



UNIVERSITATEA „DUNĂREA DE JOS” DIN GALAȚI
Școala doctorală de Inginerie Mecanică și Industrială

REZUMATUL

TEZEI DE DOCTORAT

CONTRIBUȚII LA ÎMBUNĂTĂȚIREA
SIGURANȚEI DE CONSTRUCȚIE A
NAVELOR ÎN CONTEXTUL
REGLEMENTĂRILOR
INTERNAȚIONALE ȘI NAȚIONALE

Doctorand,
Dumitru LUPAȘCU

Conducător științific,
Prof. univ. dr. ing. Ionel CHIRICĂ

Seria I6: Inginerie mecanică Nr. 41

GALAȚI 2018



UNIVERSITATEA „DUNĂREA DE JOS” DIN GALAȚI
Școala doctorală de Inginerie Mecanică și Industrială

REZUMATUL

TEZEI DE DOCTORAT

CONTRIBUȚII LA ÎMBUNĂTĂȚIREA
SIGURANȚEI DE CONSTRUCȚIE A
NAVELOR ÎN CONTEXTUL
REGLEMENTĂRILOR
INTERNAȚIONALE ȘI NAȚIONALE

Doctorand,
Dumitru LUPAȘCU

Conducător științific,

Prof. univ. dr. ing. Ionel CHIRICĂ

Referenți științifici,

Prof. univ. dr. ing. Liviu Dan STOICESCU

Prof. univ. dr. ing. Anton HADĂR

Prof. univ. dr. ing. Vasile NĂSTĂSESCU

Seria I6: Inginerie mecanică Nr. 41

GALAȚI 2018

Seriile tezelor de doctorat susținute public în UDJG începând cu 1 octombrie 2013 sunt:

Domeniul ȘTIINȚE INGINEREȘTI

Seria I 1: **Biotehnologii**

Seria I 2: **Calculatoare și tehnologia informației**

Seria I 3: **Inginerie electrică**

Seria I 4: **Inginerie industrială**

Seria I 5: **Ingineria materialelor**

Seria I 6: **Inginerie mecanică**

Seria I 7: **Ingineria produselor alimentare**

Seria I 8: **Ingineria sistemelor**

Domeniul ȘTIINȚE ECONOMICE

Seria E 1: **Economie**

Seria E 2: **Management**

Domeniul ȘTIINȚE UMANISTE

Seria U 1: **Filologie - Engleză**

Seria U 2: **Filologie - Română**

Seria U 3: **Istorie**

CUVÂNT ÎNAINTE

Desfășurarea activității de doctorat și elaborarea tezei de doctorat, le-am realizat în cadrul Școlii doctorale de Inginerie Mecanică și Industrială din Universitatea „Dunărea de Jos” din Galați, sub conducerea științifică a d-lui Prof. univ. dr. ing. Ionel CHIRICĂ, căruia îi mulțumesc și îi aduc profunda mea recunoștință pe această cale, pentru îndrumarea științifică competentă și generoasă, pe care mi-a acordat-o în această activitate de pregătire profesională și de cercetare ce mi-a permis să definitivez această teză.

Mulțumesc cadrelor didactice ale Universității „Dunărea de Jos” din Galați, care m-au pregătit cu competență pentru profesia de inginer de nave, astfel încât am reușit să rezolv problemele profesionale conform exigențelor tehnice din domeniu.

Aduc mulțumirile mele referenților științifici: d-l Prof. univ. dr. ing. Liviu Dan STOICESCU, d-l Prof. univ. dr. ing. Anton HADĂR și d-l Prof. univ. dr. ing. Vasile NĂSTĂSESCU pentru efortul și răbdarea de a efectua recenzia tezei de doctorat, precum și pentru sugestiile și recomandările făcute.

Cu deosebită considerație și respect, doresc să adresez din nou mulțumiri d-lui Prof. univ. dr. ing. Liviu Dan STOICESCU pentru îndrumarea de un înalt nivel științific și susținerea morală acordată pe perioada doctoratului și a elaborării tezei de doctorat.

Îi sunt profund recunoscător d-lui Prof. univ. dr. ing. Mircea MODIGA pentru contribuția științifică la pregătirea mea profesională și consultanța acordată în elaborarea acestei lucrări.

Cu deosebită stimă și respect, îi mulțumesc d-lui Prof. dr. ing. Leonard DOMNIȘORU, pentru îndrumările și sprijinul științific acordat în perioada studiilor de doctorat.

Mulțumesc cadrelor didactice din Colectivul de Rezistența Materialelor al Departamentului de Inginerie Mecanică din Universitatea „Dunărea de Jos” din Galați, pentru implicarea lor în activitatea mea de doctorand.

Mulțumesc tuturor celor care au fost alături de mine și m-au încurajat și susținut moral în această perioadă.

Îmi exprim recunoștința și mulțumesc familiei pentru înțelegerea pe care mi-a arătat-o.

În încheiere aduc un omagiu părinților mei, Neculai LUPAȘCU și Maria LUPAȘCU, care prin imense eforturi și sacrificii, m-au crescut, educat și susținut să devin un bun inginer de nave.

Dumitru LUPAȘCU
Galați, 2018

CUPRINS

1	SIGURANȚA DE CONSTRUCȚIE A NAVELOR PREVĂZUTĂ ÎN REGLEMENTĂRILE INTERNAȚIONALE ȘI NAȚIONALE.....	8
1.1	Importanța siguranței de construcție a navelor	8
1.2	Reglementări internaționale și naționale privind siguranța de construcție a navei	11
1.3	Verificarea siguranței de construcție a navelor	11
2	INSTRUMENTE DE CALCUL ELABORATE ȘI UTILIZATE PENTRU ANALIZA SIGURANȚEI DE CONSTRUCȚIE A NAVELOR	12
2.1	Generalități	12
2.2	Program de calcul al eforturilor secționale și al liniei elastice a corpului navei la așezarea statică în apă calmă și la așezarea cvasistatică pe val din prova.....	12
2.2.1	Obiectul și destinația programului	12
2.2.2	Metoda de calcul aplicată.....	12
2.2.3	Descrierea programului.....	20
2.2.4	Verificarea programului RLS-V1.....	20
2.2.5	Comentarii și concluzii	21
2.3	Program de calcul linear al parametrilor de oscilație ai navei și a eforturilor secționale suplimentare din corpul acesteia induse de valuri din prova.....	22
2.3.1	Obiectul și destinația programului	22
2.3.2	Metoda clasică de calcul linear al parametrilor de oscilație ai navei și al eforturilor secționale suplimentare din corpul acesteia induse de valuri din prova.....	22
2.3.3	Descrierea programului RLD-V1	32
2.3.4	Verificarea metodei de calcul și a programului RLD-V1.....	32
2.3.5	Comentarii și concluzii	41
2.4	Program de calcul nelinear al parametrilor de oscilație ai navei și al eforturilor secționale suplimentare din corpul acesteia induse de valuri din prova, considerând amortizarea lineară	44
2.4.1	Obiectul și destinația programului	44
2.4.2	Metoda de calcul nelinear considerând amortizare lineară.....	44
2.4.3	Descrierea programului.....	55
2.4.4	Verificarea metodei de calcul și a programului RLD-V1N.....	55
2.4.5	Comentarii și concluzii	56
2.5	Program de calcul neliniar al parametrilor de oscilație ai navei și al eforturilor secționale suplimentare din corpul acesteia induse de valuri din prova, considerând amortizarea pătratică	58
2.5.1	Obiectul și destinația programului	58
2.5.2	Metoda de calcul nelinear considerând amortizare pătratică.....	58

2.5.3	Descrierea programului.....	64
2.5.4	Verificarea metodei de calcul și a programului RLD-V2.....	64
2.5.5	Comentarii și concluzii	65
3	ÎMBUNĂȚIREA SIGURANȚEI DE CONSTRUCȚIE A NAVELOR MARITIME PRIVIND REZISTENȚA LONGITUDINALĂ A CORPULUI ÎN STARE INTACTĂ	67
3.1	Generalități	67
3.2	Prezentarea metodei IACS.....	67
3.3	Verificarea metodei IACS de determinare a eforturilor secționale ale corpului navelor maritime intacte, induse de valuri, bazată pe metoda de așezarea cvasistatică a navei pe val	69
3.3.1	Verificarea metodei IACS la un cargou de mărfuri generale de 15000 tdw.....	69
3.3.2	Verificarea metodei IACS la un vrachier de 65000 tdw.....	73
3.4	Verificarea metodei IACS de determinare a eforturilor secționale ale corpului navelor maritime intacte, induse de valuri, bazată pe metodele de așezare dinamică a navei pe val	76
3.4.1	Verificarea metodei IACS la cargoul de mărfuri generale de 15000 tdw	76
3.4.2	Verificarea metodei IACS la vrachierul de 65000 tdw.....	77
3.5	Comentarii, concluzii și propuneri.....	82
4	EVALUAREA PROBABILISTICĂ A REZISTENȚEI LONGITUDINALE A NAVELOR MARITIME AVARIATE	88
4.1	Prezentarea criteriilor aplicabile în prezent.....	88
4.2	Evaluare probabilistică a rezistenței longitudinale a navelor maritime avariate.....	90
4.3	Comentarii și concluzii	92
5	EVALUAREA PROBABILISTICĂ A SUPRAVIEȚUIRII GLOBALE A NAVELOR MARITIME AVARIATE	93
5.1	Generalități	93
5.2	Descrierea metodei de evaluare probabilistică a supraviețuirii globale a navelor maritime	93
5.3	Comentarii și concluzii	94
6	CONCLUZII GENERALE, CONTRIBUȚII ORIGINALE ȘI PERSPECTIVE.....	95
6.1	Concluzii generale	95
6.2	Contribuții originale	97
6.3	Perspectiv viitoare de cercetare	98
	LISTA CU LUCRĂRI PUBLICATE ȘI PREZENTATE	99
	BIBLIOGRAFIE	100

INTRODUCERE

Siguranța de construcție este un obiectiv central al tuturor factorilor implicați în construcția și exploatarea navelor, de acest obiectiv depinzând integritatea acestora, viața echipajelor și a pasagerilor, integritatea mărfurilor transportate, protejarea mediului. Siguranța de construcție se realizează prin îndeplinirea unor cerințe tehnice din reglementările internaționale și naționale, precum și din regulile societăților de clasificare și standardele din domeniu în toate fazele de existență a navei, de la proiectare, construcție, exploatare și până la casare.

De aceea, prezenta lucrare are drept scop analiza unora dintre cerințele tehnice privind siguranța de construcție a navelor, prevăzute de principalele reglementări internaționale și naționale și în urma unor cercetări teoretice și de laborator, să facă propuneri de îmbunătățire a acestor cerințe sau să realizeze instrumente de calcul care să permită aplicarea eficientă a respectivelor cerințe, contribuind astfel la progresul tehnic în domeniu. În acest sens s-a stabilit realizarea următoarelor obiective:

1. Elaborarea de instrumente de calcul pentru evaluarea siguranței de construcție a navelor privind rezistența longitudinală;
2. Îmbunătățirea cerințelor de rezistență longitudinală a navelor maritime în stare intactă;
3. Elaborarea unei metode de evaluarea probabilistică a rezistenței longitudinale reziduale a navelor maritime avariate;
4. Elaborarea unei metode de evaluarea probabilistică a supraviețuirii globale a navelor maritime avariate.

Lucrarea este structurată pe 6 capitole în care sunt prezentate stadiul actual al cerințelor tehnice și metodelor de calcul, precum și noutățile și contribuțiile proprii ale autorului, după caz, astfel:

Capitolul 1. Siguranța de construcție a navelor prevăzută în reglementările internaționale și naționale. Se face o prezentare a reglementărilor internaționale și naționale prin care se realizează siguranța de construcție a navelor și se descrie pe scurt modul de realizare a acesteia în faza de proiectare, construcție și exploatare.

