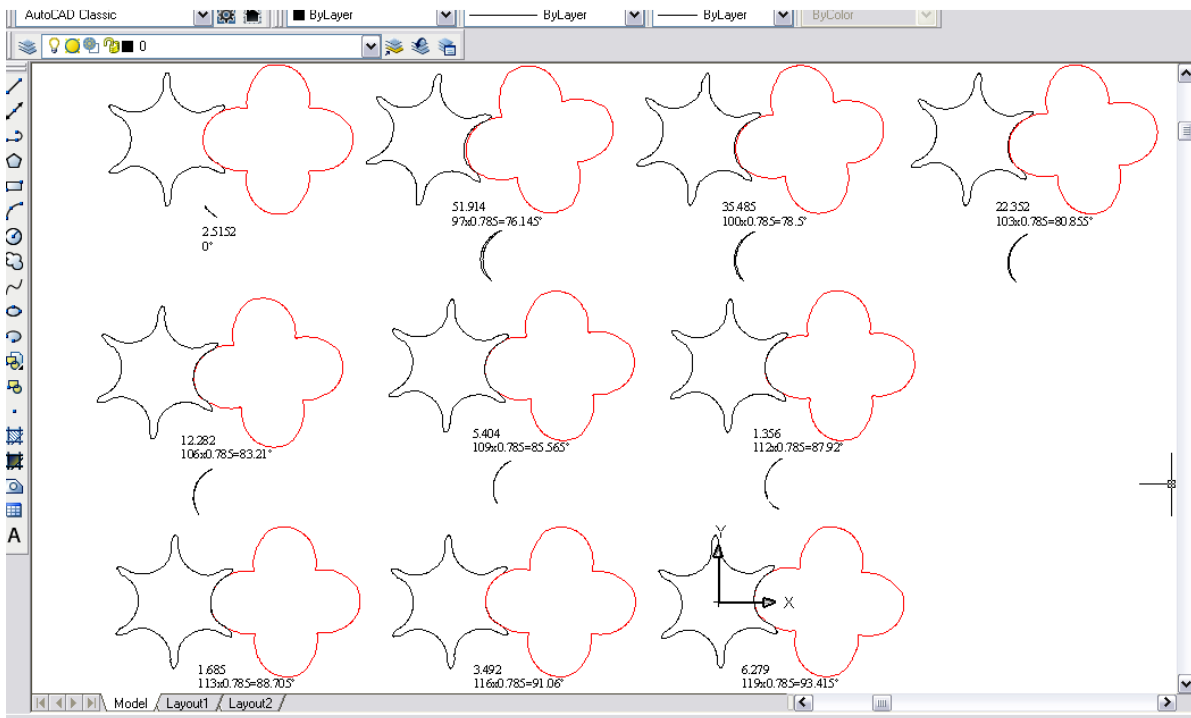


Figura 3.7. Forma și variația mărimii ariei spațiului încastrat

De asemenea, în figura 3.7, se prezintă, determinat prin modelare grafică a angrenajului plan (angrenajul frontal al rotoarelor), modul de variație a formei și mărimii ariei spațiului încastrat. Este evident faptul că, mărimea ariei spațiului încastrat este suficient de redusă și că, în diferite poziții de angrenare (rulare) a celor două centroide, există evidente modificări ale formei și mărimii acestui spațiu.

În figura 3.8, se prezintă, grafic, variația ariei spațiului încastrat, în funcție de unghiul de rotație a rotorului conducător.

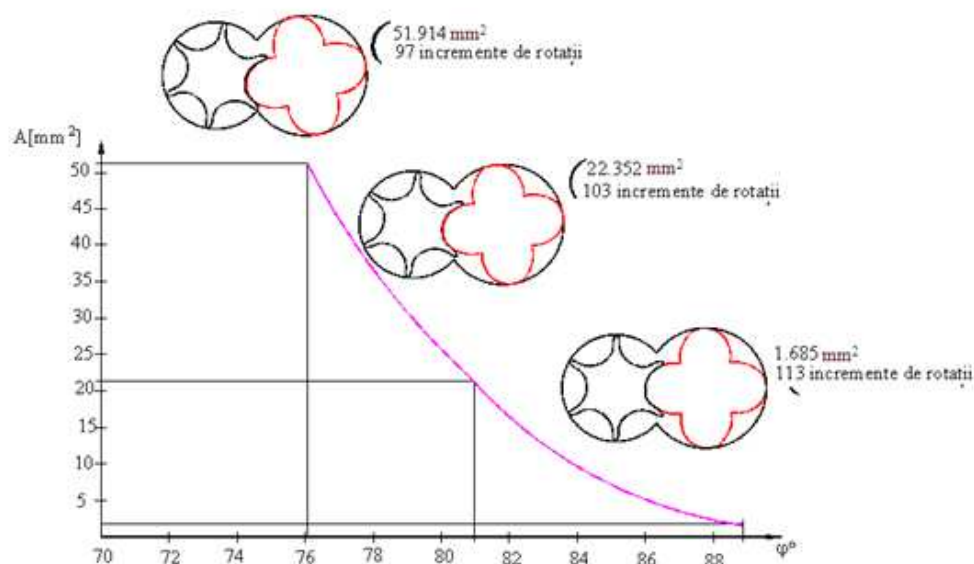


Figura 3.8. Variația spațiului încastrat în funcție de unghiul de rotație la conducător, varianta I

În figurile 3.9 și 3.10, sunt prezentate modelele solide ale rotoarelor angrenajului compresorului, împreună cu cremaliera generatoare.

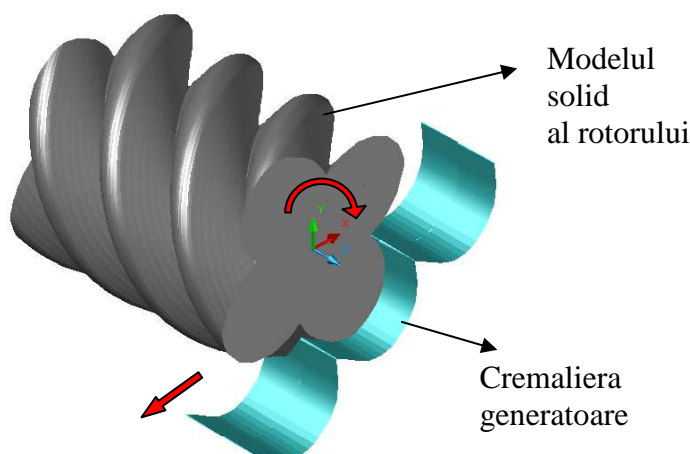


Figura 3.9. Modelele solide ale rotorului conducător și cremaliera generatoare (4/6, $R_{r1}=32$ mm, varianta I)

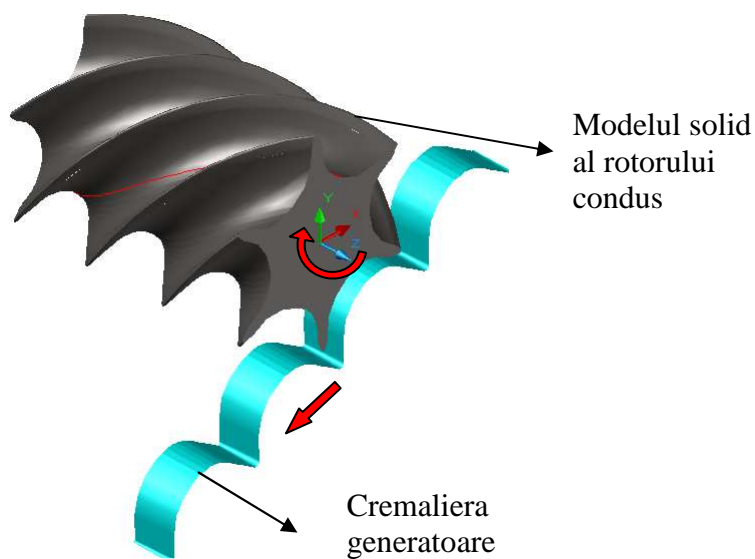


Figura 3.10. Modelele solide ale rotorului condus și cremaliera generatoare (4/6, $R_{r1}=48$ mm, varianta I)

3.2.2. Varianta constructivă IV, compresor 3/5

În figura 3.11, este prezentată varianta constructivă a cremalierii, pentru rotoare de compresor cu raportul de transmisie 3/5.

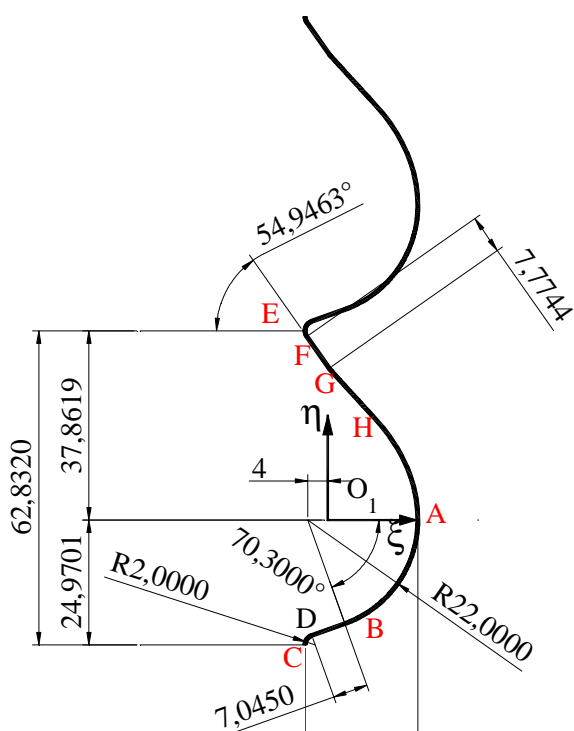


Figura 3.11. Forma constructivă a cremalierii, varianta IV

Pentru acest angrenaj format de rotoarele de compresor, au fost studiate:

- lungimea liniei de angrenare;
- forma liniei de contact între rotoare;
- forma și mărimea spațiului încastrat.

În figurile 3.12 și 3.13, sunt prezentate modelele solide ale rotoarelor și cremalierii generatoare.

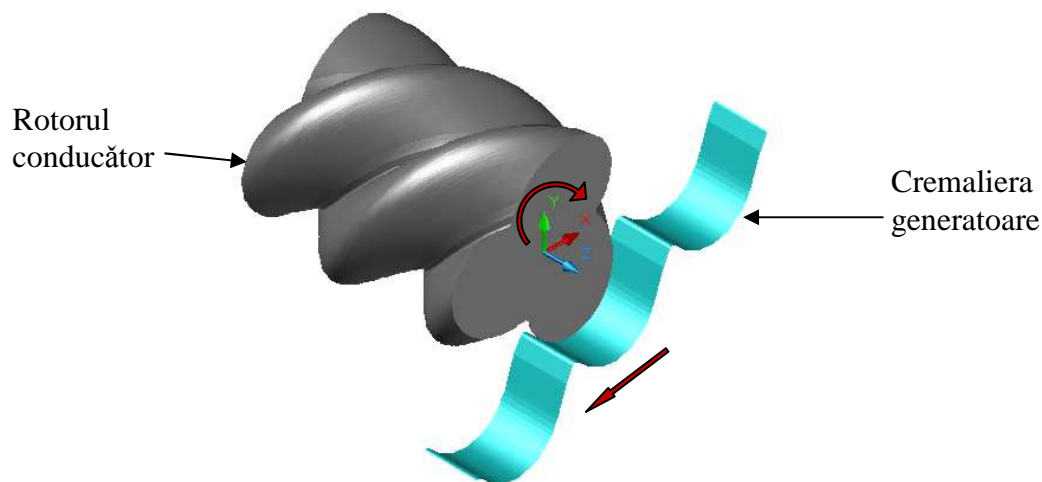


Figura 3.12. Modelul solid al rotorului conducător și cremaliera generatoare

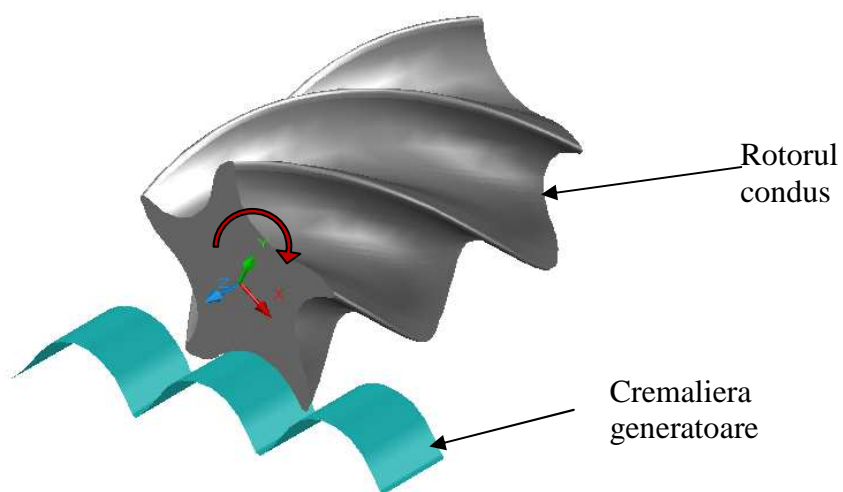


Figura 3.13. Modelul solid al rotorului condus și cremaliera generatoare

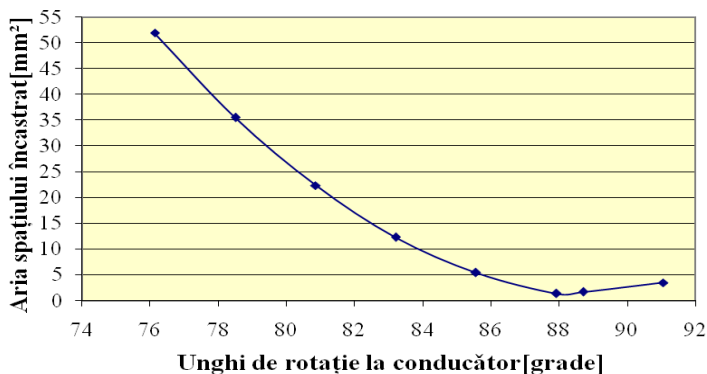
Elementele geometrice ale celor două rotoare :

- razele de rulare: $Rr_1 = 30.0000\text{mm}$, $Rr_2 = 50.0000\text{mm}$;
- parametrii elicoidali: $p_1 = 20.2451\text{mm}$, $p_2 = 33.74184\text{mm}$;
- unghiul de înclinare al elicei : $\beta = 57.3180^\circ$.

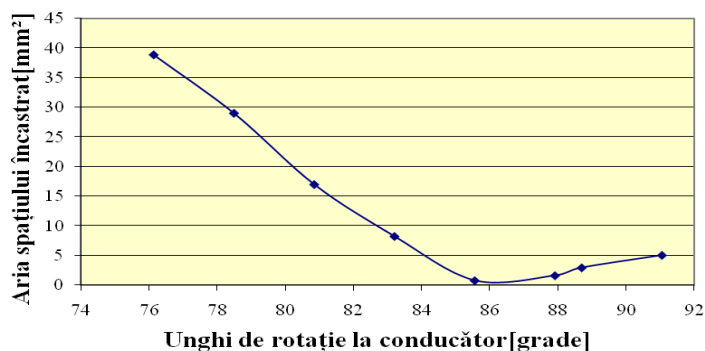
3.3.Concluzii

Modelarea matematică a angrenajelor elicoidale, din componența compresoarelor elicoidale, pentru variantele propuse, a permis evidențierea faptului că, în condițiile în care formele profilului cremalierii acceptate nu diferă în mod substanțial (vezi figurile 3.3, 3.13, 3.25), mărimea spațiului încastrat în procesul de rotație are o lege de variație diferită de la un caz la altul.

VARIANTA (4/6)



VARIANTA II (4/6)



VARIANTA III (4/6)

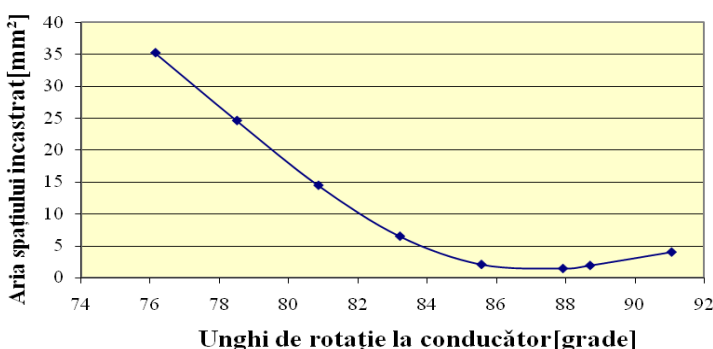


Figura 3.14. Variația ariei spațiului încastrat pentru fiecare din cele trei

◦Este evident faptul că, în momentul inițial al formării spațiului încastrat, există diferențe substanțiale între ariile suprafețelor încastrate, mergând până la un raport $52/36=1.4444$;

° Spațiul încastrat se formează și se păstrează pentru un unghi limitat de rotație al rotorului conducător ; între variantele studiate nu există diferențe notabile : varianta III, dovedindu-se a fi, din acest punct de vedere, cea mai avantajoasă;

° La momentul final al existenței spațiului încastrat (aproximativ $80^{\circ} - 90^{\circ}$), aria spațiului încastrat este semnificativ aceeași pentru toate variantele (figura 3.14).

Acest tip de compresor oferă avantajul folosirii atât în aplicații cu ungere cât și fără ungere, pentru răcirea și comprimarea gazelor.

În figura 3.15, este se poate urmări variația, comparativă, din punctul de vedere al mărimii ariei spațiului încastrat, pentru cele trei variante constructive propuse pentru configurația 4/6.

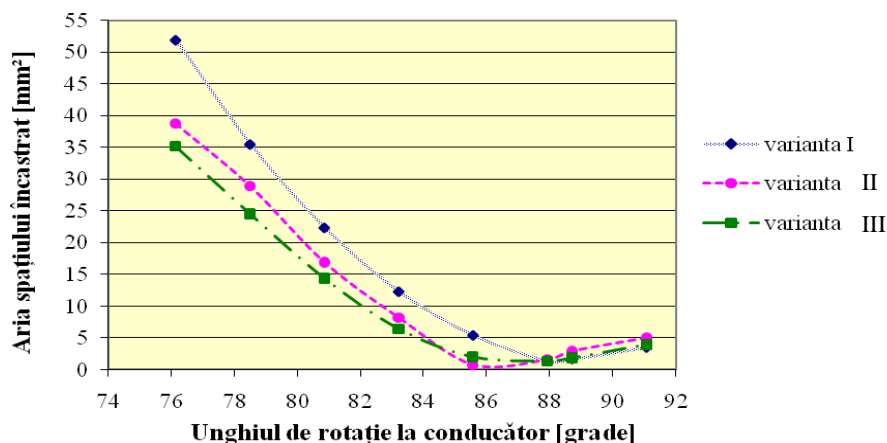


Figura 3.15. Variația comparativă a ariei spațiului încastrat pentru cele trei variante 4/6, în funcție de unghiul de rotație al rotorului conducător

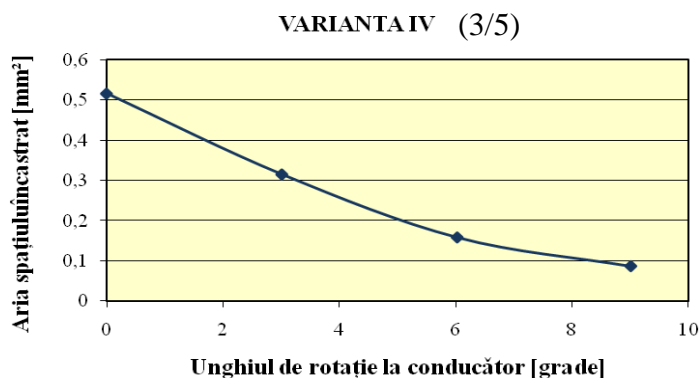


Figura 3.16. Variația ariei spațiului încastrat

Varianta constructivă cu raportul de transmitere 3/5, așa cum era de așteptat, diferă substanțial de situațiile prezentate anterior (figura 3.16).

Din punctul de vedere al lungimii liniei de angrenare, s-au evidențiat diferențe, așa cum se poate observa în figura 3.17, care pot influența performanțele compresorului, în condițiile în care pasul cremalierii de referință, raportul de transmitere și distanța dintre axele rotoarelor se păstrează constante.

Se poate constata că, varianta constructivă III conduce la o formă a liniei de angrenare cu lungimea cea mai redusă, în raport cu celelalte variante constructive cu care s-a făcut comparația.

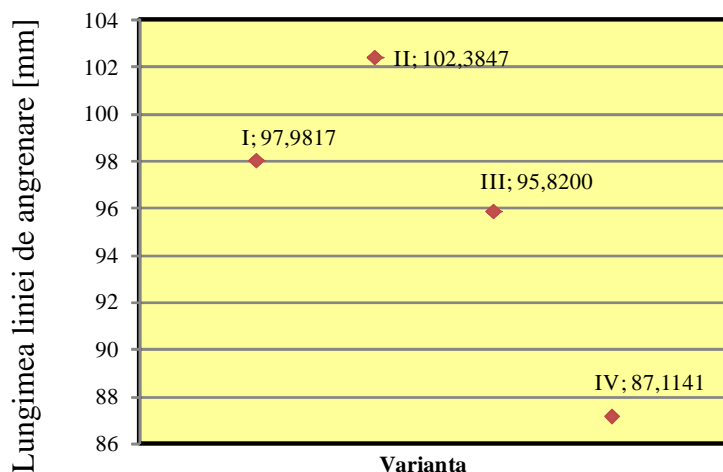


Figura 3.17. Lungimea liniei de angrenare, analizată comparativ, pentru soluțiile constructive propuse

Varianta constructivă IV are evident linia de angrenare cea mai redusă, cu consecințe directe asupra liniei de etanșare și deci asupra randamentului compresorului, în sensul îmbunătățirii lui.

CAPITOLUL IV

PROFILAREA SCULELOR PENTRU GENEREAREA ROTOARELOR DE COMPRESOR ELICOIDAL

4.1. Profilarea sculelor disc pentru generarea rotoarelor de compresor elicoidal

4.1.1. Introducere

Profilarea sculelor mărginite de suprafețe de revoluție, scula disc - scula cilindro-frontală, pentru generarea suprafețelor elicoidale, se bazează pe teoremele fundamentale ale înfășurării suprafețelor.

Sunt situații – cazul rotoarelor compresorului elicoidal – în care complexitatea formei suprafețelor și, de aici, a ecuațiilor analitice care le descriu, conduc la forme analitice greu de manipulat.

În abordarea de față, se prezintă un algoritm specific și un produs soft, realizat în limbaj Java, pentru profilarea suprafeței periferice primare a sculei disc, generatoare a rotoarelor compresorului elicoidal. Profilul frontal al rotoarelor este generat prin înfășurare prin metoda rulării, cu un profil acceptat ca profil al cremalierii generatoare.

Problematika profilării sculelor care generează prin înfășurare suprafețe elicoidale este bine cunoscută, soluția problemei făcând apel la teoremele fundamentale ale înfășurării suprafețelor, pentru cazul în care acestea sunt reprezentate în forme analitice, teorema 1 Olivier și teorema Gohman.

Suprafețele elicoidale ale rotoarelor componente ale compresorului elicoidal sunt suprafețe complexe, cu profiluri transversale formate din ansambluri de curbe.

Problematika generării unor astfel de suprafețe elicoidale compuse (suprafețe elicoidale cilindrice de pas constant) presupune profilarea unei scule mărginite de o suprafață periferică primară de revoluție (scula disc) reciproc înfășurătoare suprafeței elicoidale.

În acest ansamblu de mișcări, se determină suprafața periferică a sculei-disc, ca o suprafață compusă, reciproc înfășurătoare suprafeței elicoidale complexe a rotorului de generat.

Ansamblul de suprafețe elicoidale ale rotorului poate fi cunoscut prin:

- măsurarea directă a unor puncte aparținând unei generatoare a acestuia, măsurare realizată pe o mașină de măsurat 3D, dacă există o replică fizică a rotorului;
- prin formulele analitice ale generatoarei compozite a melcului;
- prin substituirea prin polinoame Bézier de grad inferior a generatoarelor secțiunii frontale a rotorului de generat.

4.1.3. Suprafețele de generat

•Profilul cremalierii generatoare

Se consideră că, profilul frontal al rotoarelor compresorului elicoidal rezultă ca înfășurător al profilului cremalierii generatoare (cremaliera are o forma impusă, care satisface cerințele specifice unei construcții a rotoarelor compresorului elicoidal: lipsa punctelor singulare pe profil, asimetrie a profilului generator, linie de angrenare închisă și de lungime minimă). Forma cremalierii generatoare trebuie să conducă la forme ale profilurilor transversale ale rotoarelor de compresor care să asigure:

- o accentuată asimetrie a formei profilului, în vederea asigurării unui debit satisfăcător al compresorului;
- o linie de contact închisă, între rotoarele compresorului, în vederea asigurării etanșietății camerelor de comprimare [98];
- un volum încastrat între lobi rotoarelor cât mai redus ;
- inexistența punctelor singulare pe profilurile transversale ;
- o tehnologicitate cât mai bună a rotoarelor compresorului, prin asigurarea unor profiluri ale sculelor generatoare fără discontinuități .

Profilul frontal al rotorului condus (conducător) s-a determinat în baza principiilor de generare prin înfășurare, pornind de la forma impusă a cremalierii generatoare, vezi Capitolul II.

4.1.4. Algoritm pentru profilarea sculei disc

Determinarea formei suprafeței de revoluție reciproc înfășurătoare suprafeței elicoidale compuse ce reprezintă canalul elicoidal al rotoarelor compresorului (vezi capitolul II) se poate face utilizând una dintre teoremele fundamentale ale înfășurării suprafețelor în baza reprezentării analitice a suprafețelor elicoidale componente ale canalelor melcilor.

Totuși, se poate imagina o soluție, în baza metodei tangentelor, care, în condițiile concrete ale problemei poate fi mai simplu de aplicat.

•Forma substitutivă a suprafeței elicoidale pentru rotorul condus

Se consideră că, suprafața elicoidală constitutivă a melcului compresorului elicoidal poate fi descrisă ca un ansamblu de suprafețe elicoidale cilindrice și de pas constant, în baza cunoașterii secțiunii transversale a rotoarelor.

Astfel, presupunând că sunt date coordonatele unui profil transversal al rotorului condus, în forma:

$$G = \begin{pmatrix} X_{2_1} & Y_{2_1} \\ X_{2_2} & Y_{2_2} \\ \dots & \dots \\ X_{2_n} & Y_{2_n} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

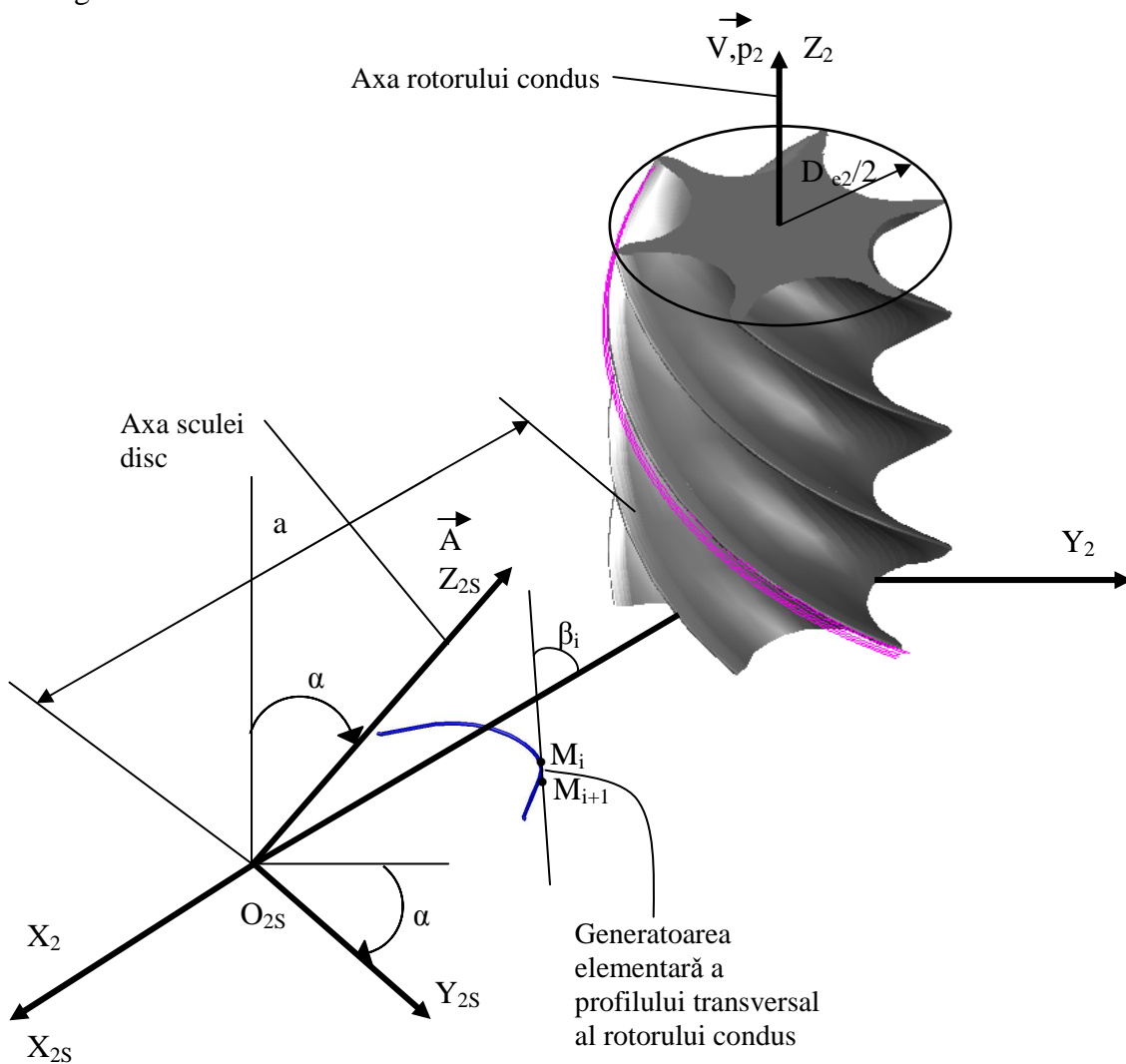
cu n suficient de mare, pentru două puncte învecinate, aflate la distanța ds :

$$ds = \sqrt{(X_{2i+1} - X_{2i})^2 + (Y_{2i+1} - Y_{2i})^2} \leq \varepsilon, \quad (2)$$

cu ds este suficient de mic, $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-2} \dots 1 \cdot 10^{-1}$. Se calculează:

$$\operatorname{tg} \beta_i = \frac{|Y_{2i+1} - Y_{2i}|}{|X_{2i+1} - X_{2i}|}, \quad (3)$$

reprezentând înclinarea segmentului elementar determinat de punctele $M_i[X_{2i}, Y_{2i}]$ și $M_{i+1}[X_{2i+1}, Y_{2i+1}]$, vezi figura 4.2.



Astfel, segmentul elementar $M_i M_{i+1}$ este descris de ecuații de forma:

Figura 4.2. Suprafața elicoidală elementară; sisteme de referință

$$M_i M_{i+1} \begin{cases} X_2 = X_{2i} + \lambda \cdot \cos \beta_i; \\ Y_2 = Y_{2i} + \lambda \cdot \sin \beta_i, \end{cases} \quad (4)$$

cu

$$\lambda_{\min} = 0; \quad \text{vezi (2).}$$

$$\lambda_{\max} = d_s,$$

Tangenta la segmentul $M_i M_{i+1}$ are parametrii directori:

$$\vec{T}_{M_i M_{i+1}} = \cos\beta_i \cdot \vec{i} + \sin\beta_i \cdot \vec{j}. \quad (5)$$

Suprafața elicoidală elementară este descrisă în mișcarea elicoidală de axă \vec{V} și parametru p_2 (melc stânga),

$$\begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} = \omega_3^T(\theta_2) \cdot \begin{pmatrix} X_{2i} \\ Y_{2i} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -p_2 \cdot \theta_2 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

sau, dezvoltat,

$$\begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_{2i} + \lambda \cdot \cos\beta_i \\ Y_{2i} + \lambda \cdot \sin\beta_i \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -p_2 \cdot \theta_2 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

cu θ_2 parametru variabil.