Capitolul 2. Instrumente de calcul elaborate și utilizate pentru analiza siguranței de construcție a navelor. Pentru analiza siguranței de construcție a navelor au fost create următoarele 4 programe de calcul, care permit efectuarea de studii și cercetări în vederea îmbunătățirii reglementărilor în domeniu naval privind siguranța de construcție:

- **Program de calcul al eforturilor și al liniei elastice a corpului navei la așezarea statică în apă calmă și la așezarea cvasistatică pe val din prova de forma cosinusoidală sau trohoidală.** Programul permite determinarea parametrilor de plutire în stare de echilibru ai navei în apă calmă și la așezarea cvasistatică pe val pentru diverse cazuri de încărcare apărute în exploatare, precum și a eforturilor secționale și a liniei elastice a corpului acesteia în asemenea condiții. Elaborat pe baza metodei clasice de calcul din "Teoria navei", adaptată și dezvoltată de către autor într-un mod specific în vederea automatizării calculului, programul introduce o serie de elemente inovative descrise în acest capitol;
- **Program de calcul linear al parametrilor de oscilație ai navei și al eforturilor secționale suplimentare din corpul acesteia induse de valuri din prova.**

Programul a fost elaborat pe baza metodei clasice din „Teoria navei”, utilizând „Teoria fășiiilor ordinară” și „Teoria fășiiilor modificată”, dezvoltată de autor într-un mod specific în vederea automatizării calculelor, introducând o serie de considerente noi. Încercările pe o serie de trei modele au validat metoda adoptată și programul de calcul;

- **Program de calcul nelinier al parametrilor de oscilație ai navei și al eforturilor secționale suplimentare din corpul acesteia induse de valuri din prova.** Programul a fost elaborat pe baza metodei clasice din „Teoria navei”, utilizând „Teoria fășiiilor ordinară” și „Teoria fășiiilor modificată”, dezvoltată de autor într-un mod specific în vederea automatizării calculelor, introducând o serie de considerente noi. Încercările pe un model au validat metoda adoptată și programul de calcul;
- **Program de calcul nelinier al parametrilor de oscilație ai navei și al eforturilor secționale suplimentare din corpul acesteia induse de valuri din prova, considerând amortizarea pătratică.** Programul a fost elaborat pe baza unei metode noi propusă de autor. Încercările pe un model au validat metoda adoptată și programul de calcul.

Capitolul 3. Îmbunătățirea siguranței de construcție a navelor maritime privind rezistența longitudinală a corpului în stare intactă. În urma comparării eforturilor secționale induse de valuri, determinate conform reglementărilor IACS, cu cele obținute cu programele prezentate în capitolul 2, s-a constatat că eforturile IACS sunt mai mici decât cele reale, în special în cazul forțelor tăietoare pentru o serie de tipuri de nave reprezentative. Această situație duce la realizarea unor nave subdimensionate, confirmată de pierderea multor vrachiere cu simplu bordaj. Pentru evitarea unor astfel de evenimente se propun corecții corespunzătoare pentru formulele IACS în vederea obținerii unor valori reale pentru eforturile secționale și construirea unor nave corect dimensionate, care să fie mai sigure în exploatare.

Capitolul 4. Evaluarea probabilistică a rezistenței longitudinale reziduale a navelor maritime avariate. Pentru îmbunătățirea siguranței de construcție a navei avariate se propune aplicarea unui concept probabilistic nou de evaluare a rezistenței longitudinale reziduale, care se bazează pe capacitatea de supraviețuire după avarie, ca mărime de apreciere a siguranței navei în condiții de avarie, denumită în continuare indice efectiv de rezistență longitudinală reziduală R_L . Pentru supraviețuirea navei, se impune ca acest indice efectiv să fie mai mare decât o valoare minimală numită indice necesar de rezistență longitudinală reziduală R_{Lo} .

Capitolul 5. Evaluarea probabilistică a supraviețuirii globale a navelor maritime avariate. Pentru îmbunătățirea siguranței de construcție a navei avariate se propune completarea conceptului probabilistic SOLAS de evaluare a stabilității navei avariate, cu supraviețuirea și din punct de vedere al rezistenței longitudinale reziduale după avarie.

Capitolul 6. Concluzii generale, contribuții originale și perspective. În acest capitol sunt prezentate contribuțiile personale aduse în cadrul tezei, la îmbunătățirea siguranței de construcție a navelor și concluziile care se desprind din aplicarea rezultatelor acestor contribuții, precum și potențialele direcții de cercetare legate de tema abordată și care vor putea fi dezvoltate în viitor.

1 SIGURANȚA DE CONSTRUCȚIE A NAVELOR PREVĂZUTĂ ÎN REGLEMENTĂRILE INTERNAȚIONALE ȘI NAȚIONALE

1.1 Importanța siguranței de construcție a navelor

Prezenta lucrare își propune ca, în urma unei analize a unora din cerințele privind siguranța de construcție a navelor, din principalele reglementări internaționale și naționale și în urma unei activități de cercetare teoretică și de laborator, să contribuie la îmbunătățirea acestora.

Importanța respectivelor cerințe este subliniată de faptul că unul din obiectivele importante ale Organizației Maritime Internaționale (IMO) (fig. 1.1.1) și ale altor organisme internaționale, este siguranța navelor în vederea exploatării lor fără pierderi umane sau materiale și fără poluarea mediului.

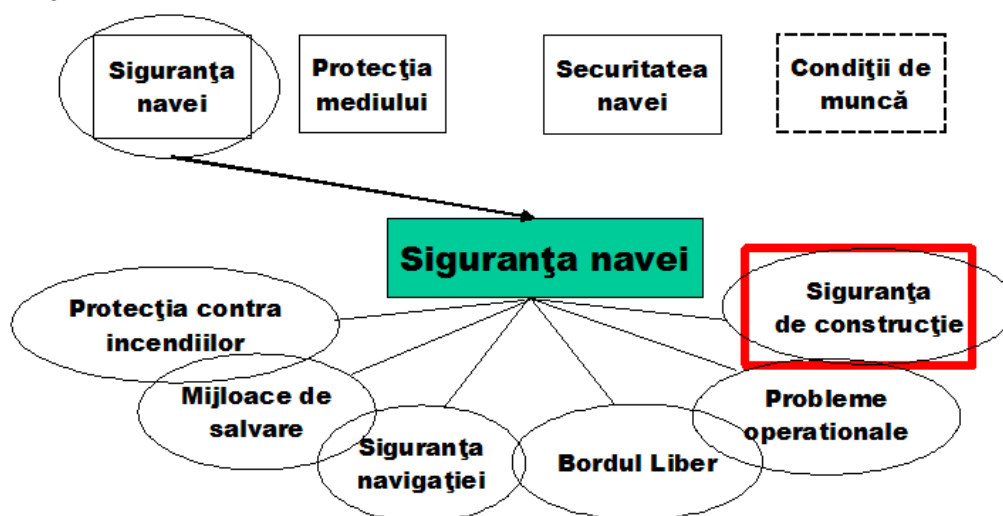


Fig. 1.1.1 – Obiectivele IMO prezentate într-o abordare unitară

Această siguranță include ca element esențial, siguranța de construcție, ce se realizează printr-un ansamblul de activități, desfășurate de cercetători, proiectanți și constructori conform reglementărilor internaționale, regulilor societăților de clasificare și normelor tehnice ale autorităților navale privind construcția corpului, compartimentarea și stabilitatea, construcția mașinilor și instalațiilor, protecția împotriva incendiilor.

În acest scop, în cadrul IMO s-a decis ca această organizație să-și exercite atribuțiile prin standarde de construcție a navelor bazate pe obiectivele sale prezentate în fig. 1.1.1.

Primele trei niveluri au fost realizate în cadrul IMO, adoptându-se prin Rezoluția MSC.296(87) [2], liniile directe pentru verificarea conformității cu GBS și prin Rezoluția MSC.290(87) [3], noile reguli II-1/2.28 și II-1/3-10 din Convenția SOLAS [4], iar nivelurile IV și V au fost realizate de Asociația Internațională a Societăților de Clasificare (IACS) prin elaborarea Regulilor structurale comune pentru vrachiere și petroliere cu corp dublu [5], însă procesul de dezvoltare și perfecționare a celor 5 niveluri este continuu în pas cu progresul tehnic și nevoile transportului maritim.

În mod similar, se are în vedere siguranța de construcție a navelor de navigație interioară, aceasta fiind asigurată prin reglementările organismelor internaționale cum sunt Comisia Dunării, Comisia Rinului, CEE-ONU, Comisia Europeană etc. precum și prin regulile autorităților navale și societăților de clasificare.

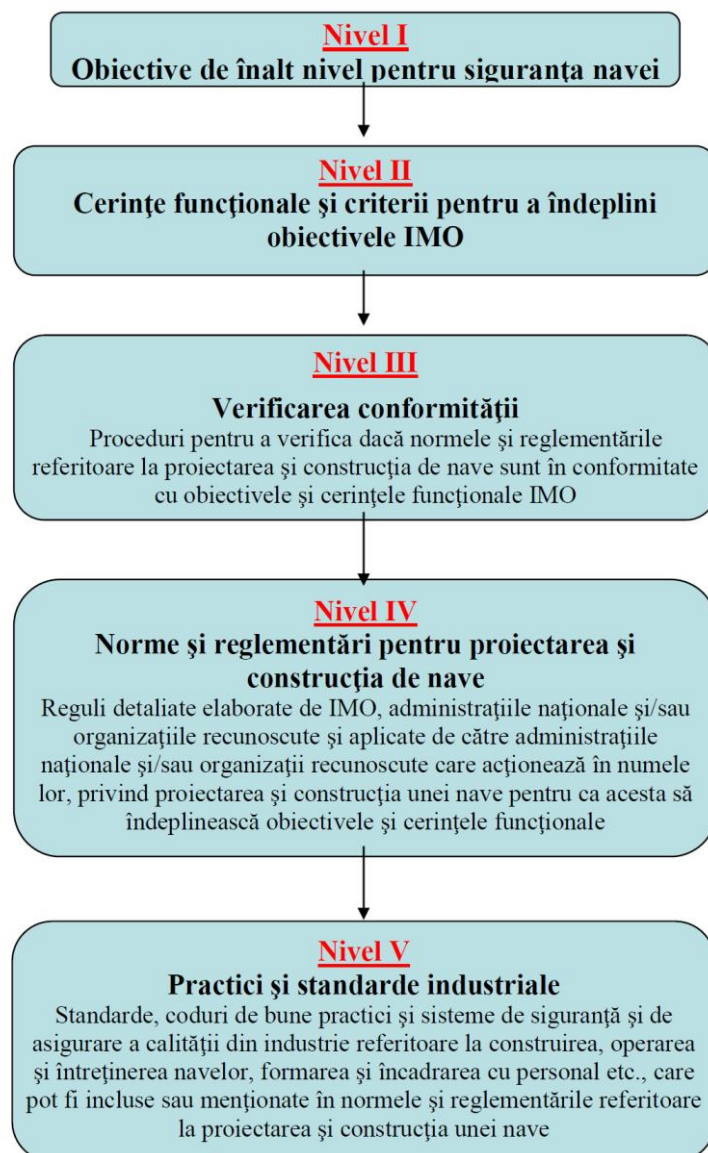


Fig. 1.1.2 – Organizarea sistemului de standarde bazat pe obiective (GBS)

Un nivel mai scăzut al siguranței de construcție poate duce la pierderi și pagube materiale, la pierderi de vieți omenești sau la dezastre ecologice.

Dintre navele pierdute, o pondere semnificativă o aveau vrachierele și petrolierele, parte din ele prin colapsul elementelor structurale longitudinale ale corpului și ruperea acestuia în două părți, așa cum se poate vedea în fig. 1.1.3 [8], 1.1.4 [9] și 1.1.5 [10].