Pentru $\lambda=0$ (punctul M_i) – ecuațiile (6) reprezintă linia elicoidală:

$$\begin{cases} X_2 = X_{2i} \cdot \cos\theta_2 - Y_{2i} \cdot \sin\theta_2; \\ Y_2 = X_{2i} \cdot \sin\theta_2 + Y_{2i} \cdot \cos\theta_2; \\ Z_2 = -p_2 \cdot \theta_2. \end{cases} \quad (8)$$

Astfel, se calculează parametrii directori ai tangentei la linia elicoidală (8),

$$\vec{T}_{M_i} = \frac{dX_2}{d\theta_2} \cdot \vec{i} + \frac{dY_2}{d\theta_2} \cdot \vec{j} - p_2 \cdot \vec{k}. \quad (9)$$

Tangenta la linia elicoidală, în punctul M_i :

$$\begin{cases} \frac{dX_2}{d\theta_2} = -X_{2i} \cdot \sin\theta_2 - Y_{2i} \cdot \cos\theta_2; \\ \frac{dY_2}{d\theta_2} = X_{2i} \cdot \cos\theta_2 - Y_{2i} \cdot \sin\theta_2; \\ \frac{dZ_2}{d\theta_2} = -p_2. \end{cases} \quad (10)$$

Se poate aproxima, acum, normala la suprafața elicoidală elementară ținând seama de (4)...(9) în forma:

$$\vec{N}_{\Sigma} = \vec{T}_{M_1 M_{i+1}} \times \vec{T}_{M_i} \quad (11)$$

După înlocuiri, rezultă forma:

$$\vec{N}_{\Sigma} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -X_{2i} \cdot \sin\theta_2 - Y_{2i} \cdot \cos\theta_2 & X_{2i} \cdot \cos\theta_2 - Y_{2i} \cdot \sin\theta_2 & -p_2 \\ \cos\beta_1 & \sin\beta_1 & 0 \end{vmatrix}, \quad (12)$$

care, principial, este dată de (13),

$$\vec{N}_{\Sigma} = N_{X_2} \cdot \vec{i} + N_{Y_2} \cdot \vec{j} + N_{Z_2} \cdot \vec{k} \quad , \quad (13)$$

cu definițiile:

$$\begin{cases} N_{X_2} = p_2 \cdot \sin\beta_1 ; \\ N_{Y_2} = -p_2 \cdot \cos\beta_1 ; \\ N_{Z_2} = [\sin\beta_1] \cdot [-X_{2i} \cdot \sin\theta_2 - Y_{2i} \cdot \cos\theta_2] - [\cos\beta_1] \cdot [X_{2i} \cdot \cos\theta_2 - Y_{2i} \cdot \sin\theta_2] . \end{cases} \quad (14)$$

Cunoscând forma parametrilor directori ai normalei la suprafața elicoidală elementară (12), se poate scrie condiția de înfășurare Nicolaev.

Se definesc:

- axa sculei disc \vec{A} având forma,

$$\vec{A} = +\sin\alpha \cdot \vec{j} + \cos\alpha \cdot \vec{k} \quad ; \quad (15)$$

- vectorul \vec{OO}_1 ,

$$\vec{OO}_1 = a \cdot \vec{i} \quad . \quad (16)$$

Mărimile α și a vor fi definite din punct de vedere constructiv din condiția ca axa \vec{A} să fie perpendiculară pe elicea diametrului exterior al rotorului condus, fie D_{e2} acest diametru:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2\pi \cdot p_2}{\pi \cdot D_{e2}} = \frac{2 \cdot p_2}{D_{e2}} \quad ; \quad (17)$$

- p_2 este parametrul elicoidal al suprafețelor elicoidale ale rotorului condus;

- a este suma dintre mărimea diametrului interior al rotorului generat și diametrul exterior al sculei disc.

Astfel, condiția de determinare a caracteristicii pe suprafața elicoidală este

$$(\vec{N}_\Sigma, \vec{A}, \vec{r}_2) = 0 \quad , \quad (18)$$

în care \vec{r}_2 este vectorul punctului curent de pe Σ (suprafața elicoidală elementară) în raport cu O_2 ;

$$\begin{aligned} \vec{r}_2 &= \vec{r} - a \cdot \vec{i} \\ \vec{r}_2 &= [X_{2i} \cdot \cos\theta_2 - Y_{2i} \cdot \sin\theta_2] \cdot \vec{i} - a \cdot \vec{i} + [X_{2i} \cdot \sin\theta_2 + Y_{2i} \cdot \cos\theta_2] \cdot \vec{j} - p_2 \cdot \theta_2 \cdot \vec{k} \quad , \end{aligned} \quad (19)$$

cu definiția funcțiilor X_2, Y_2 date de (17).

Condiția de înfășurare (18) devine:

$$(\vec{N}, \vec{A}, \vec{r}) = \begin{vmatrix} (X_{2i} \cdot \cos\theta_2 - Y_{2i} \cdot \sin\theta_2 - a) & (X_{2i} \cdot \sin\theta_2 + Y_{2i} \cdot \cos\theta_2) & -p_2 \cdot \theta_2 \\ p_2 \cdot \sin\beta_i & -p_2 \cdot \cos\beta_i & (X_{2i} \cdot \cos(\theta_2 - \beta_i) + Y_{2i} \cdot \sin(\theta_2 - \beta_i)) \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix} \leq \varepsilon \quad , \quad (20)$$

$\varepsilon: (1 \times 10^{-3})$, (pentru mărimea determinantului în valoare absolută).

Ansamblul punctelor aparținând suprafeței elicoidale elementare care satisfac condiția de înfășurare (20) reprezintă curba caracteristică – curba de contact a suprafeței elicoidale cu suprafața periferică primară a sculei disc. Fie

$$X_2^c = \begin{cases} X_{2i}^c \\ Y_{2i}^c \\ Z_{2i}^c \end{cases}, \quad (i=1 \dots m) \quad , \quad (21)$$

matricea punctelor aparținând curbei caracteristice.

Prin schimbarea de coordonate:

$$\begin{cases} X_{2S} = X_{2i}^c - a; \\ Y_{2S} = Y_{2i}^c \cdot \cos\alpha - Z_{2i}^c \cdot \sin\alpha; \\ Z_{2S} = -Y_{2i}^c \cdot \sin\alpha + Z_{2i}^c \cdot \cos\alpha, \end{cases} \quad (i=1 \dots m), \quad (22)$$

se transferă coordonatele curbei caracteristice în sistemul de referință al sculei disc, $X_{2S} Y_{2S} Z_{2S}$, cu originea în O_{2S} .

Secțiunea axială a sculei disc se obține din (23), în forma:

$$\begin{cases} H = Z_{2S} \\ R = \sqrt{X_{2S}^2 + Y_{2S}^2} \end{cases} \quad (i=1 \dots m), \quad (23)$$

Conform algoritmului prezentat, se tratează toate suprafețele elementare ale melcului, corespunzând segmentelor \widehat{AB} , \widehat{BC} , \widehat{CD} , \widehat{EF} , \widehat{FG} , \widehat{GH} , \widehat{HA} , din componența rotorului.

4.1.5. Aplicații numerice

Varianta I (4/6)

◦Rotorul condus:

În tabelul 4.1, sunt descrise coordonatele profilului sculei disc pentru rotorul condus.

Tabelul 4.1. Coordonatele profilul axial al sculei disc pentru rotorul condus (vezi și anexa 2)

nr.	R[mm]	H[mm]	nr.	R[mm]	H[mm]	nr.	R[mm]	H[mm]
1	47.78587	-12.79032	51	68.99054	0.49312	91	52.13562	11.66378
2	48.08695	-12.36994	52	68.94703	1.03081	92	51.63146	11.85602
3	48.46247	-12.22681	53	68.86675	1.56424	93	51.12808	12.05028
4	48.97408	-12.05542	54	68.74818	2.09046	94	50.62550	12.24661
5	49.48646	-11.88633	55	68.59054	2.60632	95	50.12371	12.44496
6	49.99952	-11.71936	56	68.39393	3.10862	96	49.62277	12.64544
7	50.51328	-11.55444	57	68.15933	3.59434	97	49.12279	12.84831
8	51.02778	-11.39183	58	67.88860	4.06090	98	48.62399	13.05403
9	51.54293	-11.23136	59	67.58419	4.50623	99	48.13563	13.28157
10	52.05881	-11.07326	60	67.24913	4.92900	100	47.81322	13.68439
...

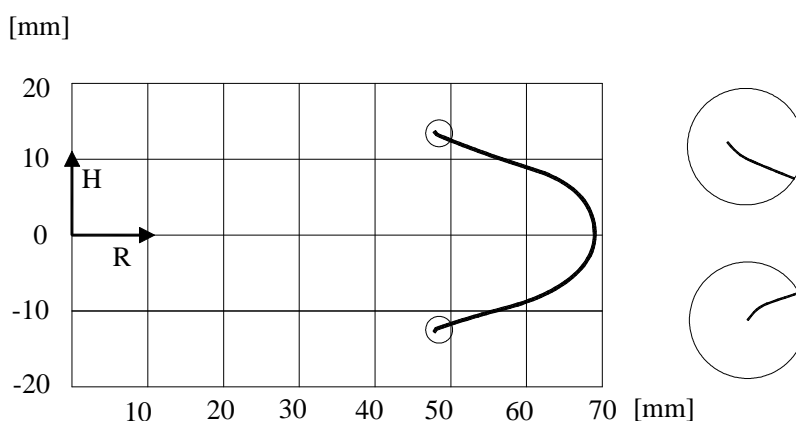


Figura 4.3. Rotorul condus–profilul dintelui sculei disc, varianta I

În figura 4.4, este reprezentat profilul dintelui sculei disc. Suprafața elicoidală a flancului rotorului conducător este o suprafață elicoidală cilindrică de pas constant, stânga, cu parametrul elicoidal $p_2 = 28.6487$ mm.

Dimensiunea distanței între axa sculei disc și axa rotorului este $a = R_s + R_{int2}$. (38)

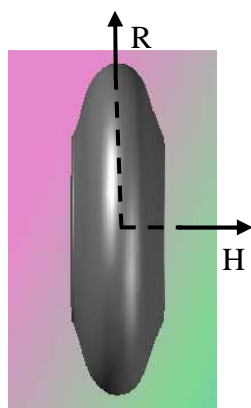


Figura 4.4. Modelul solid al sculei disc pentru rotorul condus, varianta I

În figura 4.5, este reprezentat modelul solid al sculei disc pentru rotorul condus.

Tabel 4.2. Elemente geometrice constructive ale rotorului condus

R_{r2} [mm]	R_{int2} [mm]	a [mm]	p_2 [mm]	R_s [mm]	β [°]
48.0000	26.0340	95.0325	28.6487	68.9985	57.2050

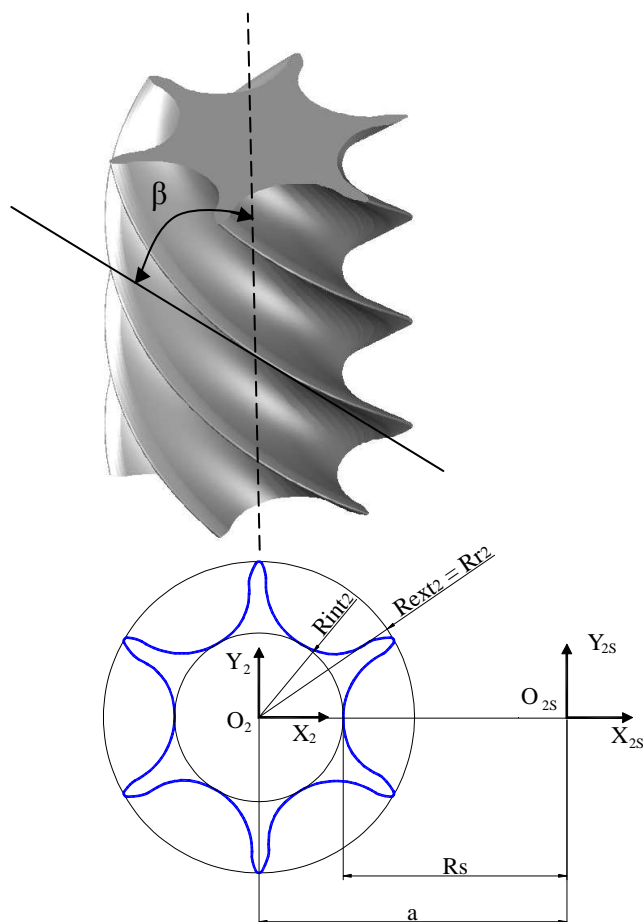


Figura 4.5. Elemente geometrice constructive ale rotorului condus

4.1.6. Produs soft pentru determinarea profilurilor sculelor disc generatoare [9]

S-a elaborat un produs soft dedicat, în baza aproximării profilurilor transversale ale suprafețelor elicoidale ale rotoarelor compresorului elicoidal, cu polimoame Bézier de grad superior. Produsul soft este dezvoltat utilizând Sun Java Development Kit.

Produsul soft generează suprafețele elicoidale ale rotoarelor compresoarelor elicoidale. Folosind condiția de înfășurare specifică, se poate calcula secțiunea axială a sculei disc, reciproc înfășurătoare ansamblului de suprafețe elicoidale și de pas constant, care reprezintă golul între doi lobi succesivi ai

rotoarelor, condus și conducător. Poziția relativă a axei sculei disc este definită în acord cu algoritmul anterior prezentat.

Suprafețele flancurilor corespunzătoare generatoarelor rotoarelor compresoarelor, \widehat{AB} , \overline{BC} , \widehat{CD} , etc. (vezi figura 4.16), sunt approximate cu polinoame de grad superior, astfel că precizia reprezentării formei suprafeței este deosebit de riguroasă.

În continuare, sunt prezentate cele mai importante elemente ale aplicației, în succesiunea de pași următoare :

1. selecția tipului de elice generatoare a profilului ;
2. configurarea tuturor parametrilor profilului generator (în cazul “puncte măsurate” se va insera o listă de puncte definite prin coordonate);
3. selecția instrumentelor de lucru;
4. definirea unor parametri de realizare a elicei: diametru exterior, diametru interior și pas;
5. refacerea suprafeței elicoidale în funcție de parametrii definiți și opțiunile alese;
6. reprezentarea curbei caracteristice a suprafeței elicoidale;
7. reprezentarea suprafeței elicoidale;
8. definirea originii suprafeței elicoidale și a sistemului de coordonate;
9. definirea sistemului de coordonate a sculei.

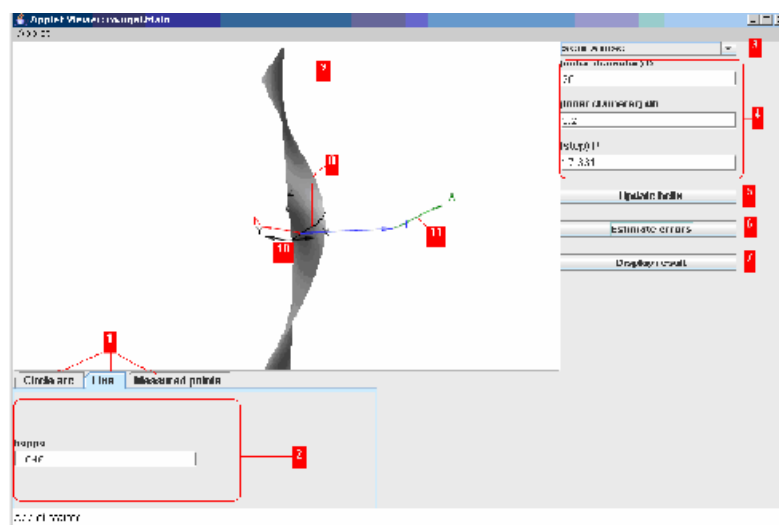


Figura 4.6. Applet interfață user

4.1.7. Concluzii

S-a propus o soluție de profilare a rotoarelor condus și conducător, componente ale compresorului elicoidal, pornind de la o forma definită a profilului cremalierii generatoare.

S-a aplicat metoda tangențelor pentru substituirea suprafețelor elicoidale ale rotoarelor condus și conducător, cu suprafețe elicoidale elementare, în scopul diminuării calculului analitic.

S-au prezentat exemple numerice ale profilării sculei disc și s-au realizat modele 3D ale suprafețelor periferice primare ale sculei disc, pentru diferite variante constructive ale compresorului elicoidal.

4.2. Metoda de profilare a suprafețelor periferice primare ale sculei-melc, reciproc înfășurătoare a unui vârtej de suprafețe asociat unei centroide circulare, pentru o exprimare în formă discretă a suprafeței [9], [11], [12]

4.2.1. Introducere

Sunt cunoscute modalități de profilare ale suprafeței periferice a sculei-melc, reciproc înfășurătoare unui vârtej ordonat de suprafețe, asociat unei axoide în rulare cu axoida unei cremaliere, comună cu cremaliera suprafeței elicoidale a sculei melc (cazul generării roților dințate evolventice, a canelurilor cu flancuri paralele și alte forme de profiluri neevolventice, care au la bază teoremele fundamentale ale înfășurării suprafețelor : teorema a II-a Oliver, pentru suprafețe în înfășurare cu contat punctiform; teorema Gohman, prin metoda suprafeței intermediare; metoda descompunerii mișcării elicoidale, Nicolaev.

O astfel de problemă de generare necesită un algoritm particular dedicat acestei probleme.

Descrierea unei suprafețe, cunoscută numeric prin polinoame de aproximare Bézier, poate constitui o variantă de algoritm pentru profilarea sculei melc, în condițiile în care precizia de generare este satisfăcătoare. Evident, o rezolvare de acest tip este destinată generării vârtejurilor ordonate de suprafețe, în primul rând pentru cele neevolventice, pentru care se impune, întotdeauna, necesitatea unei profilări a sculei. Aceasta este situația și pentru cazul suprafețelor elicoidale ale rotoarelor compresoarelor elicoidale - condus și conducător.

4.2.2. Sisteme de referință; mișcări de generare

◦Rotorul conducător [12]

În figura 4.17, sunt prezentate: sistemul de axoide în rulare: axoida vârtejurii de suprafețe de generat; axoida cremalierei reciproc înfășurătoare; poziția axei suprafeței periferice primare a sculei-melc; mișcările absolute ale sistemelor de referință asociate acestor axoide.

Se definesc sistemele de referință:

- $x_0 y_0 z_0$ este sistemul fix cu axa z_0 , axa de rotație a axoidei asociată vârtejurii de suprafețe de generat;
- $x_{01} y_{01} z_{01}$ -sistemul fix, cu axa y_{01} suprapusă axei suprafeței periferice primare a sculei melc;
- $X_1 Y_1 Z_1$ - sistemul mobil solidar axoidei vartejurii de suprafețe de generat, A_1 ;
- $\xi \eta \zeta$ - sistemul mobil solidar axoidei cremalierei (suprafața plană suprapusă planului $\eta \zeta$), A_2 ;
- $X_{1S} Y_{1S} Z_{1S}$ este sistemul mobil asociat suprafeței periferice primare a sculei-melc.

Este cunoscută cinematica de principiu a procesului de generare:

- rotația axoidei A_1 (cilindru de revoluție de rază R_{rp}), solidară cu sistemul $X_1 Y_1 Z_1$, cu parametrul φ_1
- parametrul unghiular de mișcare,

$$x_0 = \omega_3^T(\varphi_1) \cdot X_1 \quad ; \quad (24)$$

- translația axoidei A_2 , solidară cu sistemul $\xi \eta \zeta$ cu λ_η parametrul de mișcare:

$$x_0 = \xi - a \quad a = \begin{pmatrix} -R_{rp} \\ -\lambda_\eta \\ 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad (25)$$

- rotația sistemului $X_{1S} Y_{1S} Z_{1S}$ în jurul axei Y_{01} , cu φ_2 parametrul unghiular de mișcare:

$$x_{01} = \omega_2^T(\varphi_2) \cdot X_1 \quad . \quad (26)$$

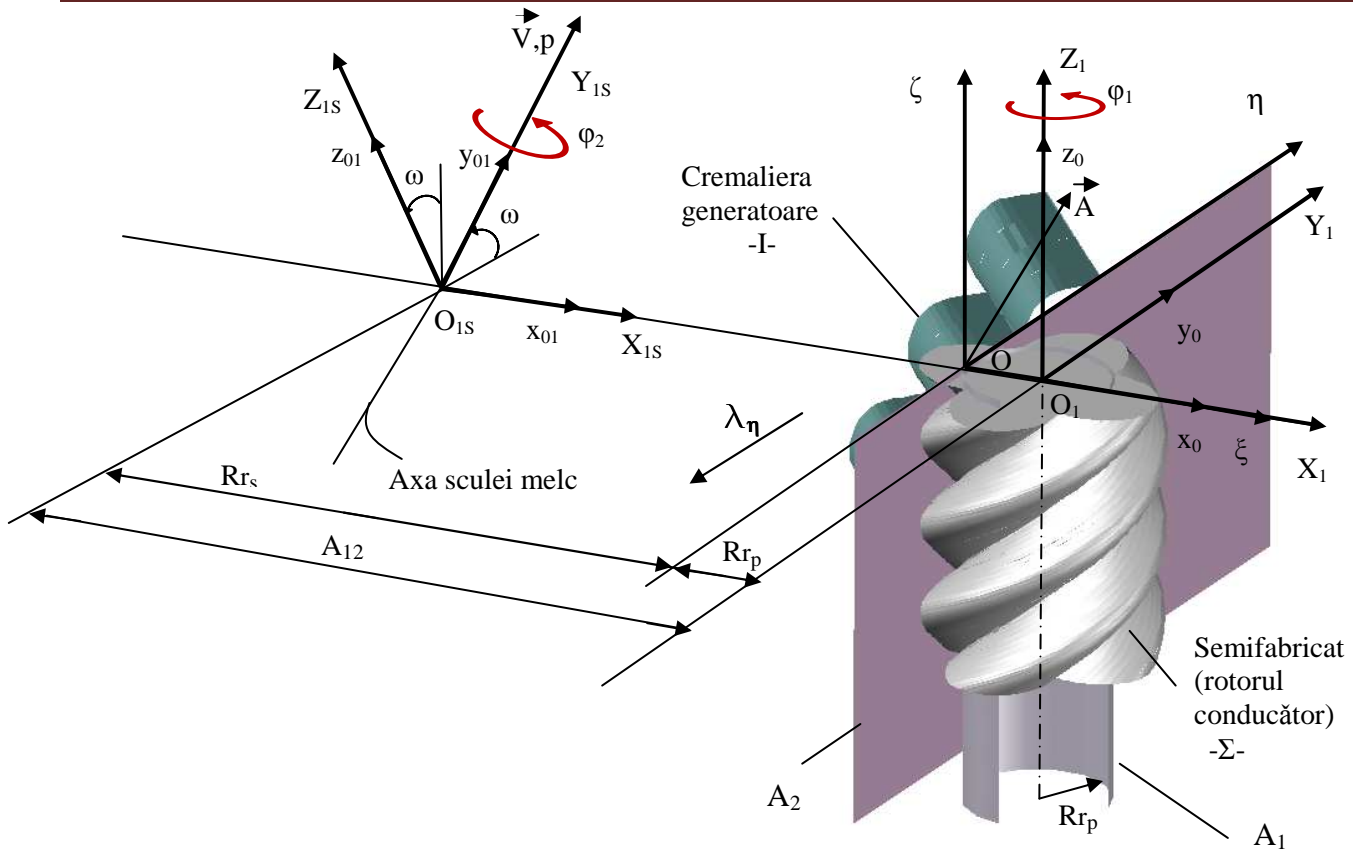


Figura 4.7. Sisteme de referință ; mișcări de generare

De asemenea, sunt cunoscute condițiile:

- condiția de rulare a axoizelor A_1 și A_2 ,

$$\lambda_\eta = R_{rp} \cdot \varphi_1; \tag{27}$$

- dependența dată de forma suprafeței periferice primare a sculei-melc (melc cilindric de pas constant p – parametrul elicoidal) ,

$$\lambda_\eta = p \cdot \varphi_2 \cdot \cos\omega; \tag{28}$$

- transformarea între sistemele de referință fixe,

$$\begin{pmatrix} x_{01} \\ y_{01} \\ z_{01} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & -\sin\omega \\ 0 & \sin\omega & \cos\omega \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} A_{12} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{29}$$

A_{12} este distanța dintre axele axoidei A_1 și a suprafeței elicoidale Σ .

În principiu, vitezele unghiulare cu care se realizează mișcările de rotație sunt constante.

Mișcarea relativă a sistemului solidar axoidei A_1 , a suprafeței de generat XYZ , în raport cu sistemul de referință asociat spațiului cremalierii, $\xi\eta\zeta$, este dată de transformarea:

$$\xi = \omega_3^T(\varphi_1) \cdot X - a. \tag{30}$$

Definiția punctului curent de pe suprafața de generat, ca o suprafață elicoidală cilindrică, este:

$$\Sigma \begin{cases} X_1 = X_1(u); \\ Y_1 = Y_1(u); \\ Z_1 = p_1 \cdot v, \end{cases} \tag{31}$$

pentru \mathbf{u} variabilă discretă, cunoscută printr-un număr redus de valori (3 sau 4 puncte), ca element al unui profil complex, ce urmează a fi generat prin înfășurare; ν - parametrul unghiular de rotație în jurul axei Z_1 ; p_1 - parametrul elicoidal al suprafeței flancurilor rotorului conducător.

4.2.3. Determinarea formei suprafeței cremalierii

Din (30) și (31), se determină familia de suprafețe în sistemul de referință al cremalierii, $\xi\eta\zeta$ cu φ_1 parametru variabil,

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi_1 & -\sin\varphi_1 & 0 \\ \sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_1(u) \\ Y_1(u) \\ p_1 \cdot \nu \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -R_{rp} \\ -R_{rp} \cdot \varphi_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (32)$$

căreia i se asociază condiția de înfășurare, fie aceasta

$$[X_1 - X_1(u)] \cdot X'_{1u} + [Y_1 - Y_1(u)] \cdot Y'_{1u} = 0, \quad (33)$$

în care:

$$\begin{cases} X_1 = R_{rp} \cdot \cos \varphi_1; \\ Y_1 = R_{rp} \cdot \sin \varphi_1. \end{cases} \quad (34)$$

Condiția (47) reprezintă „condiția normalelor” (R_{rp} fiind raza axoidei cilindrice de revoluție, A_1 , careia îi este asociat vârtejul de suprafețe de generat, vezi (45)).

Se poate accepta că, directoarea suprafeței constituind flancul cilindric al cremalierii generatoare, poate fi substituită, suficient de riguros, pentru o mare majoritate a profilurilor constituente ale rotoarelor compresorului elicoidal, cu un polinom Bézier, descris de ecuații de forma (35),

$$I: \begin{cases} \xi = \lambda^3 \cdot A_\xi + 3\lambda^2(1-\lambda) \cdot B_\xi + 3\lambda(1-\lambda)^2 \cdot C_\xi + (1-\lambda)^3 \cdot D_\xi; \\ \eta = \lambda^3 \cdot A_\eta + 3\lambda^2(1-\lambda) \cdot B_\eta + 3\lambda(1-\lambda)^2 \cdot C_\eta + (1-\lambda)^3 \cdot D_\eta. \end{cases} \quad (35)$$

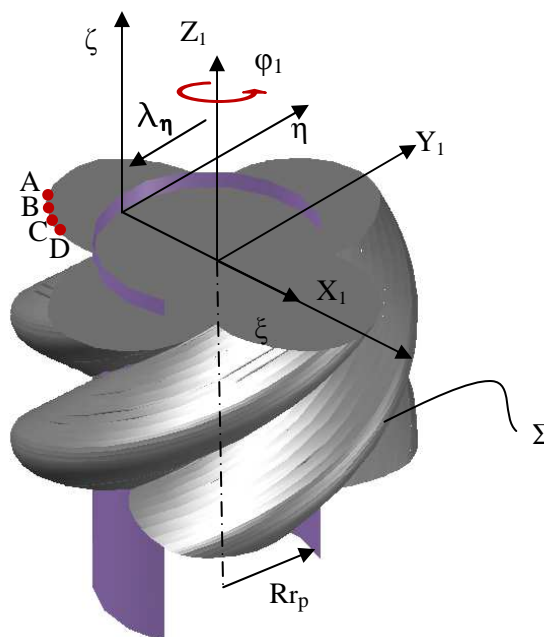


Figura 4. 8. Suprafața Σ a vârtejului de suprafețe de generat, cunoscută prin 4 puncte ale generatoarei: $A[X_A, X_A]$, $B[X_B, X_B]$, $C[X_C, X_C]$, $D[X_D, X_D]$

Ansamblul punctelor (nodurilor) prin care este definită directoarea suprafeței cilindrice (flancul semifabricatului) este dat de : $A[x_A, y_A]$, $B[x_B, y_B]$, $C[x_C, y_C]$, $D[x_D, y_D]$, vezi figura 4.8.

Identificarea coeficienților A_ξ , B_ξ , C_ξ , D_ξ , A_η , B_η , C_η , D_η este prezentată în tabelul 4.3, pentru o suprafață cilindrică de generat, având curba directoare un profil component al cremalierii generatoare. În lungul directoarei unei asemenea suprafețe, se definește un număr limitat de puncte (3 sau 4) prin intermediul cărora se descrie un polinom Bézier, înlocuitor al acestei curbe.

În mod similar, se realizează substituiri tuturor formelor profilurilor aparținând cremalierii generatoare și, deci, și profilurilor conjugate acestora – profilurile rotoarelor compresorului elicoidal.

Tabelul 4.3. Identificarea coeficienților polinomului Bézier (polinomul de gradul 3)

u	Profilul primar	Condiția de înfășurare
0	X_A, Y_A	$\varphi_{1A} = \arccos \left[\frac{X_A \cos \alpha + Y_A \sin \alpha}{R_{rp}} \right] + \alpha$
$\frac{1}{3} u_{\max}$	$X_B = X_A + \frac{1}{3} [X_D - X_A]$ $Y_B = Y_A + \frac{1}{3} [Y_D - Y_A]$	$\varphi_{1B} = \arccos \left[\frac{X_B \cos \alpha + Y_B \sin \alpha}{R_{rp}} \right] + \alpha$
$\frac{2}{3} u_{\max}$	$X_C = X_A + \frac{2}{3} [X_D - X_A]$ $Y_C = Y_A + \frac{2}{3} [Y_D - Y_A]$	$\varphi_{1C} = \arccos \left[\frac{X_C \cos \alpha + Y_C \sin \alpha}{R_{rp}} \right] + \alpha$
u_{\max}	X_D, Y_D	$\varphi_{1D} = \arccos \left[\frac{X_D \cos \alpha + Y_D \sin \alpha}{R_{rp}} \right] + \alpha$
λ	Puncte pe profilul cremalierii	Coeficienții polinomului de aproximare
0	$\xi_A = X_A \cos \varphi_{1A} - Y_A \sin \varphi_{1A} + R_{rp}$ $\eta_A = X_A \sin \varphi_{1A} - Y_A \cos \varphi_{1A} + R_{rp} \cdot \varphi_{1A}$	$D_\xi = \xi_A$ $D_\eta = \eta_A$
1/3	$\xi_C = X_C \cos \varphi_{1C} - Y_C \sin \varphi_{1C} + R_{rp}$ $\eta_C = X_C \sin \varphi_{1C} - Y_C \cos \varphi_{1C} + R_{rp} \cdot \varphi_{1C}$	$B_\xi = \frac{18 \cdot \xi_C - 9 \cdot \xi_D + 2 \cdot \xi_A - 5 \cdot \xi_D}{6}$ $B_\eta = \frac{18 \cdot \eta_C - 9 \cdot \eta_D + 2 \cdot \eta_A - 5 \cdot \eta_D}{6}$
2/3	$\xi_D = X_D \cos \varphi_{1D} - Y_D \sin \varphi_{1D} + R_{rp}$ $\eta_D = X_D \sin \varphi_{1D} - Y_D \cos \varphi_{1D} + R_{rp} \cdot \varphi_{1D}$	$B_\xi = \frac{-5 \cdot \xi_A + 2 \cdot \xi_D + 18 \cdot \xi_B - 9 \cdot \xi_C}{6}$ $B_\eta = \frac{-5 \cdot \eta_A + 2 \cdot \eta_D + 18 \cdot \eta_B - 5 \cdot \eta_C}{6}$
1	$\xi_B = X_B \cos \varphi_{1B} - Y_B \sin \varphi_{1B} + R_{rp}$ $\eta_B = X_B \sin \varphi_{1B} - Y_B \cos \varphi_{1B} + R_{rp} \cdot \varphi_{1B}$	$A_\xi = \xi_D$ $A_\eta = \eta_D$

4.2.4. Profilarea suprafeței periferice primare a sculei-melc [12]

◦Rotorul conducător

Cunoscută fiind suprafața flancului cremalierii (în forma aproximată, ca polinom Bézier) se propune determinarea caracteristicii (curba de contact) la contactul acesteia cu viitoarea suprafață periferică primară a sculei-melc, prin utilizarea metodei descompunerii mișcării elicoidale [60], vezi figura 4.9.