Studiile efectuate au arătat că pierderile cauzate de ruperea corpului depind probabilistic de următorii factori:

- de vechimea navei, crescând odată cu aceasta;
- de tipul de marfă, crescând odată cu densitatea acesteia;
- de ruta aleasă, cele mai periculoase fiind rutele din Orientul Îndepărtat și din Atlanticul de Nord;
- de tipul materialului utilizat, oțelurile de înaltă rezistență crescând riscul ca nava să fie pierdută pentru că sunt mai predispuse la coroziune, au un adaos mai mic de

coroziune și asigură o elasticitate mai mare corpului, favorizând apariția fenomenului de «springing», adică apariția vibrațiilor generale ale navei induse de valuri, care o solictă suplimentar și-i slăbește rezistența la oboseală.



Fig. 1.1.3 – Vrachierul EUROBULKER-X după ruperea din 02.septembrie.2000, în timpul încărcării cu ciment în portul Lefkandi din Grecia [8]



Fig. 1.1.4 – Tancul petrolier ERIKA după ruperea din 12.decembrie1999, la 60 mile de coasta Britanică [9]



Fig. 1.1.5 – Tancul petrolier PRESTIGE după ruperea din
13.noiembrie.2002, la 30 mile de coasta de nord-est a Spaniei[10]

1.2 Reglementări internaționale și naționale privind siguranța de construcție a navei

Siguranța de construcție a navelor maritime se realizează prin aplicarea cerințelor privind rezistența generală și locală, precum și privind flotabilitatea și stabilitatea din reglementările internaționale și naționale.

Pe plan internațional, sunt în vigoare reglementări elaborate de către IMO, IACS și societăți de clasificare. Pe plan național, sunt în vigoare reglementările elaborate de Autoritatea Navală Română (ANR):

Pentru navele de navigație interioară, pe plan european, sunt în vigoare reglementări elaborate în cadrul Uniunii Europene, Comisiei Economice a Națiunilor Unite pentru Europa (CEE-ONU), Comisiei Rinului, Comisiei Dunării. Pe plan național, sunt în vigoare reglementările elaborate de ANR.

1.3 Verificarea siguranței de construcție a navelor

Verificarea siguranței de construcție a navelor este începută încă din faza de proiectare a acestora prin verificarea îndeplinirii criteriilor de rezistență, precum și a criteriilor de flotabilitate și stabilitate din documentația de proiectare de către o autoritate navală și/sau de către o societatea de clasificare recunoscută.

În timpul construcției navei, siguranța acesteia se verifică de către compartimentele de asigurarea a calității din șantierul naval și de către autoritatea navală competentă al cărui pavilion îl poartă nava și/sau de către o societate de clasificare recunoscută, prin supravegherea tehnică de respectare a proiectului avizat și a tehnologiilor de fabricație în conformitate cu reglementările în vigoare.

Analiza siguranței de construcție a navelor aflate în exploatare se verifică cu ocazia inspecțiilor periodice efectuate la 5 ani, a inspecțiilor intermediare efectuate la 2,5 ani și a inspecțiilor anuale de către autoritatea navală și/sau de către societatea de clasificare recunoscută.

2 INSTRUMENTE DE CALCUL ELABORATE ȘI UTILIZATE PENTRU ANALIZA SIGURANȚEI DE CONSTRUCȚIE A NAVELOR

2.1 Generalități

Pentru analiza siguranței de construcție a navelor au fost create de autor o serie de patru programe de calcul, care permit efectuarea de studii și cercetări în vederea îmbunătățirii reglementărilor în domeniu.

2.2 Program de calcul al eforturilor secționale și al liniei elastice a corpului navei la așezarea statică în apă calmă și la așezarea cvasistatică pe val din prova

2.2.1 Obiectul și destinația programului

Programul permite determinarea parametrilor de plutire în stare de echilibru ai navei în apă calmă și la așezarea cvasistatică pe val cosinusoidal sau trohoidal din prova pentru diverse cazuri de încărcare din exploatare, precum și a eforturilor secționale și a liniei elastice a corpului acesteia în asemenea condiții.

2.2.2 Metoda de calcul aplicată

Determinarea parametrilor de plutire în stare de echilibru a navei în apă calmă și la așezarea cvasistatică pe val pentru diverse cazuri de încărcare din exploatare, precum și a eforturilor secționale și a liniei elastice a corpului acesteia, se realizează principial conform metodei clasice extrasă din lucrările [48] - [57] din domeniile "Teoria navei", "Calculul și construcția navei" și "Rezistența materialelor" și dezvoltată și completată de autor într-un mod specific, până la nivel de detalii necesare programării calculului.

În acest scop, suprafața corpului navei descrisă prin puncte, este raportată la un sistem de axe ortogonal (fig. 2.2.1). Punctele sunt dispuse pe cuple teoretice amplasate în lungul navei și definesc profilul acestora prin pescaj și semilățime.

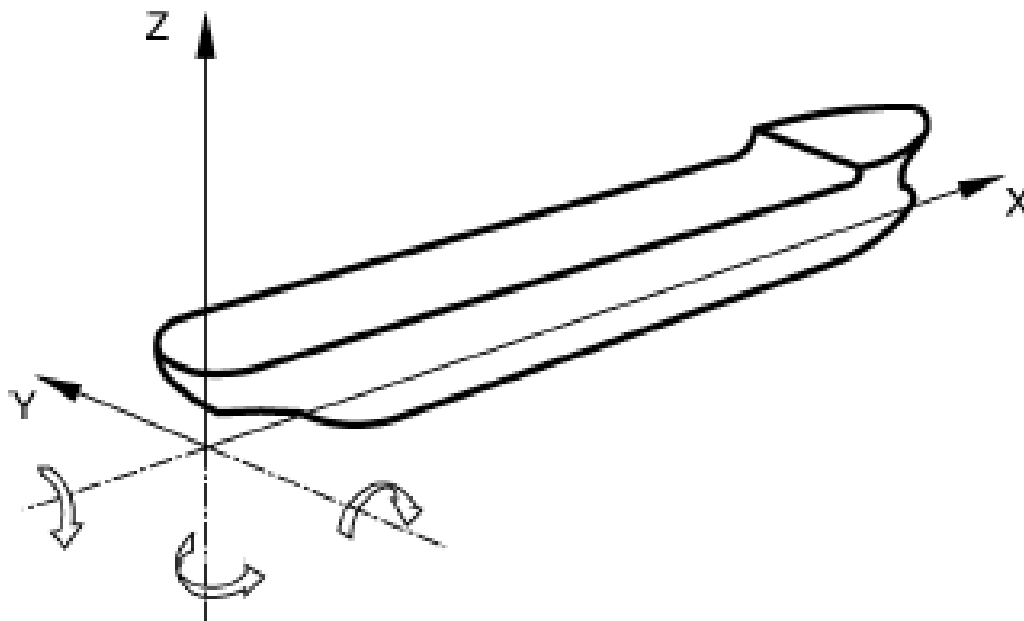


Fig. 2.2.1 – Sistemul de axe față de care se raportează suprafața corpului [5]

Se consideră că nava se află în poziția de echilibru la așezarea statică în apă calmă sau la așezarea cvasistatică pe val, dacă deplasamentul ei este egal cu greutatea apei dezlocuite de carena imersă și dacă centrul său de greutate G , se află pe aceeași verticală cu centrul de carenă C (fig. 2.2.2), ceea ce înseamnă că sunt îndeplinite relațiile:

$$\Delta = \gamma \cdot k_a \cdot V_c \quad (2.2.1)$$

$$x_C - x_G = (z_G - z_C) \cdot \operatorname{tg} \psi \quad (2.2.2)$$

$$y_C - y_G = (z_G - z_C) \cdot \operatorname{tg} \theta \quad (2.2.3)$$

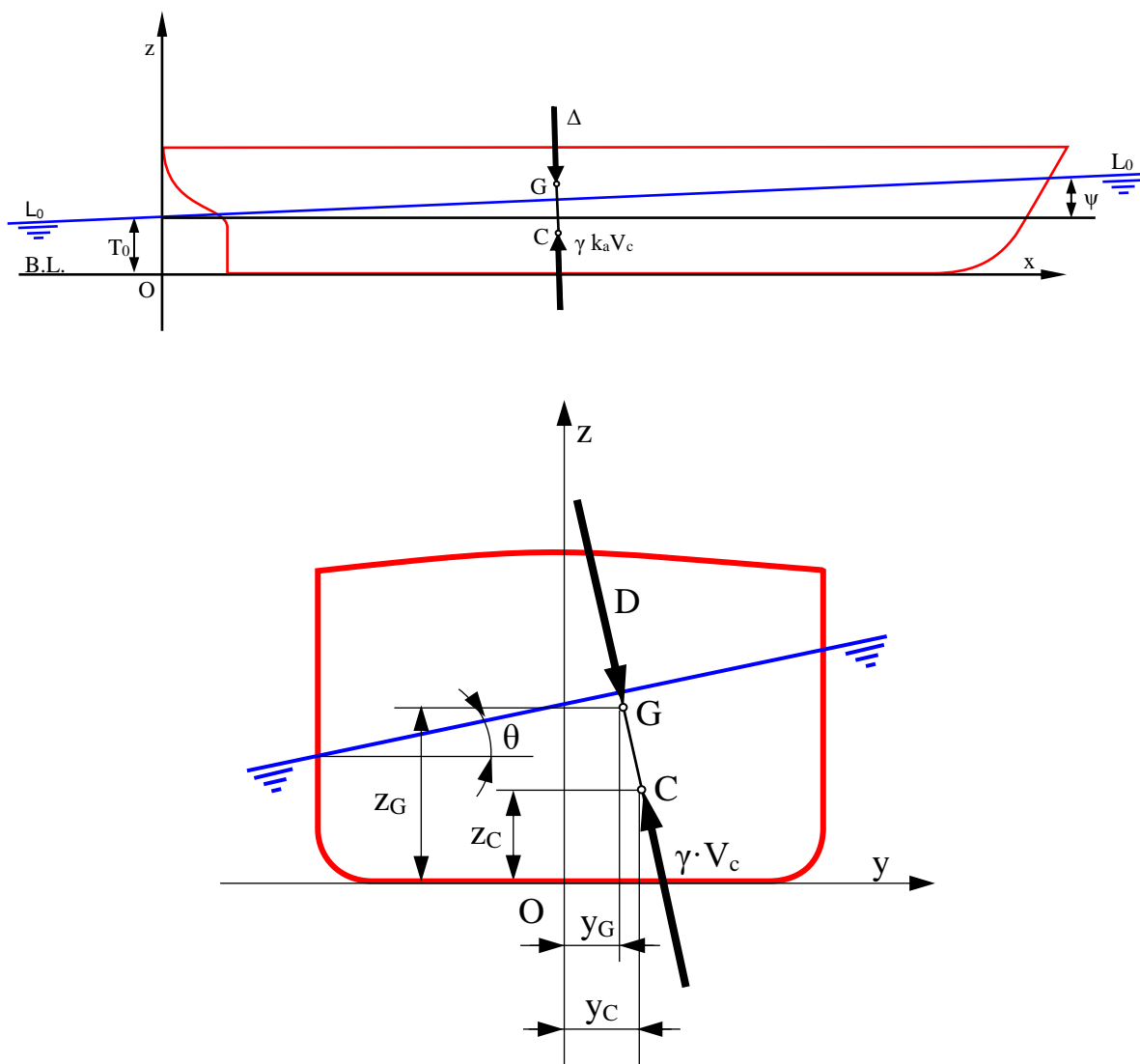


Fig. 2.2.2 – Starea de echilibru a navei

unde:

x_G – abscisa centrului de greutate a navei;

y_G – distanța față de PD a centrului de greutate al navei;

z_G – cota centrului de greutate al navei;

ψ – unghiul de asietă;

θ – unghiul de înclinare transversală (unghiul de canarisire sau bandare);

T_0 – pescajul la extremitatea pupa a navei;

- γ – greutatea specifică a apei;
 k_a – coeficient de apendici ($k_a = 1,001 \dots 1,005$)
 V_C – volumul de carenă;
 x_C – abscisa centrului de carenă imersă;
 y_C – poziția pe axa y a centrului de carenă imersă;
 z_C – cota centrului de carenă imersă;

Starea de echilibru se obține parcurgând două etape:

1. echilibrarea longitudinală, care constă în aducerea navei în poziția în care deplasamentul ei este egal cu greutatea apei dezlocuite de carena imersă și centrul său de greutate G , se află pe aceeași verticală cu centrul de carenă C , ceea ce înseamnă că sunt îndeplinite relațiile (2.2.1) și (2.2.2).
2. după echilibrarea longitudinală, se determină unghiul de înclinare transversală al navei, cu relația:

$$\theta = \frac{y_G}{GM_T} \quad (2.2.4)$$

unde:

GM_T – înălțimea metacentrică transversală corespunzătoare poziției de echilibru longitudinal a navei;

La așezarea navei în apă calmă, pescajul $T(x)$ din planul diametral (fig. 2.2.2) într-o secțiune transversală x , este dat de relația:

$$T(x) = T_o + x \cdot \psi \quad (2.2.5)$$

La așezarea cvasistatică a navei pe val, este demonstrat teoretic și experimental faptul că eforturile secționale suplimentare în plan vertical, ating valoarea maximă când creasta de val sau golul de val sunt la mijlocul navei, iar lungimea valului este egală cu lungimea navei [49].