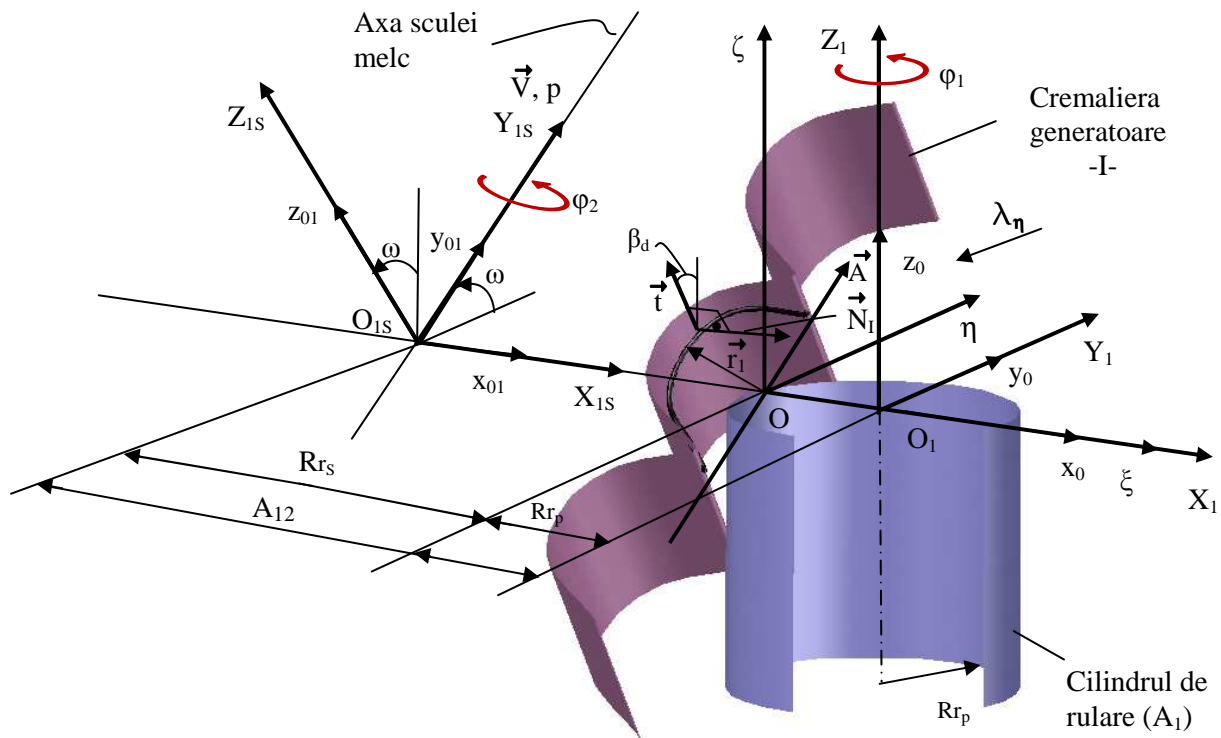


Figura 4.9. Metoda descompunerii mișcării elicoidale ; sisteme de referință

Mișcarea elicoidală generatoare a suprafeței periferice primare a sculei-melc (\vec{V}, p) se descompune într-o sumă de mișcări echivalente: o mișcare de translație, după direcția \vec{t} a versorului generatoarelor suprafețelor cilindrice – flancul cremalierii – și o mișcare de rotație de axă \vec{A} , paralela cu \vec{V} , și aflată la distanța:

$$a = p \cdot \tan(\theta), \quad (36)$$

de axa suprafeței elicoidale, \vec{V} , vezi și figura 4.9.

Astfel, caracteristica suprafeței I, în mișcarea compusă, nu depinde de acea componentă a mișcării în decursul căreia suprafața se autogenerază, fiind îndeplinită identitatea

$$\vec{N} \cdot \vec{t} \equiv 0 \quad (37)$$

(normala la suprafața I, suprafața cilindrică, este întotdeauna perpendiculară pe generatoarea proprie) și, deci, condiția pentru determinarea caracteristicii în mișcarea elicoidală (\vec{V}, p) va depinde numai de mișcarea de rotație în jurul axei \vec{A} .

Ca urmare, caracteristica suprafeței cilindrice, I- flancul sculei cremalieră - în mișcarea elicoidală de axă \vec{V} și parametru p , este definită ca fiind proiecția axei \vec{A} pe suprafața I. Altfel spus, este locul geometric al punctelor de pe suprafața cilindrică I, pentru care normalele la aceasta intersectează axa \vec{A} .

Se definesc, vezi și figura 4.9:

- axa \vec{A} , în sistemul $x_0y_0z_0$,

$$\vec{A} = \cos\omega \cdot \vec{j} + \sin\omega \cdot \vec{k} \quad (38)$$

- normala la suprafața I, vezi și capitolul II, precum și tabelul 4.3, principial în forma ,

$$\vec{N}_I = N_{x_0} \cdot \vec{i} + N_{y_0} \cdot \vec{j} + N_{z_0} \cdot \vec{k} \quad (39)$$

Pentru suprafața I, aproximată printr-un polinom Bézier, sub forma ,

$$\vec{N}_I = \left(\frac{\partial x_0}{\partial \lambda} \vec{i} + \frac{\partial y_0}{\partial \lambda} \vec{j} + \frac{\partial z_0}{\partial \lambda} \vec{k} \right) \times \left(\frac{\partial x_0}{\partial t} \vec{i} + \frac{\partial y_0}{\partial t} \vec{j} + \frac{\partial z_0}{\partial t} \vec{k} \right), \quad (40)$$

(vezi și exprimarea (43) a suprafeței flancului sculei-cremalieră).

- vectorul

$$\vec{r}_I = O_1 O \cdot \vec{i} + \vec{r}, \quad (41)$$

în care \vec{r}_I este vectorul punctului curent pe suprafața cilindrică I.

Din (25), rezultă transformarea de coordonate în sistemul $x_0 y_0 z_0$,

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -R_{r_p} \\ -t \cdot \sin \beta_d \\ t \cdot \cos \beta_d \end{pmatrix}, \quad (42)$$

conducând la forma de exprimare a suprafeței cremalierii I, în sistemul $x_0 y_0 z_0$:

$$I \begin{cases} x_0 = \lambda^3 \cdot A_\xi + 3\lambda^2(1-\lambda) \cdot B_\xi + 3\lambda(1-\lambda)^2 \cdot C_\xi + (1-\lambda)^3 \cdot D_\xi + R_{r_p}; \\ y_0 = \lambda^3 \cdot A_\eta + 3\lambda^2(1-\lambda) \cdot B_\eta + 3\lambda(1-\lambda)^2 \cdot C_\eta + (1-\lambda)^3 \cdot D_\eta + t \cdot \sin \beta_d; \\ z_0 = -t \cdot \cos \beta_d, \end{cases} \quad (43)$$

cu R_{r_p} - raza axoidei asociată semifabricatului (rotorul conducător) și t - parametru variabil în direcția versorului generatoarelor suprafeței cilindrice, reprezentând flancurile cremalierii generatoare a rotorului conducător, vezi și figura 4.19.

Mărimea parametrului ω se determină din condiția ca elicea aparținând elicoidului \vec{V} , p aflată pe cilindrul de rază R_{r_s} , să admită ca tangentă versorul \vec{t} al generatoarei flancului cilindric al cremalierii, vezi figura 4.10,

$$\omega = \beta_d - \omega_s, \quad (44)$$

în care : $-\omega$ este unghiul de înclinare al axei sculei melc, în raport cu planul frontal al rotorului de generat (rotor conducător-melc dreapta) ;

$-\beta_d$ - unghiul de înclinare al elicei rotorului conducător pe cilindrul de rază

R_{r_p} ;

$-\omega_s$ - unghiul de pantă al elicei sculei melc, de rază R_{r_s} ; t este un parametru variabil în direcția versorului generatoarelor suprafeței cilindrice, reprezentând flancurile cremalierii generatoare a rotorului conducător, vezi și figura 4.10.

Se definește

$$\omega_s = \arcsin \left[\frac{R_{r_p} \cdot \cos \beta_d}{R_{r_s} \cdot z_{lobi}} \right]; \theta = \frac{\pi}{2} - \omega_s \text{ (vezi (50)); } a = R_{r_s}. \quad (45)$$

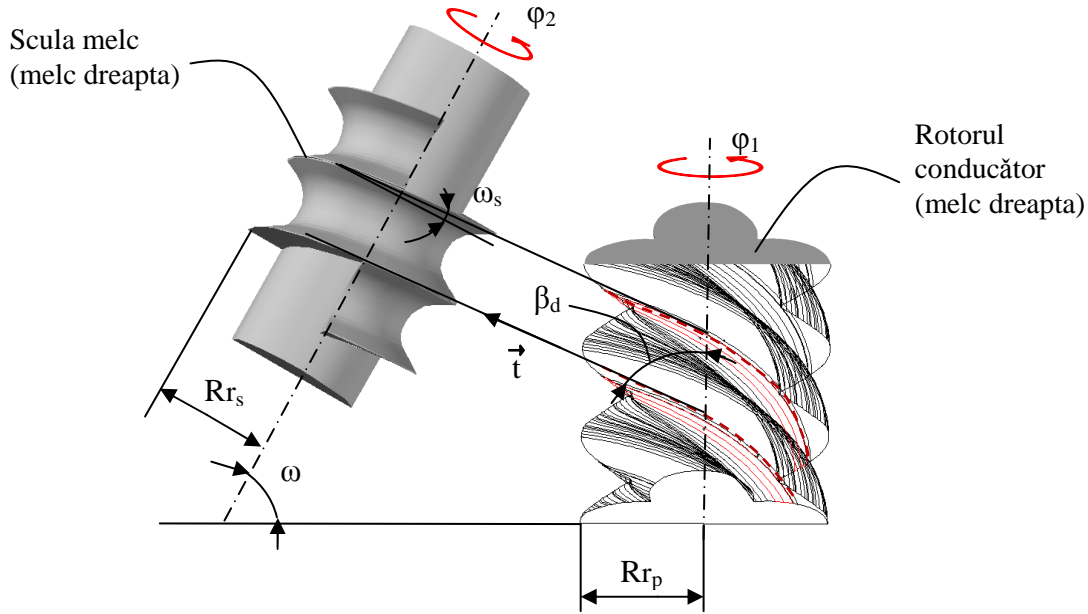


Figura 4.10. Înclinarea axei sculei melc

$$(\vec{A}, \vec{N}_I, \vec{r}_I) = 0, \quad (46)$$

sau, după înlocuiri,

$$\begin{vmatrix} N_{x_0} & N_{y_0} & N_{z_0} \\ x_0(\lambda, t) - a & y_0(\lambda, t) & t \cdot \cos \beta_d \\ 0 & -\cos \omega & \sin \omega \end{vmatrix} = 0. \quad (47)$$

Principial, condiția (47) reprezintă o legătură între parametrii variabili λ (parametru ce variaza discret) și t de tipul :

$$q(\lambda_\eta, t) = 0, \quad (48)$$

cu, $0 \leq \lambda \leq 1$, vezi și tabelul 4.3.

Ansamblul ecuațiilor (43) și (48) reprezintă un loc geometric pe suprafața I, vezi și figura 4.7, semnificând caracteristica suprafeței I în mișcarea elicoidală de axă \vec{V} și parametru elicoidal "p" – axa și parametru elicoidului cărora le aparține suprafața periferică primară a viitoarei scule-melc, reciproc înfășurătoare suprafeței Σ (suprafața de generat).

Perechile de valori ale parametrilor λ și t pentru care este satisfăcută condiția (48), prin înlocuirea în forma Bézier a flancului cremalierii, determină matricea

$$C_I = \begin{pmatrix} x_{01} & y_{01} & z_{01} \\ x_{02} & y_{02} & z_{02} \\ \dots & \dots & \dots \\ x_{0i} & y_{0i} & z_{0i} \\ \dots & \dots & \dots \\ x_{0n} & y_{0n} & z_{0n} \end{pmatrix}^T, \quad (49)$$

reprezentând coordonatele curbei caracteristice C_I .

Curba C_I , cunoscută în formă numerică, reprezintă curba de tangență între suprafața I – flancul cremalierii și suprafața periferică primară a sculei elicoidale (freza melc generatoare prin înfășurare a profilului Σ).

În mișcarea elicoidală de axă \vec{V} și parametru p , curba C_I generează suprafața periferică primară a viitoareii scule-melc.

Se propune schimbarea de coordonate, de la sistemul $x_0y_0z_0$, la un sistem având axa Y_{1S} suprapusă axei sculei-melc, $X_{1S}Y_{1S}Z_{1S}$, vezi și figura 4.9,

$$\begin{pmatrix} X_{1S} \\ Y_{1S} \\ Z_{1S} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & \sin\omega \\ 0 & -\sin\omega & \cos\omega \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{0i} + [R_{rp} + R_{rs}] \\ y_{0i} \\ z_{0i} \end{pmatrix}, \quad i = 1 \dots n, \quad (50)$$

astfel că, în mișcarea elicoidală (\vec{V} , p) a caracteristice C_I ,

$$\begin{pmatrix} X_{1S} \\ Y_{1S} \\ Z_{1S} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & \sin\omega \\ 0 & -\sin\omega & \cos\omega \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\varphi_2 & 0 & \sin\varphi_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varphi_2 & 0 & \cos\varphi_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{0i} + [R_{rp} + R_{rs}] \\ y_{0i} \\ z_{0i} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p \cdot \varphi_2 \end{pmatrix}, \quad (51)$$

$i = 1 \dots n$,

se ajunge la forma de principiu:

$$\begin{cases} X_{1S} = X_{1S}[x_{0i}, y_{0i}, z_{0i}, \varphi_2]; \\ Y_{1S} = Y_{1S}[x_{0i}, y_{0i}, z_{0i}, \varphi_2]; \\ Z_{1S} = Z_{1S}[x_{0i}, y_{0i}, z_{0i}, \varphi_2], \end{cases} \quad i = 1 \dots n, \quad (52)$$

reprezentând ecuațiile suprafeței periferice primare ale sculei-melc – suprafața Π .

Asociind suprafeței Π condiția

$$Z_{1S} = 0, \quad (53)$$

se obține secțiunea axială a sculei-melc Π_A , principal, în forma:

$$\Pi_A \begin{cases} X_{1S} = X_{1S}[x_{0i}, y_{0i}, z_{0i}, \varphi_2]; \\ Y_{1S} = Y_{1S}[x_{0i}, y_{0i}, z_{0i}, \varphi_2], \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (54)$$

cu variabila $[\varphi_2]$ reprezentând mărimea parametrului corespunzător secțiunii axiale, vezi (67).

4.2.5. Exemple numerice

• Profilul rotorului de compresor elicoidal

Se analizează profilarea sculei melc pentru un profil compozit reprezentând secțiunea transversală a unui melc cilindric de pas constant, melc aparținând unui rotor de compresor elicoidal. Profilul cremalierii generatoare a rotoarelor (vezi și capitolul II) are următoarele porțiuni:

- AB** – arc de cerc de rază R_0 ;
- BC** – segment de dreaptă;
- CD** – arc de cerc de rază r_0 ;
- AH** – curbă polinomială Bézier;
- HG** – curbă polinomială Bézier;
- GF** – segment de dreaptă;
- FE** – arc de cerc de rază r_0 .

Se definesc ecuațiile parametrice ale suprafețelor cilindrice componente ale cremalierii reciproc înfășurătoare rotorului considerat:

- suprafața cilindrică corespunzătoare arcului \widehat{AB} :

$$I_{AB} \begin{cases} \xi = R_0 \cdot \cos\psi - c_0; \\ \eta = -R_0 \cdot \sin\psi \mp t \sin\beta_d \\ \zeta = t \cdot \cos\beta_d, \end{cases} \quad (55)$$

c_0 este constantă, t și ψ parametri variabili; t este măsurat în lungul generatoarei suprafeței cilindrice, iar variabila ψ ia valori între $0 \leq \psi \leq \psi_{\max}$; $\psi_{\max} = \frac{\pi}{2} - \beta$;

(semnul de sus pentru rotorul conducător).

- suprafața plană corespunzătoare segmentului \overline{BC} :

$$I_{BC} \begin{cases} \xi = \xi_B - u \cdot \cos\beta; \\ \eta = \eta_B - u \cdot \sin\beta \mp t \cdot \sin\beta_d; \\ \zeta = t \cdot \cos\beta_d, \end{cases} \quad (57)$$

t, u - parametri variabili; $\beta = \frac{\pi}{2} - \psi_{\max}$; ξ_B, η_B - sunt determinați din ecuația (55) pentru $\psi = \psi_{\max}$; (semnul de sus pentru rotorul conducător).

- suprafața cilindrică corespunzătoare arcului \widehat{CD} :

$$I_{CD} \begin{cases} \xi = -r_0 \cdot \cos v + \xi_{01}; \\ \eta = +r_0 \cdot \sin v + \eta_{01} \mp t \cdot \sin\beta_d; \\ \zeta = t \cdot \cos\beta_d, \end{cases} \quad (58)$$

$$0 \leq v \leq \frac{\pi}{2} - \beta$$

t și v - parametri variabili; ξ_{O_1}, η_{O_1} - coordonatele centrului cercului O_1 având valori constructive; semnul de sus pentru rotorul conducător.

- suprafețele cilindrice corespunzătoare arcelor \widehat{AH} și \widehat{HG} pentru \widehat{AH} se consideră un polinom Bézier de gradul 2 :

$$I_{AH} \begin{cases} P_{\xi_{AH}} = \xi = \lambda_1^2 A_\xi + 2(1-\lambda_1)\lambda_1 B_\xi + (1-\lambda_1)^2 C_\xi; \\ P_{\eta_{AH}} = \eta = \lambda_1^2 A_\eta + 2(1-\lambda_1)\lambda_1 B_\eta + (1-\lambda_1)^2 C_\eta \mp t \cdot \sin\beta_d; \\ \zeta = t \cdot \sin\beta_d, \end{cases} \quad (59)$$

cu $0 \leq \lambda_1 \leq 1$, și similar pentru \widehat{HG} :

$$I_{HG} \begin{cases} P_{\xi_{HG}} = \xi = \lambda_2^2 D_\xi + 2(1-\lambda_2)\lambda_2 E_\xi + (1-\lambda_2)^2 F_\xi; \\ P_{\eta_{GH}} = \eta = \lambda_2^2 D_\eta + 2(1-\lambda_2)\lambda_2 E_\eta + (1-\lambda_2)^2 F_\eta \mp t \cdot \sin\beta_d; \\ \zeta = t \cdot \cos\beta_d, \end{cases} \quad (60)$$

cu $0 \leq \lambda_2 \leq 1$, semnul de sus pentru rotorul conducător.

Coefficienții polinoamelor din ecuațiile (59) și (60) se deduc din condițiile:

- punct comun în A și condiții de tangență între I_{AB} și I_{AH} ;
- punct comun în G și condiții de tangență între I_{FG} și I_{HG} ;
- punct comun în H și condiții de tangență între I_{AH} și I_{HG} ;

- suprafața plană corespunzătoare segmentului \overline{FG} ,

$$I_{EF} \begin{cases} \xi = +u_1 \cdot \cos\beta_1 + \xi_F; \\ \eta = -u_1 \cdot \sin\beta_1 + \eta_F \mp t \cdot \sin\beta_d; \\ \zeta = t \cdot \cos\beta_d, \end{cases} \quad (61)$$

cu $0 \leq u_1 \leq u_{\max}$, și β_1 parametri constructivi; semnul de sus pentru rotorul conducător.

- suprafața cilindrică corespunzătoare arcului \widehat{EF} ,

$$I_{DE} \begin{cases} \xi = -r_0 \cdot \cos v_1 + \xi_{O_2}; \\ \eta = -r_0 \cdot \sin v_1 + \eta_{O_2} \mp t \cdot \sin\beta_d; \\ \zeta = t \cdot \cos\beta_d \end{cases} \quad (62)$$

cu ξ_{O_2}, η_{O_2} - coordonatele centrului cercului O_2 , având valori constructive; semnul de sus pentru rotorul conducător.

Se definește

$$\omega = \beta_d \mp \omega_s, \quad (63)$$

în funcție de sensul elicelor sculelor melc.

S-a notat cu β_d , unghiul de înclinare al elicelor rotoarelor compresorului, conducător și condus, măsurat pe elicea corespunzătoare cilindrilor axoidelor asociate, cilindri de rază R_{rp} .

Varianta I (4/6)

Rotorul conducător

Pentru un melc având caracteristicile: $A_{12} = 80\text{mm}$; $r_0 = 1.1\text{mm}$; $R_0 = 22\text{mm}$ și punctele de control D [-25.267; -52.000]; C [-24.282; -51.357]; B [-19.671; -42.149]; A [6.938; -30.000]; G [20.671; -45.957]; E [24.057; -51.444]; F [24.998; -52.000], se definesc, în conformitate cu algoritmul anterior prezentat, coordonatele profilului axial al sculei melc.

În figura 4.11, este prezentat modelul modelul solid al sculei melc pentru rotorul conducător, cremaliera și curba caracteristică.

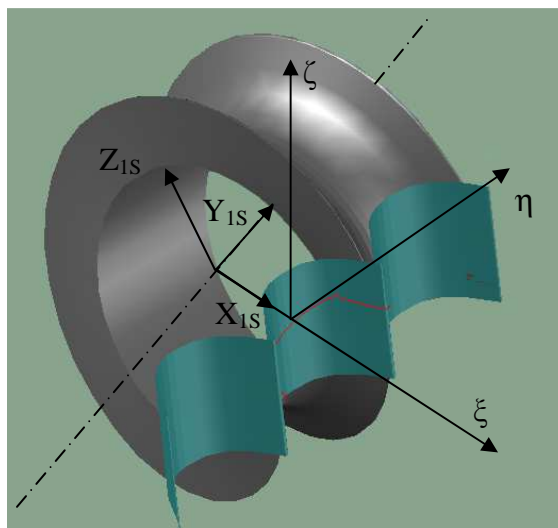


Figura 4.11 . Modelul solid al sculei melc pentru rotorul conducător, cremaliera și curba caracteristică

În figura 4.12, este prezentat profilul secțiunii axiale a sculei melc, pentru rotorul conducător.

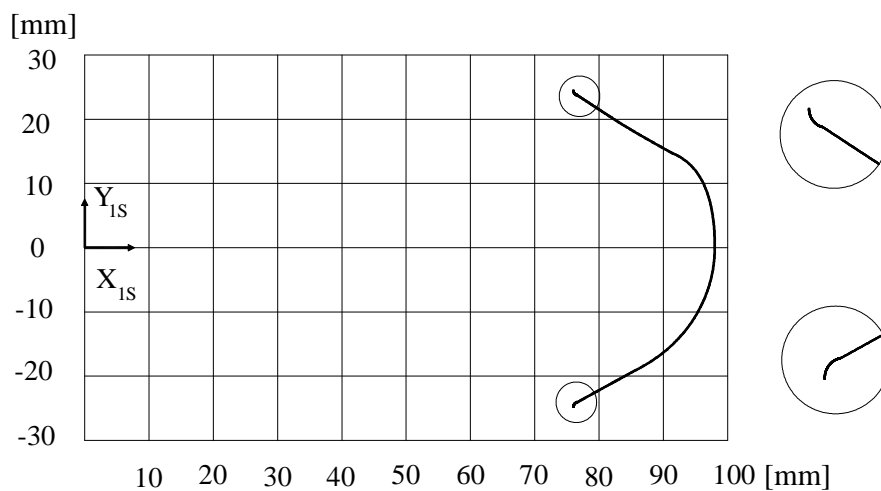


Figura 4.12. Profilul secțiunii axiale a sculei melc

În figura 4.13, este prezentată poziția relativă dintre scula melc și rotorul conducător.

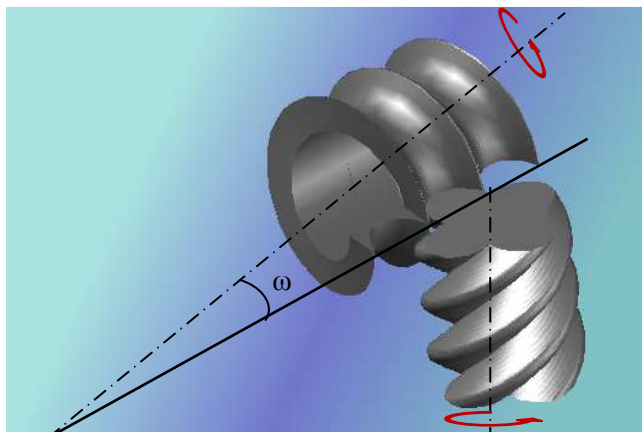


Figura 4.13 . Poziția relativă dintre scula melc și rotorul conducător

4.2.5. Produs SOFT pentru profilarea suprafețelor periferice primare ale sculelor melc

•Introducerea profilului piesei

Aplicația permite configurarea profilului piesei de generat, ca profil compus al mai multor profiluri elementare (segment de dreaptă, arc de cerc, arc de evolventă, arc de epicycloidă, profiluri cunoscute discret). Condiția de tangență între profilurile componente ale profilului piesei trebuie rezolvată apriori de către utilizator.

De asemenea, se pot introduce profiluri elementare care prezintă discontinuități, de contact sau de tangență, în scopul modelării discontinuităților ce rezultă pe profilul frezei melc. Din bara de instrumente „select profile to add” se poate alege tipul de profil elementar de adăugat la profilul piesei, într-o fereastră asemănătoare cu cea din figura 4.36. În cazul arcelor de cerc, utilizatorul precizează coordonatele capetelor arcului și mărimea razei cercului din care face parte (raza fiind „pozitivă” sau „negativă”, pentru a putea controla concavitatea/ convexitatea arcului de cerc); în cazul arcului de evolventă, utilizatorul precizează punctul inițial al arcului, mărimea razelor de bază, interioară și exterioară între care este trasat arcul respectiv; de asemenea, se poate controla și sensul în care este trasat arcul de evolventă: trigonometric, sau invers trigonometric. Pentru arcul de epicycloidă, utilizatorul introduce coordonatele punctului inițial al arcului, mărimea razelor cercului mobil (ruleta) și a cercului fix (baza), precum și mărimea unghiului de rulare.

Nu în ultimul rând, aplicația permite introducerea de profiluri discrete prin fișiere de coordonate (csv), approximate ulterior de către program sub forma de polinoame Bézier, al căror grad poate fi ales din bara de instrumente.

Utilizatorul poate edita parametrii unui profil deja adăugat, sau inspecta (extrage coordonatele punctelor de pe) un profil existent în program.

•Profilarea suprafeței periferice primare a sculei melc

În applet, se prezintă modelele suprafețelor periferice primare ale sculelor melc pentru generarea melcului condus (figura 4.38), din construcția compresorului elicoidal. Programul permite exportul coordonatelor profilurilor secțiunilor axiale ale sculelor melc în fișiere de tip csv (comma

separated values), care pot fi ulterior prelucrate în vederea realizării prelucrării și controlului sculelor melc pe o mașină cu comandă numerică.

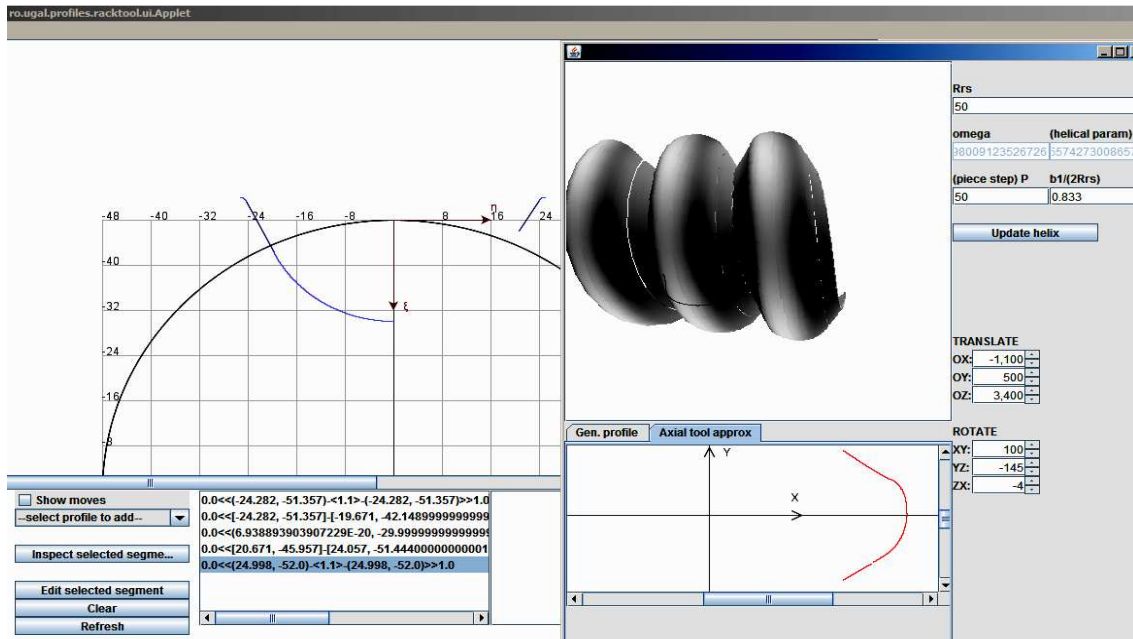


Figura 4.14. Applet-profilarea suprafeței periferice primare a sculei melc pentru rotorul condus

De asemenea, pe modelele suprafețelor periferice ale sculelor melc, sunt trasate curbele caracteristice (curba de contact între flancurile cremalierii și suprafața periferică primară a sculei melc), ale căror coordonate pot fi exportate, în același mod, sub formă de fișiere *csv*. Cunoașterea curbei caracteristice permite evidențierea continuității (de ambele spețe) ale profilurilor axiale ale suprafețelor primare ale sculelor melc.

4.2.6. Concluzii

Suprafețele elicoidale care mărginesc rotoarele componente ale compresoarelor elicoidale, sunt suprafețe complexe (suprafețe elicoidale cilindrice și de pas constant). Generarea unor astfel de suprafețe se realizează cu o cremalieră specifică, a cărei profil transversal este determinat din considerente tehnologice și funcționale necesare obținerii unui randament optim al compresorului elicoidal. Generatoarele celor două rotoare se pot exprima prin forme analitice simple, sau prin aproximare cu polinoame Bézier. Profilurile sculelor melc se generează pe baza proprietăților compunerii și descompunerii mișcării elicoidale, folosind metoda suprafețelor intermediare. Suprafețele intermediare sunt reprezentate de cremaliera generatoare. Metoda propusă se caracterizează printr-o simplificare substanțială a efortului de calcul analitic; algoritmi și produsul soft realizat în acest scop conduc la rezultate satisfăcătoare pentru profilurile axiale ale sculelor melc. Modelele 3D ale suprafețelor periferice primare ale sculelor au fost, de asemenea reprezentate, în cadrul aplicațiilor numerice.