Considerând nava așezată cvasistatic pe val cosinusoidal, pescajul $T(x)$ într-o secțiune transversală x este dat de relațiile:

- pentru cazul când nava e pe creastă de val în dreptul cuplului maestru (fig. 2.2.3):

$$T(x) = T_o + x \cdot \psi - \frac{h_v}{2} \cdot \cos \frac{2 \cdot \pi \cdot x}{L} \quad (2.2.6)$$

- pentru cazul când nava e pe gol de val în dreptul cuplului maestru (fig. 2.2.4):

$$T(x) = T_o + x \cdot \psi + \frac{h_v}{2} \cdot \cos \frac{2 \cdot \pi \cdot x}{L} \quad (2.2.7)$$

Considerând nava așezată cvasistatic pe val trohoidal, pescajul $T(x)$ într-o secțiune transversală x este dat de relațiile:

- pentru cazul când nava e pe creastă de val în dreptul cuplului maestru (fig. 2.2.3):

$$T(x) = T_o + x \cdot \psi - \frac{h_v}{2} \cdot \cos \Phi \quad (2.2.8)$$

- pentru cazul când nava e pe gol de val în dreptul cuplului maestru (fig. 2.2.4):

$$T(x) = T_o + x \cdot \psi + \frac{h_v}{2} \cdot \cos \Phi \quad (2.2.9)$$

unde:

Φ – parametru ce se determină din ecuația transcendentă:

$$x = \frac{\lambda_V}{2 \cdot \pi} \cdot \Phi + \frac{h_V}{2} \cdot \sin \Phi \quad (2.2.10)$$

λ_V – lungimea valului;

h_V – înălțimea valului echivalent corectat prin efectul Smith.

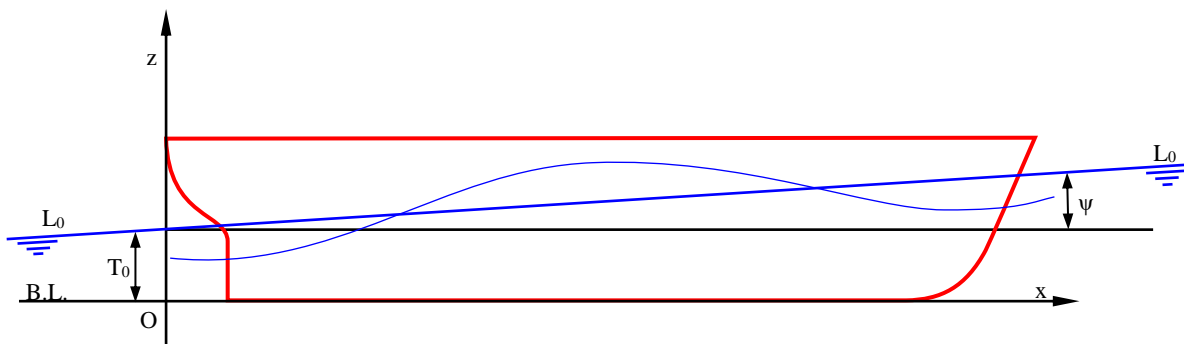


Fig. 2.2.3 – Nava așezată pe creastă de val

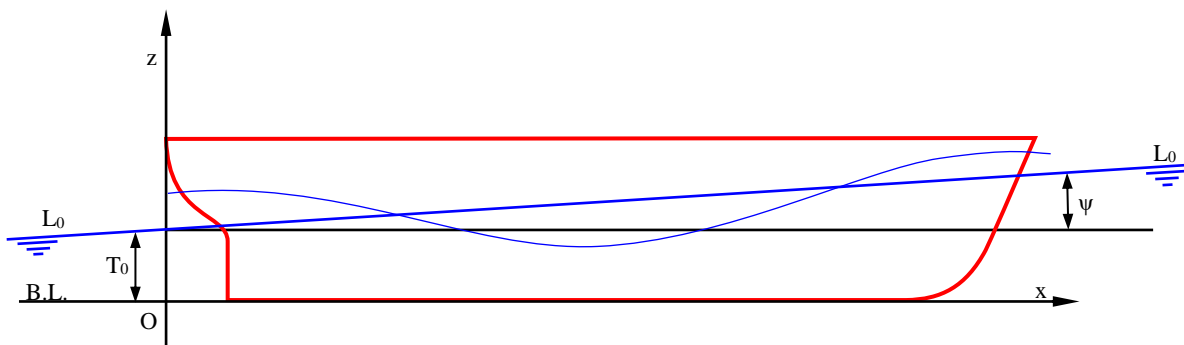


Fig. 2.2.4 – Nava așezată pe gol de val

Eforturile secționale se determină cu relațiile:

- forța tăietoare verticală în lungul navei:

$$Q(x) = \int_0^x [m(\xi) - \gamma \cdot k_a \cdot \Omega(\xi)] \cdot d\xi \quad (2.2.11)$$

- momentul încovoietor vertical în lungul navei:

$$M(x) = \int_0^x Q(\xi) \cdot d\xi \quad (2.2.12)$$

- momentul de torsiune în lungul navei:

$$M_t(x) = \int_0^x [(m(\xi) \cdot y_m(\xi) - \gamma \cdot k_a \cdot B(\xi)) \cdot \cos \theta + [(m(\xi) \cdot z_m(\xi) - \gamma \cdot k_a \cdot C(\xi)) \cdot \sin \theta + z_{CT}(\xi) \cdot [m(\xi) - \gamma \cdot k_a \cdot \Omega(\xi)] \cdot \sin \theta] \cdot d\xi \quad (2.2.13)$$

unde:

$\Omega(\xi)$ – aria imersă a cuplei din secțiunea ξ ;

$B(\xi)$ – momentul static față de planul diametral, al ariei imerse a cuplei din secțiunea

ξ ,

- $C(\xi)$ – momentul static față de planul de bază, al ariei imerse a cuplei din secț. ξ ;
 θ – unghiul de înclinare transversală (unghiul de canarisire sau bandare);
 Z_{CT} – cota centrului de torsiune în secțiunea curentă.

Linia elastică a corpului se determină cu relațiile :

- săgeata de încovoiere în lungul navei:

$$v(x) = v_o + \varphi_o \cdot x - \frac{1}{E} \cdot \int_0^x \int_0^x \frac{M(\xi)}{I_y(\xi)} \cdot d\xi \cdot dx - \frac{1}{G} \cdot \int_0^x \frac{Q(\xi)}{A_{yf}(\xi)} \cdot d\xi \quad (2.2.14)$$

- rotirea de încovoiere în lungul navei:

$$\varphi(x) = \varphi_o - \frac{1}{E} \cdot \int_0^x \frac{M(\xi)}{I_y(\xi)} \cdot d\xi - \frac{Q(x)}{G \cdot A_{yf}(x)} \quad (2.2.15)$$

În relațiile de mai sus s-au utilizat notațiile:

- I_y – momentul de inerție față de axa neutră orizontală a secțiunii transversale
curente a corpului navei;
 A_{yf} – aria rezistentă la forfecare pe direcție verticală a secțiunii transversale
curente a corpului navei;
 E – modulul de elasticitate longitudinal;
 G – modulul de elasticitate transversal;
 v_o – săgeata de încovoiere în capătul pupa al navei;
 φ_o – rotirea de încovoiere în capătul pupa al navei.

Linia elastică a corpului navei se consideră a fi dată de linia rezultată din intersecția
chilei deformată, cu PD, raportată la linia de bază teoretică (fig.2.2.5).

Pentru a determina linia elastică a navei, la încovoierea în plan vertical, se pornește
de la relația (2.2.14), în care apar v_o și φ_o ca parametri ce trebuie determinați din condițiile
de capăt.

În stabilirea acestor parametri, se determină eforturile secționale considerând nava
inițial că este corp rigid și că săgețile, la extremități, sunt zero:

$$v_o = 0 \quad (2.2.16)$$

$$v_l = 0 \quad (2.2.17)$$

Din aceste condiții rezultă:

$$\varphi_o = \frac{1}{E \cdot L} \cdot \int_0^L \int_0^x \frac{M(\xi)}{I_y(\xi)} \cdot d\xi \cdot dx + \frac{1}{G \cdot L} \cdot \int_0^L \frac{Q(x)}{A_{yf}(x)} \cdot dx \quad (2.2.18)$$

și se determină linia elastică a corpului cu relația (2.2.14).

Cu valorile săgeților astfel calculate, se face corecția corespunzătoare de pescaje și
se echilibrează nava în apă calmă, găsindu-se în acest mod și săgețile de la capetele navei
elastice, față de nava considerată corp rigid:

$$V_{pp} = T_{Epp} - T_{pp} \quad (2.2.19)$$

$$V_{pv} = T_{Epv} - T_{pv} \quad (2.2.20)$$

unde:

T_{Epp} – pescajul în dreptul extremității pupa când nava se consideră corp elastic;

- T_{pp} – pescajul în dreptul extremității pupa când nava se consideră corp rigid;
- T_{Epv} – pescajul în dreptul extremității prova când nava se consideră corp elastic;
- T_{pv} – pescajul în dreptul extremității prova când nava se consideră corp rigid.

Cu noile valori ale pescajelor se determină momentele încovoietoare și forțele tăietoare, iar apoi noua linie elastică a corpului. Procesul acesta interactiv se continua până când la două iterații succesive, momentele maxime de încovoiere diferă cu mai puțin de 0.1%.

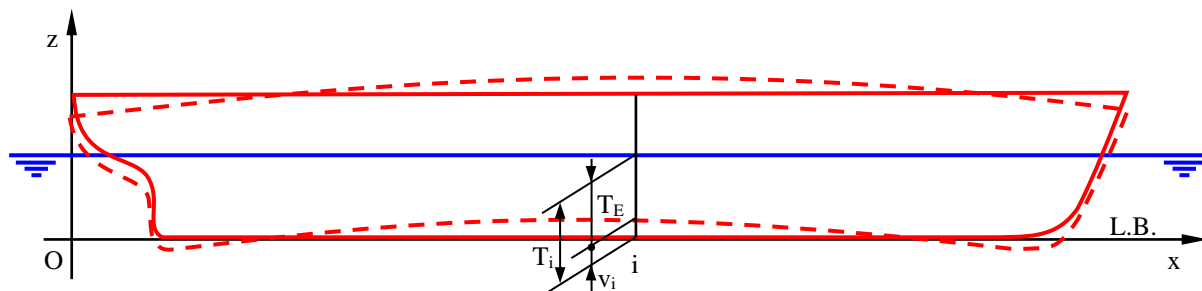


Fig. 2.2.5 – Deformația corpului navei în plan vertical

Din cauză că nava are corpul de secțiune variabilă în sens longitudinal, pentru calculul eforturilor secționale și al deformațiilor, ce apar în plan vertical, s-a aplicat metoda numerică descrisă în continuare, cunoscută sub denumirea de metoda matricelor de transfer.