CAPITOLUL V

METODA DE PROFILARE A SCULELOR GENERATOARE, FOLOSIND PROFILURILE MASURATE ALE ROTOARELOR COMPRESORULUI ELICOIDAL [15]

5.1. Introducere

Ca problematică a profilării sculelor generatoare a flancurilor lobilor rotoarelor elicoidale poate apărea necesitatea folosirii unor scule pentru operații de recondiționare a unor compresoare existente, pentru care nu există suficiente date referitoare la construcția acestora privind, în principal, geometria suprafețelor active ale lobilor. În aceste condiții, este posibilă măsurarea flancurilor lobilor rotoarelor pe mașini de măsurat 3D și, în baza norului de puncte astfel obținut, se urmărește realizarea unor algoritmi specifici pentru determinarea profilului sculelor marginite de suprafețe periferice primare de revoluție (scule de tip disc sau scule cilindro-frontale) reciproc înfășurătoare suprafețelor elicoidale ale rotoarelor de compresor.

Totodată este posibilă, pe baza acestor date, construcția modelelor solide ale rotoarelor, în vederea simulării funcționării compresorului elicoidal, în scopul realizării unor modificări constructive, pentru ameliorarea performanțelor în funcționare.

În figura 5.1, se prezintă rotoarele (condus și conducător) din componența unui compresor elicoidal.



Figura 5.1. Rotoarele compresorului

Măsurarea suprafețelor elicoidale ale flancurilor rotoarelor s-a făcut în cadrul laboratoarelor Departamentului C.M.R.S. a Facultății de Mecanică a Universității “Dunărea de Jos” din Galați. Mașina de măsurat este o mașină de tip 3D Micro Hite, cu precizia de măsurare de 0,001 mm.

5.2. Rotorul condus

Similar cu cele prezentate anterior, s-au măsurat coordonate ale punctelor de pe profilul axial al rotorului condus, vezi figura 5.10.

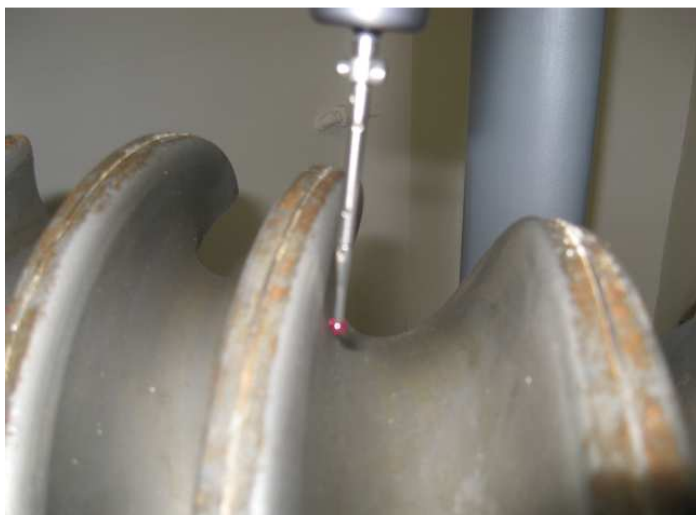


Figura 5.2. Măsurarea punctelor de pe profilul rotorului condus, pe mașina 3D Micro Hite

În figura 5.3 sunt prezentate forma și coordonatele secțiunii axiale a rotorului condus, așa cum rezultă aceasta în urma măsurării.

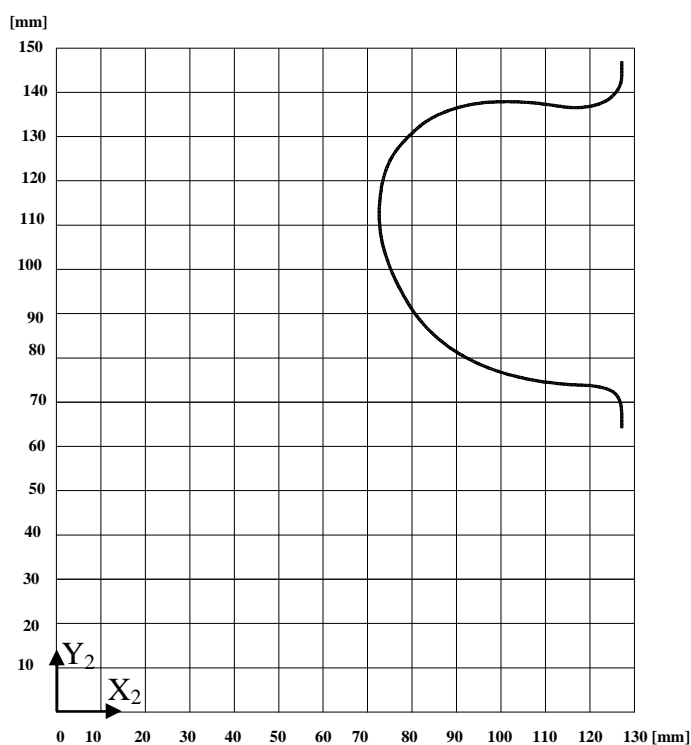


Figura 5.3. Coordonate ale punctelor de pe profilul axial al rotorului condus

Determinarea pasului axial al rotorului condus impune, ca și în cazul precedent, măsurarea unei porțiuni de profil într-un plan paralel planului inițial de măsurare, vezi tabelul 5.7.

Tabelul 5.1. Coordonate ale segmentului de arc de profil, din planul suplimentar

Nr. crt.	X[mm]	Y[mm]	Z[mm]
1	70.000	136.950	129.340
2	70.000	185.820	103.000
3	70.000	185.890	102.500
4	70.000	185.930	102.000
5	70.000	186.000	101.500
6	70.000	186.100	101.000
7	70.000	186.440	99.500
8	70.000	186.580	99.000
9	70.000	186.740	98.500
10	70.000	186.890	98.000
11	70.000	187.070	97.500

Se substituie segmentul măsurat (vezi tabelul 5.1) cu o curbă de tip Bézier.

Se intersectează această curbă și profilul precedent cu un cilindru de rază $r = 123$ mm, determinându-se pasul elicoidal.

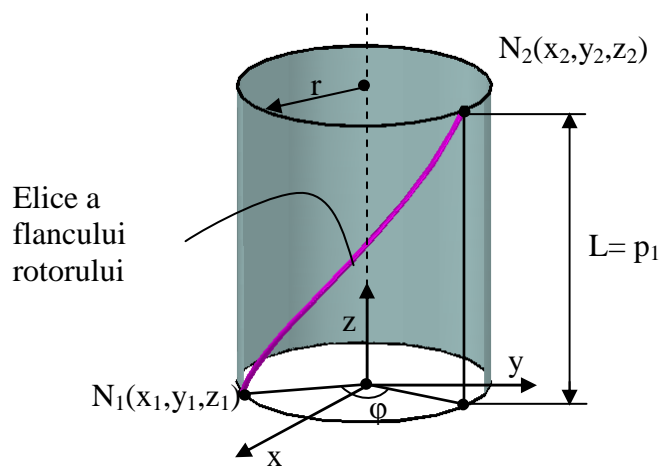


Figura 5.4. Determinarea parametrului elicoidal al elicelor rotorului conducător

Rezultă un unghi de înclinare al eliciei exterioare a melcului condus $\beta = 28.828^\circ$. Pentru o distanță între axa sculei disc și axa melcului, $a = 200$ mm, se determină profilul axial al sculei disc, în baza algoritmului prezentat anterior, vezi relațiile (6)...(19).

În figura 5.5 sunt prezentate forma și coordonatele secțiunii axiale ale sculei disc pentru generarea rotorului condus din componența compresorului elicoidal.

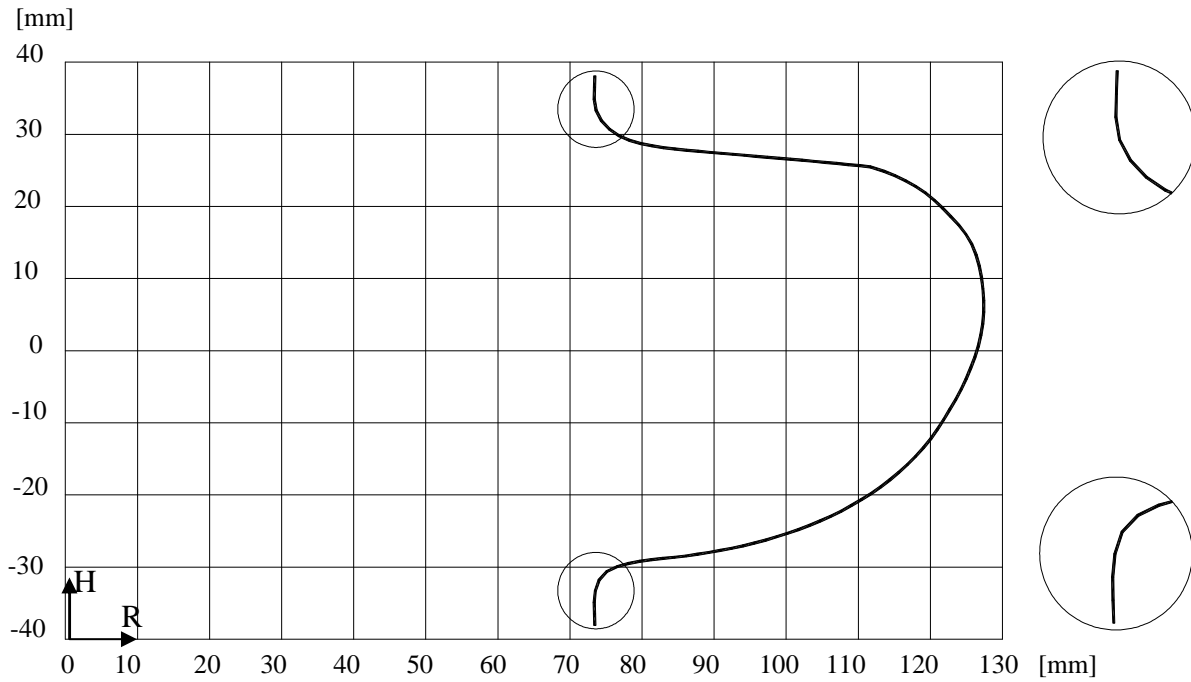


Figura 5.5. Profilul axial al sculei disc pentru rotorul condus

În figura 5.6 este, reprezentat modelul solid al sculei disc, determinată pentru profilul măsurat al rotorului condus.

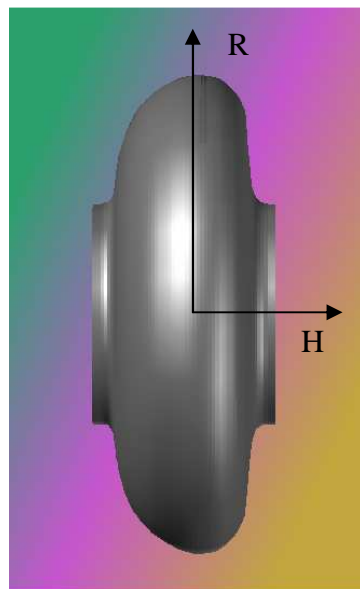


Figura 5.6. Modelul solid al sculei disc pentru rotorul condus

În figura 5.7, este prezentat modelul solid al angrenajului măsurat analizat.

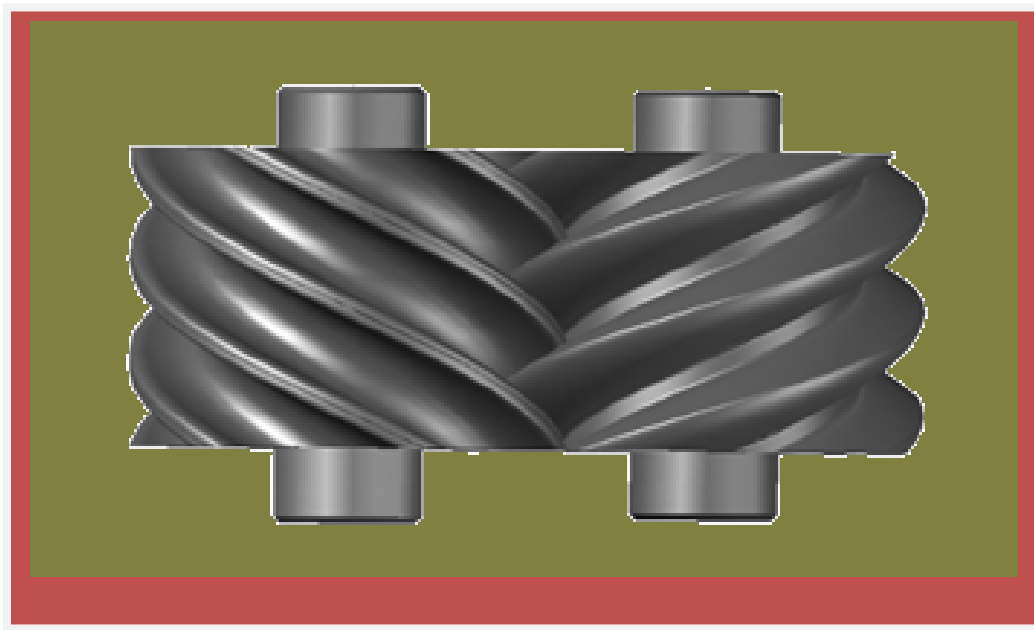


Figura 5.7. Modelul solid al angrenajului măsurat, al compresorului elicoidal

În applet este prezentat modelul suprafeței periferice primare a sculei disc generatoare pentru rotorul condus. Programul permite exportul coordonatelor profilului axial al sculei disc în fișiere de tip csv (comma separated values), care pot fi ulterior prelucrate pentru obținerea modelului solid al sculei disc.

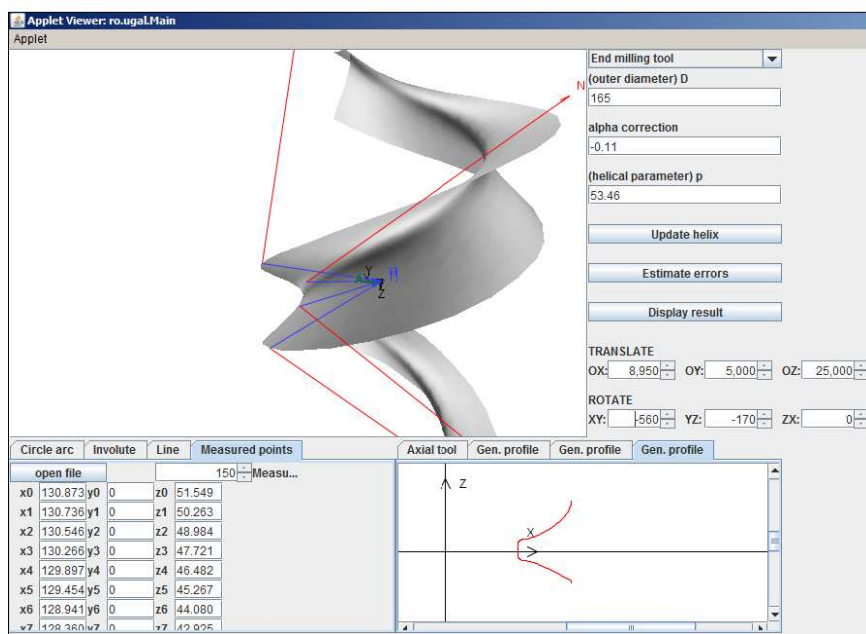


Figura 5.8. Applet-profilarea suprafeței periferice primare a sculei disc pentru rotorul condus

CAPITOLUL VI

CONCLUZII SI CONTRIBUTII PERSONALE

Construcția rotoarelor compresorului elicoidal trebuie să îndeplinească condiții geometrice de tehnologicitate care să permit realizarea lobilor elicoidali ai rotoarelor și, ulterior, a sculelor generatoare a acestora. O construcție tehnologică a formei lobilor rotoarelor impune realizarea pe acestea a unui ansamblu de suprafețe elicoidale fără discontinuități pe profilurile frontale, care ar atrage după sine lipsa de puncte singulare pe profiluri, și o formă convenabilă aliniei de angrenare (între rotoare), care trebuie să fie cât mai scurtă și închisă.

Condițiile au fost îndeplinite, în soluțiile prezentate în cadrul tezei de doctorat, prin utilizarea “metodei cremalierii unice” în generarea prin înfășurare a celor două rotoare – conducător și condus.