Corpul navei se consideră o grindă elastică cu pereți subțiri de secțiune variabilă, discretizată în grinzi elementare de secțiune constantă, având lungimea unui interval de coastă (fig.2.2.6).

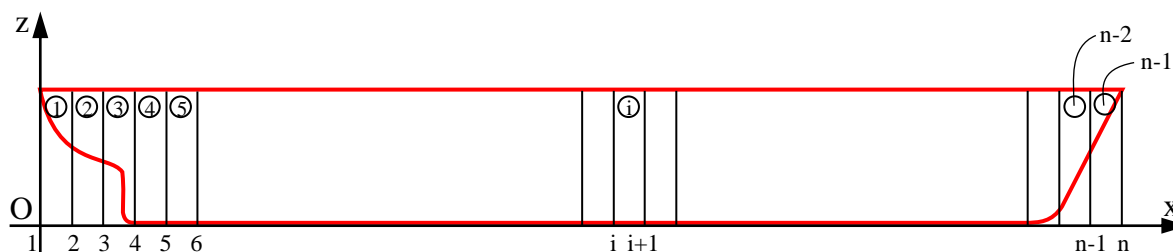


Fig. 2.2.6 – Corpul navei discretizat în grinzi

Izolând o grindă elementară „i”, din navă (fig. 2.2.7) și reunind ecuațiile de echilibru a sarcinilor și eforturilor secționale, precum și relațiile dintre deformații și eforturi pentru această grindă, se ajunge la următoarea ecuație matriceală, ce stabilește legătura dintre eforturile și deformațiile de la capetele respectivei grinzi elementare:

$$\begin{bmatrix} Q_{i+1} \\ M_{i+1} \\ \varphi_{i+1} \\ v_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \Delta x_i & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{\Delta x_i^2}{2EI_{yi}} - \frac{1}{GA_{yfi}} & -\frac{\Delta x_i}{EI_{yi}} & 1 & 0 \\ -\frac{\Delta x_i^3}{6EI_{yi}} - \frac{\Delta x_i}{GA_{yfi}} & -\frac{\Delta x_i^2}{2EI_{yi}} & \Delta x_i & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Q_i \\ M_i \\ \varphi_i \\ v_i \end{bmatrix} + S_i \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \frac{\Delta x_i^2}{2} \\ -\left(\frac{\Delta x_i^2}{6EI_{yi}} + \frac{1}{GA_{yfi}}\right) \cdot \Delta x_i \\ -\left(\frac{\Delta x_i^2}{12EI_{yi}} + \frac{1}{GA_{yfi}}\right) \cdot \frac{\Delta x_i^2}{2} \end{bmatrix} + (S_{i+1} - S_i) / \Delta x_i \cdot \begin{bmatrix} \frac{\Delta x_i^2}{2} \\ \frac{\Delta x_i^3}{6} \\ -\left(\frac{\Delta x_i^2}{12EI_{yi}} + \frac{1}{GA_{yfi}}\right) \cdot \frac{\Delta x_i^2}{2} \\ -\left(\frac{\Delta x_i^2}{20EI_{yi}} + \frac{1}{GA_{yfi}}\right) \cdot \frac{\Delta x_i^3}{6} \end{bmatrix} \quad (2.2.21)$$

unde:

Δx_i – lungimea grinzii elementare "i" situată între coasta „i” și „i+1”;

S_i – sarcina exterioară la capătul pupa al grinzii elementare "i":

$$S_i = m_i - \gamma \cdot k_a \cdot \Omega_i \quad (2.2.22)$$

S_{i+1} – sarcina exterioară la capătul prova al grinzii elementare "i":

$$S_{i+1} = m_{i+1} - \gamma \cdot k_a \cdot \Omega_{i+1}. \quad (2.2.23)$$

unde:

Ω_i - aria imersă a secțiunii transversale din capătul i;

Ω_{i+1} - aria imersă a secțiunii transversale din capătul i+1.

În relațiile de mai sus s-a considerat că sarcina exterioară variază linear în lungul grinzii elementare "i".

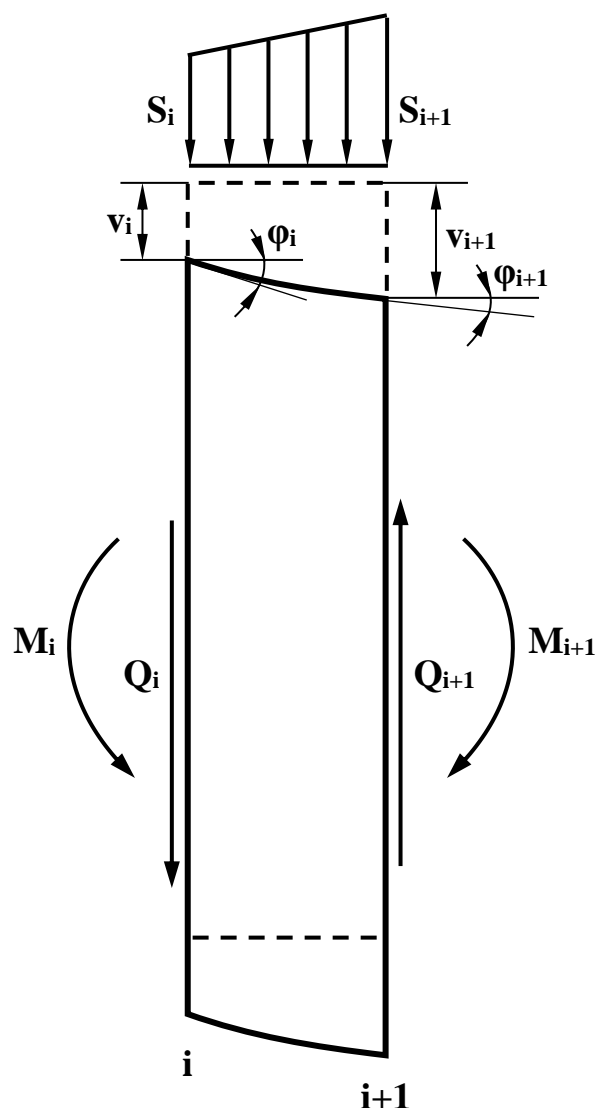


Fig. 2.2.7 – Sarcini, eforturi și deformații într-o grindă elementară

Făcând notațiile:

$$\bar{v}_i = \begin{bmatrix} Q_i \\ M_i \\ \varphi_i \\ v_i \end{bmatrix} \quad (2.2.24)$$

$$[A_i] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \Delta x_i & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{\Delta x_i^2}{2EI_{yi}} - \frac{1}{GA_{yfi}} & -\frac{\Delta x_i}{EI_{yi}} & 1 & 0 \\ -\frac{\Delta x_i^3}{6EI_{yi}} - \frac{\Delta x_i}{GA_{yfi}} & -\frac{\Delta x_i^2}{2EI_{yi}} & \Delta x_i & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2.25)$$

$$\bar{R}_i = S_i \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \frac{\Delta x_i^2}{2} \\ -\left(\frac{\Delta x_i^2}{6EI_{yi}} + \frac{1}{GA_{yfi}}\right) \cdot \Delta x_i \\ -\left(\frac{\Delta x_i^2}{12EI_{yi}} + \frac{1}{GA_{yfi}}\right) \cdot \frac{\Delta x_i^2}{2} \end{bmatrix} + (S_{i+1} - S_i) / \Delta x_i \cdot \begin{bmatrix} \frac{\Delta x_i^2}{2} \\ \frac{\Delta x_i^3}{6} \\ -\left(\frac{\Delta x_i^2}{12EI_{yi}} + \frac{1}{GA_{yfi}}\right) \cdot \frac{\Delta x_i^2}{2} \\ -\left(\frac{\Delta x_i^2}{20EI_{yi}} + \frac{1}{GA_{yfi}}\right) \cdot \frac{\Delta x_i^3}{6} \end{bmatrix} \quad (2.2.26)$$

relația (2.2.21) devine:

$$\bar{v}_{i+1} = [A_i] \cdot \bar{v}_i + \bar{R}_i \quad (2.2.27)$$

Particularizând relația (2.2.27) pentru prima și a doua grindă elementară:

$$\bar{v}_2 = [A_1] \cdot \bar{v}_1 + \bar{R}_1 \quad (2.2.28)$$

$$\bar{v}_3 = [A_2] \cdot \bar{v}_2 + \bar{R}_2 = [A_2] \cdot [A_1] \cdot \bar{v}_1 + [A_2] \cdot \bar{R}_1 + \bar{R}_2 \quad (2.2.29)$$

sau făcând notațiile:

$$[D_2] = [A_2] \cdot [A_1] \quad (2.2.30)$$

$$\bar{P}_2 = [A_2] \cdot \bar{R}_1 + \bar{R}_2 \quad (2.2.31)$$

se obține:

$$\bar{v}_3 = [D_2] \cdot \bar{v}_1 + \bar{P}_2 \quad (2.2.32)$$

Generalizând relațiile (2.2.30), (2.2.31) și (2.2.32), se găsește vectorul eforturi și deformații la coasta "i+1":

$$\bar{v}_{i+1} = [D_i] \cdot \bar{v}_1 + \bar{P}_i \quad (2.2.33)$$

unde:

$$[D_i] = [A_i] \cdot [A_{i-1}] \dots [A_2] \cdot [A_1] \quad (2.2.34)$$

$$\bar{P}_i = [A_i] \cdot \bar{R}_{i-1} + \bar{R}_i \quad (2.2.35)$$

Aplicând relația (2.2.33) la grinda elementară din prova, se găsește relația dintre eforturile și deformațiile din pupa și prova:

$$\bar{v}_n = [D_{n-1}] \cdot \bar{v}_1 + \bar{P}_{n-1} \quad (2.2.36)$$

Capetele navei fiind libere, eforturile secționale sunt nule la cuplele "1" și "n":

$$Q_1 = 0$$

$$M_1 = 0$$

$$Q_n = 0$$

$$M_n = 0.$$

Deformațiile și rotirile capetelor navei pe baza cărora se poate determina linia elastică a corpului sunt în număr de 4, iar pentru calcularea lor, există doar ultimele 2 ecuații ale sistemului (2.2.36), astfel încât într-o primă etapă, se consideră că săgețile navei la capete sunt zero :

$$v_1 = 0$$

$$v_n = 0.$$

Din condiția $v_n = 0$ se determină rotirea din capătul pupa, φ_1 iar apoi aplicând relațiile (2.2.33) și (2.2.34), se determină eforturile secționale și deformațiile corpului în lungul navei.

Cu valorile săgeților astfel calculate, se face corecția corespunzătoare de pescaje și se echilibrează nava în apă calmă.

Linia elastică a corpului se determină cu relația (fig. 2.2.5):

$$v_i = T_{Ei} - T_i \quad (2.2.37)$$

unde:

T_{Ei} – pescajul în dreptul coastei „i” când nava se consideră corp elastic;

T_i – pescajul în dreptul coastei „i” când nava se consideră corp rigid.

Cu noile pescaje ale navei deformată, se determină momentele încovoietoare și forțele tăietoare, iar apoi noua linie elastică a corpului. Procedura aceasta numerică se repetă ciclic până când la două iterații succesive, momentele maxime de încovoiere diferă cu mai puțin de 0,1%.

2.2.3 Descrierea programului

Pe baza metodei de calcul prezentate la 2.2.2, a fost elaborat programul RLS-V1, al cărui cod este scris în limbajul Visual-FORTRAN ce se poate executa pe calculatoare de 32 sau 64 bits având sistemul de operare Windows XP sau o versiune mai nouă.

2.2.4 Verificarea programului RLS-V1

Verificarea programului s-a efectuat cu o barjă paralelipipedică cu distribuție uniformă a maselor în lungul ei de 100 t/m având următoarele caracteristici principale:

$$L = 100,00 \text{ m}$$

$$B = 20,00 \text{ m}$$

$$D = 20,00 \text{ m}$$

$$T = 5,00 \text{ m}$$

$$\gamma = 1,025 \text{ t/m}^3$$

$$I_y = 20,000 \text{ m}^4$$

$$A_f = 0,200 \text{ m}^2$$

așezată cvasistatic mai întâi pe val cosinusoidal având înălțimea de 7.92 m și apoi pe val trohoidal de aceeași înălțime.

Calculare comparative de verificare a programului RLS-V1 pentru valul cosinusoidal sunt date în tabelul 2.2.1, constatându-se că diferențele dintre valorile determinate manual și rezultatele programului sunt sub 1%.

Tabel 2.2.1 – Calcule comparative de verificare a programului RLS-V1 la așezarea pe val
cosinusoidal

Parametrii de echilibru, eforturi suplimentare induse de valori cosinusoidale, săgeată	Valori determinate manual		Valori determinate de program		Diferențe în [%] dintre calculele manuale și prin program	
	Pe creastă	Pe gol	Pe creastă	Pe gol	Pe creastă	Pe gol
T_o [m]	4.878	4.878	4.878	4.878	0.000	0.000
ψ [rad]	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Θ [rad]	0	0	0	0	0.000	0.000
$Q_{WV(+)}$ [kN]	12681	12681	12675	12675	0.047	0.047
$Q_{WV(-)}$ [kN]	-12681	-12681	-12675	-12675	0.047	0.047
M_{WV} [kNm]	403858	-403858	403449	-403448	0.101	0.102
Sageata [mm]	86.00	-86.00	85.15	-85.15	0.999	0.999

2.2.5 Comentarii și concluzii

Programul RLS-V1 de calcul al eforturilor secționale și al liniei elastice a corpului navei la așezarea statică în apă calmă și la așezarea cvasistatică pe val sinusoidal sau trochoidal din prova, constituie o realizare proprie și reprezintă un instrument util activității de proiectare și cercetare pentru îmbunătățirea siguranței de construcție a navei. Programul introduce o serie de elemente inovative după cum urmează:

- determinarea liniei elastice a corpului și influența sa de reducere a eforturilor secționale de încovoiere aplicând metoda matricelor de transfer și utilizând macroelemente finite;
- determinarea reducerii eforturilor secționale de încovoiere datorită influenței liniei elastice a corpului asupra pescajelor în lungul navei;
- determinarea eforturilor secționale în situații de avarie.

2.3 Program de calcul linear al parametrilor de oscilație ai navei și a eforturilor secționale suplimentare din corpul acesteia induse de valuri din prova

2.3.1 Obiectul și destinația programului

Programul permite determinarea lineară a parametrilor de oscilație ai navei, precum și a eforturilor secționale suplimentare din corpul acesteia induse de valuri din prova.

2.3.2 Metoda clasică de calcul linear al parametrilor de oscilație ai navei și al eforturilor secționale suplimentare din corpul acesteia induse de valuri din prova

Determinarea lineară a parametrilor de oscilație ai navei și a eforturilor secționale de încovoiere din corpul navei în condiții de navigație pe mare cu valuri regulate venind din prova, se realizează principal conform metodei prezentate în lucrările [58], [59] și [60], dezvoltată și completată de autor într-un mod specific, până la nivel de detalii necesare programării calculului, luându-se în considerare numai oscilațiile pe verticală (*heaving*) și de tangaj (*pitching*) (fig. 2.3.1).

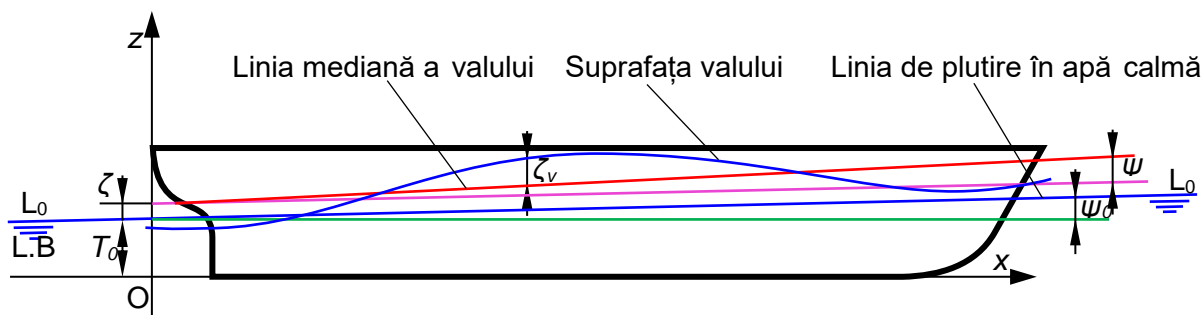


Fig. 2.3.1 – Așezarea dinamică a navei pe val

Pentru simplificarea calculelor se fac următoarele ipoteze și considerente:

- nava este tratată ca un corp rigid;
- suprafața corpului navei, descrisă prin puncte este raportată la un sistem de axe ortogonal (fig. 2.2.1). Punctele sunt dispuse pe cuple teoretice amplasate în lungul navei și definesc profilul cuplei prin pescaj și semilățime;
- bordajele se consideră verticale în zona de variație a pescajului;
- apa se consideră a avea adâncime mare;
- amplitudinea oscilațiilor se consideră a fi mică;
- suprafața valurilor se consideră de formă cosinusoidală în raport cu suprafața apei calme, fiind descrisă de formula (a se vedea fig.2.3.2):

$$\zeta_v(x,t) = \frac{h_v}{2} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_v} + \omega \cdot t\right) \quad (2.3.1)$$

unde:

- λ_v – lungimea valului;
- h_v – înălțimea valului;

ω – pulsația valului;

t – variabila timp;

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot c}{\lambda_v} = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot g}{\lambda_v}} \quad (2.3.2)$$

c – viteza valului;

Dacă valul real este regulat și periodic, dar are o altă configurație decât cea cosinusoidală, se determină valul echivalent cosinusoidal a cărui înălțime se calculează din condiția ca energia potențială a celor două valuri să fie aceeași:

$$h_v = \sqrt{\frac{8 \cdot \int_0^L \zeta_{VR}(x) \cdot dx}{\lambda_v}} \quad (2.3.3)$$

unde:

$\zeta_{VR}(x)$ – funcție ce definește profilul valului real;

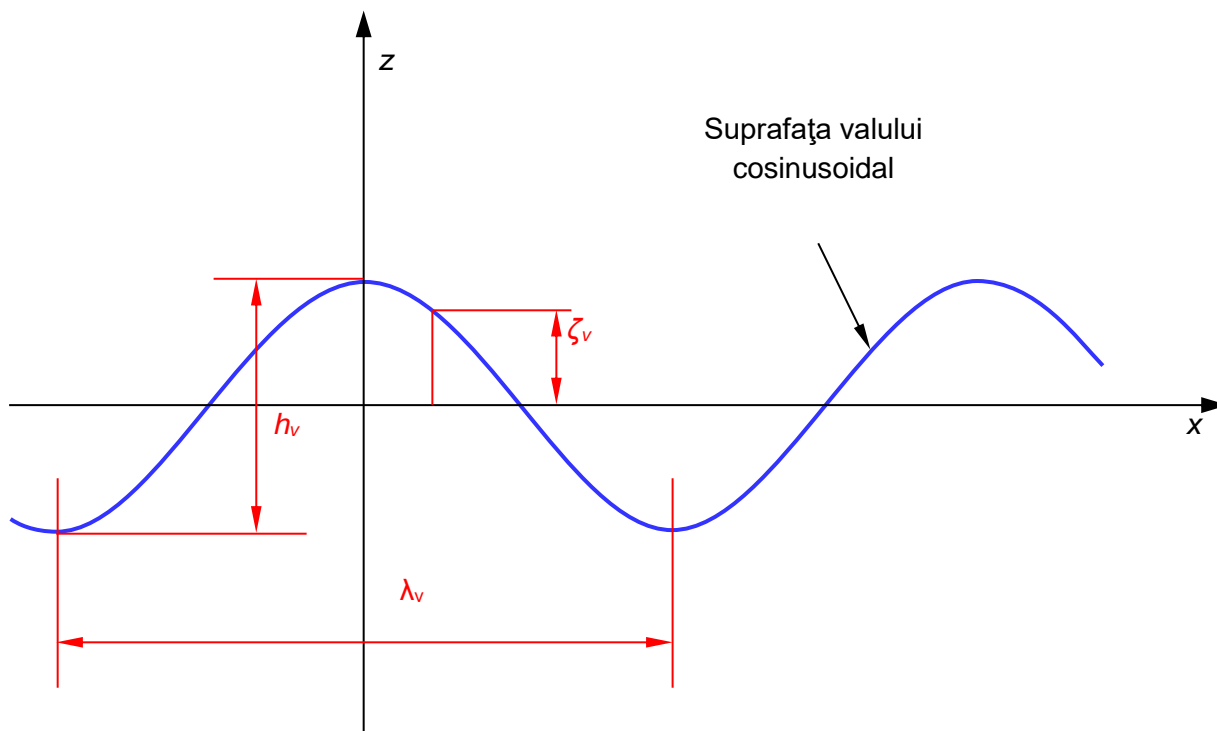


Fig. 2.3.2 – Profilul valului cosinusoidal

- presiunea totală din val este dată de formula preluată din [61]:

$$p_t(x, z, t) = p_s(z) + p_w(x, z, t) \quad (2.3.4)$$

unde:

$p_s(z)$ – reprezintă presiunea hidrostatică din val;

$$p_s(z) = -\rho \cdot g \cdot z \quad (2.3.5)$$

$p_w(z)$ – reprezintă presiunea hidrodinamică din val;

$$p_w(x, z, t) = \rho \cdot g \cdot e^{k \cdot [z - \zeta_v(x, t)]} \cdot \zeta_v(x, t) \quad (2.3.6)$$

- valurile de întâlnire cu nava sunt considerate regulate și aproximare cu o funcție periodică, a căror acțiune este echivalentă cu a valurilor cosinusoidale:

$$\bar{\zeta}_V(x,t) = \frac{h_V}{2} \cdot f_1(x,t) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t\right) = f_1(x,t) \cdot \zeta_V(x,t) \quad (2.3.7)$$

unde:

$$\omega_e = \frac{2 \cdot \pi \cdot (c + V)}{\lambda_V} = \omega + \frac{\omega^2}{g} \cdot V = \omega + k \cdot V$$

(2.3.8)

k – numărul de val;

$$k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda_V} \quad (2.3.9)$$

V – viteza navei;

$f_1(x,t)$ – funcție de corecție ce ține cont de efectul presiunii suplimentare indusă de val asupra navei, cunoscut sub denumirea de efectul Smith .