Eliminarea punctelor singulare de pe profilurile frontale ale rotoarelor, deci a liniilor de discontinuitate în lungul suprafețelor elicoidale, care conduc la discontinuități pe profilurile sculelor generatoare (scule de tip disc și scule melc), au permis modelarea unor scule cu suprafețe netede, care îndeplinesc condițiile minime de tehnologicitate a acestor forme geometrice (suprafețe de revoluție și suprafețe elicoidale cilindrice de pas constant, în cazul sculelor disc, respective, a sculelor melc). Au fost elaborați algoritmi specifici pentru profilarea sculelor, produse soft dedicate și s-au prezentat exemple numerice.

Pentru evidențierea formei sculelor generatoare a lobilor compresorului elicoidal, s-au realizat modele 3D ale suprafețelor periferice primare ale viitoarelor scule generatoare.

Suprafețele periferice ale modelelor sculelor disc, respective, melc, pentru generarea rotoarelor de compresor apar ca suprafețe fără discontinuități, ceea ce va permite o execuție riguroasă a acestor scule și o generare continuă a flancurilor lobilor rotoarelor de compresor.

Forma asimetrică a “cremalierii generatoare” a fost realizată, pentru o zonă a profilului compus al acesteia, utilizând un ansamblu de două curbe polinomiale, care satisfac cerințele de continuitate în punctele de contact cu segmentele de profil adiacente. Totodată, forma profilului compus al cremalierii generatoare conduce la un spațiu încastrat, în procesul de angrenare a rotoarelor, relativ redus și limitat ca timp de formare în procesul angrenării rotoarelor, respectându-se cerințele functional tehnologice specifice acestui tip de angrenaj.

6.1. Concluzii

Performanțele compresoarelor elicoidale depind, în mare măsură, de forma profilurilor celor două rotoare conjugate. În cadrul prezentei teze, studiile au debutat cu sinteza analitică și grafică, a mai multor forme ale cremalierii generatoare a profilurilor rotoarelor conjugate.

► În lucrare, au fost studiate patru exemple, pentru diferite configurații de rotoare, prin impunerea unor parametri geometrici ai cremalierii generatoare;

► Cele patru forme constructive ale cremalierii de referință, imaginate în mediul AUTOCAD, pentru două tipuri de compresoare cu raportul de transmitere 4/6 și 3/5, sunt formate dintr-un ansamblu de profiluri simple, arce de cerc, segmente de dreapta și polinoame Bezier;

- ▶ Lungimea pasului cremalierii a fost corelată cu mărimi constructive (raza de divizare), acceptate în practică, ale rotorului conducător și condus al compresorului ;
- ▶ Elementele constitutive ale profilului cremalierii de referință, reprezentate din arce de cerc, segmente de dreaptă și curbe Bézier de gradul doi, trebuie să îndeplinească, în primul rând, condițiile de continuitate a profilului (lipsa punctelor singulare);
- ▶ Procesul de modelare a angrenării cremalierii generatoare cu rotoarele de compresor, în toate cele patru cazuri studiate, determină un contur închis al liniei de angrenare;
- ▶ Conturul liniei de angrenare este cuprins în spațiul determinat de cercurile exterioare ale rotoarelor condus și conducător, intersectând linia centrelor rotoarelor în polul angrenării;
- ▶ Din punctul de vedere al lungimii liniei de angrenare, s-au evidențiat diferențe, în condițiile în care pasul cremalierii de referință, raportul de transmitere și distanța dintre axele rotoarelor se păstrează constante;
- ▶ Se poate constata că, varianta constructivă III, realizată pentru un raport de transmitere 4/6, conduce la o formă a liniei de angrenare cu lungimea cea mai redusă, în raport cu celelalte variante constructive cu care s-a făcut comparația;
- ▶ Varianta constructivă IV (raportul de transmitere 3/5) are linia de angrenare cea mai redusă, cu consecințe directe asupra lungimii liniei de etanșare și a randamentului compresorului;
- ▶ Modelarea matematică a angrenajelor elicoidale din componența compresoarelor elicoidale, pentru variantele propuse, a permis evidențierea faptului că, în condițiile în care formele profilului cremalierii acceptate nu diferă în mod substanțial (vezi figurile 3.3, 3.13, 3.25), mărimea spațiului încastrat în funcționare, are o lege de variație diferită de la un caz la altul;
- ▶ S-a evidențiat faptul că, în momentul inițial al formării spațiului încastrat, există diferențe substanțiale între ariile suprafețelor încastrate, mergând până la un raport $52/36=1.4444$;
- ▶ Spațiul încastrat se formează și se păstrează pentru un unghi limitat de rotație al rotorului conducător ; între variantele studiate nu există diferențe notabile, varianta III, dovedindu-se a fi, din acest punct de vedere, cea mai avantajoasă;
- ▶ La momentul final al existenței spațiului încastrat (în intervalul $80^0 - 90^0$, unghi de rotație a rotorului conducător), aria acestuia este aproximativ aceeași pentru toate variantele (figura 3.47);
- ▶ Formele liniilor de contact între cele două rotoare ale compresorului, conducător și condus, îndeplinesc condiția de continuitate de speța I, pe toată lungimea acestora. Îndeplinirea acestei cerințe este indispensabilă, în scopul asigurării etanșietății camerelor de lucru;
- ▶ Nu se constată deosebiri importante de formă ale liniei de contact între variantele analizate; lungimea totală a liniei de angrenare este diferită pentru fiecare tip de cremalieră și raport de transmitere a compresorului (4/6, 3/5);

- ▶ Geometria complexă a canalului elicoidal al rotoarelor impune realizarea unor scule generatoare specifice disc (mărginite de suprafețe periferice primare de revoluție) și scule melc (mărginite de suprafețe periferice primare elicoidale);
- ▶ Algoritmii propuși în lucrare și produsele soft realizate pentru aplicațiile numerice, permit trasarea cu rigurozitate a secțiunilor axiale ale sculelor (disc și melc) proiectate;
- ▶ Pentru rotoarele unui compresor existent, s-a imaginat un algoritm specific de inginerie inversă modelând suprafețele rotoarelor cunoscute ca nori de puncte;
- ▶ S-au elaborat metode pentru profilarea sculelor disc (mărginite de suprafețe periferice primare de revoluție) reciproc înfășurătoare unor suprafețe elicoidale cunoscute în formă discretă ca nori de puncte;
- ▶ În scopul aplicării algoritmului de profilare a sculei disc generatoare a unei suprafețe elicoidale, cunoscută în formă discretă ca nori de puncte, a fost dezvoltat un produs soft, în limbaj Java, care permite determinarea numerică a secțiunii axiale a sculei disc, ca bază pentru realizarea sculei de ordinul II (șablonul de control al sculei disc);
- ▶ S-au realizat, în mediul AUTOCAD, modele solide ale sculelor disc și cilindro-frontale pentru generarea rotoarelor de compresor, cât și modele solide ale rotoarelor;

6.2. Contribuții personale

Funcționarea compresoarelor elicoidale impune asigurarea conjugării perfecte între suprafețele elicoidale în înfășurare ale celor două rotoare. Deoarece între lobi rotoarelor și carcasa compresorului trebuie să se formeze cavități de curgere a gazului, prin construcția rotoarelor, este necesară asigurarea unor multiple puncte de contact de-a lungul secțiunii transversale în timpul angrenării. Dificultatea profilării geometrice a celor două rotoare este dată de necesitatea respectării simultane a două condiții: continuitatea și tangenta comună în punctele de contact ale segmentelor constitutive ale profilurilor frontale ale rotoarelor.

Această cerință poate fi îndeplinită prin generarea celor două profiluri frontale ale rotoarelor, condus și conducător, cu o unică cremalieră generatoare, simultan reciproc înfășurătoare cu profilurile ambelor rotoare în procesul angrenării acestora.

- ▶ A fost imaginată o formă a cremalierii generatoare, în patru variante constructive, îndeplinind cerințele de asimetrie și continuitate a segmentelor de profil constitutive, în scopul eliminării punctelor singulare de pe profilul dintelui cremalierii;
- ▶ S-a imaginat profilul asimetric al cremalierii, prin utilizarea unor forme descrise de funcții de aproximare Bézier, forme ce sunt corelate cu mărimi constructive acceptate ale diametrelor suprafețelor cilindrice în rulare ale rotoarelor de compresor;
- ▶ În scopul asigurării continuității segmentelor constitutive ale modelului de cremaliera propus, s-a elaborat un produs soft, în limbajul AUTOLISP, cu care s-a realizat, cu o precizie de 1×10^{-4} mm, continuitatea profilului în toate punctele de contact ale curbelor componente;

- ▶ S-a elaborat un algoritm, pentru modelarea analitică a procesului angrenării secțiunilor transversale ale rotoarelor, condus și conducător, din componența compresorului elicoidal, dezvoltat în baza teoriei înfășurării suprafețelor, care a permis determinarea cu rigurozitate a formei secțiunii transversale a rotoarelor;
- ▶ S-a elaborat un produs soft în limbaj AUTOLISP, pentru modelarea numerică a profilurilor frontale ale rotorului condus și conducător;
- ▶ S-au realizat modelarea 3D, în mediul AUTOCAD, a rotoarelor condus și conducător pentru toate variantele constructive analizate;
- ▶ S-a elaborat un algoritm și un produs soft, pentru modelarea formei liniei de angrenare în planul frontal al rotoarelor, linie ce îndeplinește condiția de a fi o linie închisă [3], [8];
- ▶ Pe modelele grafice ale liniei de angrenare, pentru cele patru variante sintetizate, s-a măsurat lungimea acestei linii, aceasta folosindu-se drept criteriu de departajare din punct de vedere calitativ a variantelor sintetizate [5];
- ▶ În mediul de lucru AUTOCAD, s-a modelat procesul angrenării secțiunilor frontale ale rotoarelor, determinându-se forma și aria spațiului încastrat între cele două rotoare [10];
- ▶ Modelarea matematică a angrenajelor elicoidale, din componența compresoarelor elicoidale, pentru variantele propuse, a permis evidențierea faptului că, mărimea spațiului încastrat în procesul de rotație, are o lege de variație diferită de la un caz la altul. Ca urmare, s-a acceptat că, se pot considera drept criterii de comparare a formelor geometrice ale rotoarelor de compresor:
 - lungimea totală a liniei de angrenare;
 - mărimea ariei spațiului încastrat între profilurile transversale ale celor două rotoare aflate în angrenare.
- ▶ S-a elaborat o metodă de exprimare a suprafețelor elicoidale ale flancurilor rotoarelor, ale căror secțiuni transversale sunt exprimate prin aproximări cu polinoame Bézier; metoda prezintă avantajul că permite scrierea în formă simplificată a normalei la suprafețele elicoidale elementare, constitutive ale flancului elicoidal al rotoarelor și, în consecință, a condiției de înfășurare - metoda tangentelor [9];
- ▶ S-au elaborat algoritmi specifici pentru profilarea sculelor de tip disc, generatoare ale canalelor elicoidale ale rotoarelor de compresor, aplicând metoda tangentelor în descrierea suprafețelor elementare constitutive ale flancurilor rotoarelor [13];
- ▶ S-au elaborat un produs un produs soft dedicat, în limbaj Java, și s-au prezentat exemple numerice ale secțiunilor axiale ale sculelor disc, pentru rotoarele condus și conducător din componența compresorului elicoidal, variantele I (4/6) și IV (3/5) [14];
- ▶ În mediul AUTOCAD, s-au realizat modele 3D ale suprafețelor periferice primare ale sculelor disc, pentru aceste variante constructive ale compresorului elicoidal;
- ▶ S-au elaborat algoritmi pentru profilarea sculelor melc, pe baza proprietăților compunerii și descompunerii mișcării elicoidale, folosind metoda suprafețelor intermediare (cremeliera generatoare); metoda propusă se caracterizează printr-o simplificare substanțială a efortului de calcul analitic;

- ▶ S-au elaborat algoritmi pentru calcul numeric și un produs soft realizat în mediul Java, pentru determinarea profilurilor axiale ale suprafețelor periferice primare ale sculelor melc, generatoare ale rotoarelor condus și conducător [11], [12];
- ▶ In mediul AUTOCAD, s-au realizat modele 3D ale suprafețelor periferice primare ale sculelor melc, pentru variante analizate ale compresorului elicoidal;
- ▶ S-a realizat un algoritm pentru determinarea profilurilor axiale ale sculelor generatoare, pentru profilurile măsurate ale rotoarelor de compresor elicoidal [15].

BIBLIOGRAFIE SELECTIVĂ

1. **Popa C., Oancea N., 2006:** Identification of constraints in the optimal generation of screw compressor rotors by the pressure angle method, The Annals of the University “Dunărea de Jos” of Galați, Fascicle IV, pp. 23-30, ISSN 1221-4558;
2. **Popa C., 2007:** CFD analysis of screw compressor performance, The 2nd International Conference on engineering Graphics Design ICEGD, June 7-10 2007, ISBN 978-973-667-252-1, Galați, pp. 341-344;
3. **Popa C., 2007:** Tooth Contact Analysis for Hypoid and Spiral Bevel Gears, The 2nd International Conference on engineering Graphics Design ICEGD, June 7-10 2007, ISBN 978-973-667-252-1, Galați, pp. 345-348;
4. **Popa C., 2007:** The Influence of Rotor Deflection upon Screw Compressor Performance, The 2nd International Conference on engineering Graphics Design ICEGD, June 7-10 2007, ISBN 978-973-667-252-1, Galați, pp.337-340;
5. **Popa C., Oancea N., Năstase A., 2007 :** Profile generation method for twin screw compressor rotors based on the meshing line, The Annals of the University “Dunărea de Jos” of Galați, pp.56-61, ISSN 1221-4558, 2007;
6. **Popa C., 2009:** Thermodynamic Optimization of Screw Compressors, Bulletin of the Transilvania University of Brașov, serie I, cod CNCSIS 515, vol.2, 2009, ISBN 978-973-598-521-0, pp. 381-389;
7. **Popa C., 2009:** Thermodynamic Optimization of Screw Compressors, Conferința Națională de Termotehnică cu participare internațională CNT17, Brașov, 21-22 mai 2009 ;
8. **Popa C., Oancea N., 2009:** Dependența performanțelor compresoarelor elicoidale de lungimea liniei de angrenare, Conferința Națională de Termotehnică cu participare internațională, editia a XVII-a, 21-22 mai 2009-Brașov, pp. 93-96; 101. ISBN 978-973-598-522-6;
9. **Teodor V., Popa I., Popa C., Dura G., Oancea N., 2009:** Algorithm for Gear Hub Tool Profiling by Bezier Polynomial Approximation. The Rotary Screw Compressor Case, Proceedings of the 8th WSEAS International Conference on System Science and Simulation Engineering, pp.103-106, ISBN 978-960-474-131-1;

10. **Popa C., Berbinschi S., Teodor V., 2011:** Graphic procedure 2D for determination of area of “embedded space” between the screw compressor rotors, Buletinul Institutului Politehnic din Iași, Universitatea tehnică : Gh. Asachi, Tomul LVII, fasc.III, martie 2011;
11. **Popa C., Oancea N., 2012:** Surface profiling method for the peripheral surface of the hob cutter of rotors from the screw compressor component; female rotor, IPB Scintific Bulletin ISSN 1454-2358, *în curs de publicare-*
12. **Popa C., Oancea N., 2012 :** Surface profiling method for the peripheral surface of the hob cutter of the rotors from the screw compressor component; male rotor, IPB Scintific Bulletin ISSN 1454-2331, *în curs de publicare-*
13. **Popa C., Teodor V., Popa I., Oancea N., 2011:** Surface profiling method disk cutter of the female rotor from the screw compressor component, The Annals of the University “Dunărea de Jos” of Galați, Fascicle V, pp. 45-52 , ISSN 1221-4558, dec.2011;
14. **Popa C., Teodor V., Popa I., Oancea N., 2011:** Surface profiling method disk cutter of the male rotor from the screw compressor component, The Annals of the University “Dunărea de Jos” of Galați, Fascicle V, pp.53-61 , ISSN 1221-4558, dec.2011;
15. **Popa C., Teodor V., Popa I., Oancea N., 2012:** Profiling tool generating method, using the profile measurement of rotor of screw compressor components, The Annals of the University “Dunărea de Jos” of Galați, Fascicle V, pp.47-52 , ISSN 1221-4558, ian. 2012.