În lucrarea de specialitate [63], factorul Smith $f_1(x,t)$, se pune sub forma:

$$f_1(x,t) = e^{-kT_w(x,t)} \quad (2.3.10)$$

unde:

$$T_w(x,t) = -\frac{1}{k} \cdot \ln \left[1 - \frac{2 \cdot k}{b_m(x,t)} \cdot \int_{-T(x,t)}^{\zeta_V(x,t)} y(x,z) \cdot e^{k[z-\zeta_V(x,t)]} \cdot dz \right] \quad (2.3.11)$$

$b_m(x,t)$ – lățimea medie a navei în zona de variație a pescajului $0-\zeta_V(x,t)$ din secțiunea curentă x ;

- nava execută oscilații pe verticală în jurul poziției de echilibru în apă calmă, a căror elongație este notată cu $\zeta(t)$;
- nava execută oscilații de tangaj în jurul centrului său de greutate și a poziției de echilibru în apă calmă, a căror elongație este notată cu $\psi(t)$;
- deplasarea pe verticală a unei secțiuni x , a navei în raport cu suprafața apei calme datorită oscilațiilor navei, este dată de relația:

$$z(x,t) = \zeta(t) - x \cdot \psi(t) \quad (2.3.12)$$

- viteza pe verticală a unei secțiuni x , a navei în raport cu suprafața apei calme, este dată de relația:

$$\dot{z}(x,t) = \dot{\zeta}(t) - x \cdot \dot{\psi}(t) \quad (2.3.13)$$

- accelerația pe verticală a unei secțiuni x , a navei în raport cu suprafața apei calme, este dată de relația:

$$\ddot{z}(x,t) = \ddot{\zeta}(t) - x \cdot \ddot{\psi}(t) \quad (2.3.14)$$

- deplasarea relativă pe verticală a unei particule de apă în raport cu suprafața corpului navei datorită oscilațiilor acesteia, este dată de relația:

$$z_r(x,t) = -\zeta(t) + x \cdot \psi(t) + \bar{\zeta}_V(x,t) = -z(x,t) + \bar{\zeta}_V(x,t) \quad (2.3.15)$$

iar derivatele acestei deplasări sunt date de relațiile:

$$\frac{D\bar{z}_r(x,t)}{Dt} = -\dot{\zeta}(t) + x \cdot \dot{\psi}(t) - V \cdot \psi(t) + \frac{D\bar{\zeta}_v(x,t)}{Dt} \quad (2.3.16)$$

$$\frac{D^2\bar{z}_r(x,t)}{Dt^2} = -\ddot{\zeta}(t) + x \cdot \ddot{\psi}(t) - 2 \cdot V \cdot \dot{\psi}(t) + \frac{D^2\bar{\zeta}_v(x,t)}{Dt^2} \quad (2.3.17)$$

$$\frac{D\bar{\zeta}_v(x,t)}{Dt} = -\frac{h_v}{2} \cdot f_1(x,t) \cdot \omega \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_v} + \omega_e \cdot t\right) \quad (2.3.18)$$

$$\frac{D^2\bar{\zeta}_v(x,t)}{Dt^2} = -\frac{h_v}{2} \cdot f_1(x,t) \cdot \omega^2 \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_v} + \omega_e \cdot t\right) \quad (2.3.19)$$

- pescajul măsurat de la suprafața apei calme, într-o secțiune curentă de calcul x , este dat de relația:

$$T(x,t) = T_o - \zeta(t) + x \cdot [\psi_o + \psi(t)] \quad (2.3.20)$$

unde:

T_o – pescajul la extremitatea pupa a navei în stare de echilibru pe apă calmă;

ψ_o – unghiul de asietă al navei în stare de echilibru pe apă calmă;

$$T_o = T_{os} + \Delta T_V \quad (2.3.21)$$

T_{os} – pescajul la extremitatea pupa a navei în stare de echilibru când staționează pe apă calmă;

ΔT_V – creșterea pescajului navei la deplasarea acesteia cu viteza V_C în Nd, față de apa calmă, ca urmare a fenomenului de suucțiune, determinat cu formula preluată din [64]:

$$\Delta T_V = \frac{C_B \cdot K_S^{0.81} \cdot V_C^{2.08}}{20} \quad \text{în canale sau în bazine de încercări} \quad (2.3.22);$$

$$\Delta T_V = \frac{C_B \cdot V_C^2}{100} \cdot (L/200)^{2/3} \quad \text{în mare largă} \quad (2.3.23);$$

$$K_S = \frac{S_N}{S_C} \quad (2.3.24)$$

unde:

S_N – Aria imersă a secțiunii transversale a navei la cuplul maestru;

S_C – Aria secțiunii transversale a canalului;

V_C – Viteza navei în canal exprimată în Nd.

Ținând cont că pescajul în apă calmă este dat de formula:

$$T_s(x) = T_o + x \cdot \psi_o \quad (2.3.25)$$

expresia pescajului în secțiunea curentă x devine:

$$T(x,t) = T_s(x) - z(x,t) \quad (2.3.26)$$

Oscilațiile navei pe valuri sunt definite de cei 2 parametri ζ și ψ care se pot determina conform principiului D’Alambert din ecuațiile de echilibru dinamic sub acțiunea sarcinilor verticale de inerție, de amortizare, hidrostactice, hidrodinamice și greutatea.

Se consideră corpul navei discretizat în elemente de fâșii transversale de lungime dx și izolând un asemenea element, asupra acestuia acționează următoarele sarcini:

- sarcinile de inerție ale masei distribuite a elementului provenind de la structura corpului și încărcăturile ambarcate:

$$q_i(x,t) = -m(x) \cdot \ddot{z}(x,t) \cdot dx \quad (2.3.27)$$

unde:

$m(x)$ – masa distribuită a navei provenind de la structura corpului și încărcăturile ambarcate;

- sarcinile de inerție ale masei distribuite de apă adițională elementului, cuplate cu cele de amortizare hidrodinamică, conform „Teoriei fășilor ordinare – (TFO)”, varianta Gerritsma și Beukelman (semiempirică), publicată în [62], date de formula:

$$q_a(x,t) = \left\{ \frac{D}{Dt} \left[M_{33}(x,t) \cdot \frac{Dz_r(x,t)}{Dt} \right] + N_{33}(x,t) \cdot \frac{Dz_r(x,t)}{Dt} \right\} \cdot dx \quad (2.3.28)$$

unde:

$M_{33}(x,t)$ – masa distribuită de apă adițională în secțiunea x ;

$N_{33}(x,t)$ – coeficientul de amortizare hidrodinamică în secțiunea x .

Parametrii $M_{33}(x,t)$ și $N_{33}(x,t)$ sunt determinați prin încercări pe modele sau după metodologiile de calcul și indicați în literatura de specialitate sub formă tabelară sau grafică. În cazul acestei lucrări, acești parametri sunt determinați pe baza datelor din lucrarea [59], utilizând formulele de mai jos:

$$M_{33}(x,t) = \pi \cdot \rho \cdot b^2(x,t) / 8 \cdot c_{33} [\omega_e^2 \cdot T_T(x,t) / g, 2 \cdot T_T(x,t) / b(x,t), \beta(x,t)] \quad (2.3.29)$$

$$N_{33}(x,t) = \omega_e \cdot \rho \cdot b^2(x,t) / 4 \cdot \lambda_{33} [\omega_e^2 \cdot T_T(x,t) / g, 2 \cdot T_T(x,t) / b(x,t), \beta(x,t)] \quad (2.3.30)$$

unde:

$$T_T(x,t) = T(x,t) + \zeta_v(x,t) \quad (2.3.31)$$

$b(x, T_T)$ – lățimea navei la pescajul $T_T(x,t)$ în secțiunea curentă x ;

$\beta(x, T_T)$ – coeficientul ariei secțiunii x la pescajul $T_T(x,t)$;

coeficienții c_{33} și λ_{33} sunt determinați din diagramele prezentate în [59].

- aceleași sarcini de inerție ale masei distribuite de apă adițională a elementului, cuplate cu cele de amortizare hidrodinamică, conform „Teoriei fășilor modificate - (TFM)” publicată de Tasai în 1969 [65], sunt date de formula:

$$q_a(x,t) = \frac{D}{Dt} \left\{ \left[M_{33}(x,t) - \frac{i}{\omega_e} \cdot N_{33}(x,t) \right] \cdot \frac{Dz_r(x,t)}{Dt} \right\} \cdot dx \quad (2.3.32)$$

care prin derivare, devine:

$$q_a(x,t) = \left[M_{33}(x,t) + \frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x,t)}{dx} \right] \cdot \frac{D^2 z_r(x,t)}{Dt^2} \cdot dx + \left[N_{33}(x,t) - V \cdot \frac{dM_{33}(x,t)}{dx} \right] \cdot \frac{Dz_r(x,t)}{Dt} \cdot dx \quad (2.3.33)$$

Se observă că teoria modificată diferă de cea ordinară prin adăugarea termenului:

$$\frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x,t)}{dx} \cdot \frac{D^2 z_r(x,t)}{Dt^2} \quad (2.3.34)$$

din relația (2.3.33).

- sarcinile hidrostatice:

$$q_h(x,t) = 2 \cdot \rho \cdot g \cdot y(x, T_s) \cdot [T_s(x) \cdot \beta(x, T_s) - z(x,t) + \bar{\zeta}_v(x,t)] \cdot dx \quad (2.3.35)$$

unde:

$y(x, T)$ – semilățimea corpului în secțiunea x la linia de plutire în stare de echilibru pe apă calmă. Se consideră bordajul vertical pe zona de variație a pescajului în timpul oscilațiilor pe verticală ale navei;

$\beta(x, T)$ – coeficientul ariei secțiunii x la linia de plutire în stare de echilibru pe apă calmă;

Expresia sarcinilor hidrostatice se poate scrie și sub forma:

$$q_h(x,t) = 2 \cdot \rho \cdot g \cdot y(x, T_s) \cdot T_s(x) \cdot \beta(x, T_s) \cdot dx - 2 \cdot \rho \cdot g \cdot y(x, T_s) \cdot [z(x,t) - \bar{\zeta}_v(x,t)] \cdot dx \quad (2.3.36)$$

Se observă că primul termen reprezintă împingerea hidrostatică în apă calmă:

$$q_{hs}(x) = 2 \cdot \rho \cdot g \cdot y(x, T_s) \cdot T_s(x) \cdot \beta(x, T_s) \cdot dx \quad (2.3.37)$$

iar al doilea termen reprezintă împingerea hidrostatică suplimentară ca urmare a oscilației navei și valurilor:

$$q_{hw}(x,t) = -2 \cdot \rho \cdot g \cdot y(x, T) \cdot [z(x,t) - \bar{\zeta}_v(x,t)] \cdot dx \quad (2.3.38)$$

- greutatea masei distribuite a elementului de fâșie, provenind de la structura corpului și încărcăturile ambarcate:

$$q_g(x) = g \cdot m(x) \cdot dx \quad (2.3.39)$$

- forțele tăietoare de la capetele elementului ce reprezintă forțele de legătură: Q_T și Q_T+dQ_T ;
- momentele încovoietoare de la capetele elementului ce reprezintă forțe de legătură: M și $M+dM$.

Scriind ecuația de echilibru dinamic al sarcinilor pe direcția verticală pentru un element transversal, se găsește creșterea elementară a forței tăietoare:

$$dQ_T(x,t) = q_i(x,t) + q_a(x,t) + q_{hs}(x) + q_{hw}(x,t) - q_g(x) \quad (2.3.40)$$

Integrând în lungul navei această relație, se obține expresia forței tăietoare totale provenind din sarcinile în apă calmă și din sarcinile suplimentare datorate oscilațiilor navei și valurilor:

$$Q_T(x,t) = \int_0^x [q_i(\xi,t) + q_a(\xi,t) + q_{hs}(\xi) + q_{hw}(\xi,t) - q_g(\xi)] \cdot d\xi \quad (2.3.41)$$

Regrupând termenii, expresia forței tăietoare totale se poate scrie și sub forma:

$$Q_T(x,t) = \int_0^x [q_{hs}(\xi) - q_g(\xi)] \cdot d\xi + \int_0^x [q_i(\xi,t) + q_a(\xi,t) + q_{hw}(\xi,t)] \cdot d\xi \quad (2.3.42)$$

Primul termen al acestei expresii reprezintă forța tăietoare în apă calmă:

$$Q_S(x) = \int_0^x [q_{hs}(\xi) - q_g(\xi)] \cdot d\xi \quad (2.3.43)$$

iar al doilea termen al acestei expresii reprezintă forța tăietoare suplimentară datorată oscilațiilor navei și valurilor:

$$Q_W(x,t) = \int_0^x [q_i(\xi,t) + q_a(\xi,t) + q_{hw}(\xi,t)] \cdot d\xi \quad (2.3.44)$$

Momentului încovoietor total în lungul navei se obține prin integrarea relației (2.3.41):

$$M_T(x, t) = \int_0^x Q_T(\xi, t) \cdot d\xi \quad (2.3.45)$$

și ținând cont de relațiile (2.3.42), (2.3.43) și (2.3.44), rezultă:

$$M_T(x, t) = \int_0^x Q_S(\xi) \cdot d\xi + \int_0^x Q_W(\xi, t) \cdot d\xi \quad (2.3.46)$$

unde primul termen al acestei expresii reprezintă momentul încovoietor în apă calmă:

$$M_S(x) = \int_0^x Q_S(\xi) \cdot d\xi \quad (2.3.47)$$

iar al doilea termen reprezintă momentul încovoietor suplimentar datorat oscilațiilor navei și valurilor:

$$M_W(x, t) = \int_0^x Q_W(\xi, t) \cdot d\xi \quad (2.3.48)$$

Integrând prin părți expresiile (2.3.47) și (2.3.48), se obține :

$$M_S(x) = x \cdot Q_S(x) - \int_0^x \xi \cdot [q_{hS}(\xi) - q_g(\xi)] \cdot d\xi \quad (2.3.49)$$

$$M_W(x, t) = x \cdot Q_W(x, t) - \int_0^x \xi \cdot [q_i(\xi, t) + q_a(\xi, t) + q_{hw}(\xi, t)] \cdot d\xi \quad (2.3.50)$$

Ținând cont că la extremitatea prova, forța tăietoare totală, forța tăietoare în apă calmă și forța tăietoare suplimentară au valoarea zero, relația (2.3.44) devine:

$$\int_0^L [q_i(\xi, t) + q_a(\xi, t) + q_{hw}(\xi, t)] \cdot d\xi = 0 \quad (2.3.51)$$

Ținând cont că la extremitatea prova, momentul încovoietor total, momentul încovoietor în apă calmă și momentul încovoietor suplimentar au valoarea zero, precum și faptul că în aceeași secțiune forța tăietoare în apă calmă și forța tăietoare suplimentară au valoarea zero, relația (2.3.50) devine:

$$\int_0^L \xi \cdot [q_i(\xi, t) + q_a(\xi, t) + q_{hw}(\xi, t)] \cdot d\xi = 0 \quad (2.3.52)$$

Plecând de la relațiile (2.3.51) și (2.3.52) și ținând cont de formulele (2.3.12) – (2.3.19), (2.3.27), (2.3.28) și (2.3.33), prin înlocuiri și prelucrări, se obține un sistem de 2 ecuații diferențiale :

$$\begin{cases} A_{\zeta\zeta}(t) \cdot \ddot{\zeta} + B_{\zeta\zeta}(t) \cdot \dot{\zeta} + C_{\zeta\zeta}(t) \cdot \zeta + A_{\psi\psi}(t) \cdot \ddot{\psi} + B_{\psi\psi}(t) \cdot \dot{\psi} + C_{\psi\psi}(t) \cdot \psi = F_V(t) \\ A_{\psi\zeta}(t) \cdot \ddot{\zeta} + B_{\psi\zeta}(t) \cdot \dot{\zeta} + C_{\psi\zeta}(t) \cdot \zeta + A_{\psi\psi}(t) \cdot \ddot{\psi} + B_{\psi\psi}(t) \cdot \dot{\psi} + C_{\psi\psi}(t) \cdot \psi = M_V(t) \end{cases} \quad (2.3.53)$$

unde:

$$A_{\zeta\zeta}(t) = \int_0^L [m(x) + M_{33}(x, t) + \frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x, t)}{dx}] \cdot dx \quad (2.3.54)$$

$$B_{\zeta\zeta}(t) = \int_0^L [N_{33}(x, t) - V \cdot \frac{dM_{33}(x, t)}{dx}] \cdot dx \quad (2.3.55)$$

$$C_{\zeta\zeta}(t) = 2 \cdot \rho \cdot g \cdot \int_0^L y(x,t) \cdot dx \quad (2.3.56)$$

$$A_{\zeta\psi}(t) = - \int_0^L x \cdot [m(x) + M_{33}(x,t) + \frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x,t)}{dx}] \cdot dx \quad (2.3.57)$$

$$B_{\zeta\psi}(t) = - \int_0^L \{-2 \cdot V \cdot [M_{33}(x,t) + \frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x,t)}{dx}] +$$

$$+ x \cdot [N_{33}(x) - V \cdot \frac{dM_{33}(x,t)}{dx}]\} dx \quad (2.3.58)$$

$$C_{\zeta\psi}(t) = - \int_0^L \{2 \cdot \rho \cdot g \cdot x \cdot y(x,t) - V \cdot [N_{33}(x,t) - V \cdot \frac{dM_{33}(x,t)}{dx}]\} \cdot dx \quad (2.3.59)$$

$$F_V(t) = -\omega^2 \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L f_1(x,t) \cdot [M_{33}(x,t) + \frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x,t)}{dx}] \cdot \cos(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t) \cdot dx -$$

$$- \omega \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L f_1(x,t) \cdot [N_{33}(x,t) - V \cdot \frac{dM_{33}(x,t)}{dx}] \cdot \sin(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t) \cdot dx +$$

$$+ \rho \cdot g \cdot h_V \cdot \int_0^L f_1(x,t) \cdot y(x) \cdot \cos(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t) \cdot dx =$$

$$= F_{VC}(t) \cdot \cos(\omega_e t) + F_{VS}(t) \cdot \sin(\omega_e t) \quad (2.3.60)$$

în care s-a notat:

$$F_{VC}(t) = -\omega^2 \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L f_1(x,t) \cdot [M_{33}(x,t) + \frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x,t)}{dx}] \cdot \cos(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V}) \cdot dx -$$

$$- \omega \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L f_1(x,t) \cdot [N_{33}(x,t) - V \cdot \frac{dM_{33}(x,t)}{dx}] \cdot \sin(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V}) \cdot dx +$$

$$+ \rho \cdot g \cdot h_V \cdot \int_0^L f_1(x,t) \cdot y(x,t) \cdot \cos(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V}) \cdot dx \quad (2.3.61)$$

$$F_{VS}(t) = \omega^2 \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L f_1(x,t) \cdot [M_{33}(x,t) + \frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x,t)}{dx}] \cdot \sin(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V}) \cdot dx -$$

$$- \omega \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L f_1(x,t) \cdot [N_{33}(x,t) - V \cdot \frac{dM_{33}(x,t)}{dx}] \cdot \cos(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V}) \cdot dx +$$

$$- \rho \cdot g \cdot h_V \cdot \int_0^L f_1(x,t) \cdot y(x,t) \cdot \sin(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V}) \cdot dx \quad (2.3.62)$$

$$A_{\psi\zeta}(t) = \int_0^L x \cdot [m(x) + M_{33}(x,t) + \frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x,t)}{dx}] \cdot dx \quad (2.3.63)$$

$$B_{\psi\zeta}(t) = \int_0^L x \cdot [N_{33}(x,t) - V \cdot \frac{dM_{33}(x,t)}{dx}] \cdot dx \quad (2.3.64)$$

$$C_{\psi\zeta}(t) = 2 \cdot \rho \cdot g \cdot \int_0^L x \cdot y(x,t) \cdot dx \quad (2.3.65)$$

$$A_{\psi\psi}(t) = -\int_0^L x^2 \cdot [m(x) + M_{33}(x,t) + \frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x,t)}{dx}] \cdot dx \quad (2.3.66)$$

$$B_{\psi\psi}(t) = -\int_0^L x \cdot \left\{ -2 \cdot V \cdot [M_{33}(x,t) + \frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x,t)}{dx}] + \right. \\ \left. + x \cdot [N_{33}(x,t) - V \cdot \frac{dM_{33}(x,t)}{dx}] \right\} \cdot dx \quad (2.3.67)$$

$$C_{\psi\psi}(t) = -\int_0^L \left\{ 2 \cdot \rho \cdot g \cdot x^2 \cdot y(x,t) - V \cdot x \cdot [N_{33}(x,t) - V \cdot \frac{dM_{33}(x,t)}{dx}] \right\} \cdot dx \quad (2.3.68)$$

$$M_V(t) = -\omega^2 \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L f_1(x,t) \cdot x \cdot [M_{33}(x,t) + \frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x,t)}{dx}] \cdot \cos(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t) \cdot dx - \\ -\omega \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L f_1(x,t) \cdot x \cdot [N_{33}(x,t) - V \cdot \frac{dM_{33}(x,t)}{dx}] \cdot \sin(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t) \cdot dx + \\ + \rho \cdot g \cdot h_V \cdot \int_0^L f_1(x,t) \cdot x \cdot y(x,t) \cdot \cos(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t) \cdot dx = \\ = M_{VC}(t) \cdot \cos(\omega_e t) + M_{VS}(t) \cdot \sin(\omega_e t) \quad (2.3.69)$$

în care s-a notat:

$$M_{VC}(t) = -\omega^2 \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L f_1(x,t) \cdot x \cdot [M_{33}(x,t) + \frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x,t)}{dx}] \cdot \cos(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V}) \cdot dx - \\ -\omega \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L f_1(x,t) \cdot x \cdot [N_{33}(x,t) - V \cdot \frac{dM_{33}(x,t)}{dx}] \cdot \sin(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V}) \cdot dx + \\ + \rho \cdot g \cdot h_V \cdot \int_0^L f_1(x,t) \cdot x \cdot y(x,t) \cdot \cos(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda}) \cdot dx \quad (2.3.70)$$

$$M_{VS}(t) = \omega^2 \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L f_1(x,t) \cdot x \cdot [M_{33}(x,t) + \frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x,t)}{dx}] \cdot \sin(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V}) \cdot dx - \\ -\omega \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L f_1(x,t) \cdot x \cdot [N_{33}(x,t) - V \cdot \frac{dM_{33}(x,t)}{dx}] \cdot \cos(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V}) \cdot dx - \\ -\rho \cdot g \cdot h_V \cdot \int_0^L f_1(x,t) \cdot x \cdot y(x,t) \cdot \sin(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V}) \cdot dx \quad (2.3.71)$$

Ținând cont de ipotezele simplificatoare făcute și de faptul că se studiază comportarea navei în domeniul oscilațiilor mici, când influența acestora asupra parametrilor M_{33} și N_{33} se poate neglija, sistemul de ecuații diferențiale de ordinul doi (2.3.53) se consideră că este linear, iar soluția sa este stabilizată și are forma sarcinilor exterioare de excitație $F_V(t)$ și $M_V(t)$:

$$\zeta(t) = \zeta_1 \cdot \cos(\omega_e \cdot t) + \zeta_2 \cdot \sin(\omega_e \cdot t) = \zeta_a \cdot \cos(\omega_e \cdot t + \varepsilon_\zeta) \quad (2.3.72)$$

$$\psi(t) = \psi_1 \cdot \cos(\omega_e \cdot t) + \psi_2 \cdot \sin(\omega_e \cdot t) = \psi_a \cdot \cos(\omega_e \cdot t + \varepsilon_\psi) \quad (2.3.73)$$

Între parametrii de mai sus, există relațiile:

$$\zeta_a = \sqrt{\zeta_1^2 + \zeta_2^2} \quad (2.3.74)$$

$$\psi_a = \sqrt{\psi_1^2 + \psi_2^2} \quad (2.3.75)$$

$$\varepsilon_\zeta = -\arctg \frac{\zeta_2}{\zeta_1} \quad (2.3.76)$$

$$\varepsilon_\psi = -\arctg \frac{\psi_2}{\psi_1} \quad (2.3.77)$$

Înlocuind în sistemul (2.3.53), soluțiile (2.3.72) și (2.3.73) și derivând și grupând după cos și sin, se obține sistemul de două ecuații în care necunoscutele sunt ζ_1 , ζ_2 , ψ_1 , ψ_2 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \{ [C_{\zeta\zeta}(t) - \omega_e^2 A_{\zeta\zeta}(t)] \cdot \zeta_1 + \omega_e \cdot B_{\zeta\zeta}(t) \cdot \zeta_2 + [C_{\zeta\psi}(t) - \omega_e^2 A_{\zeta\psi}(t)] \cdot \psi_1 + \omega_e \cdot B_{\zeta\psi}(t) \cdot \psi_2 \} \cdot \cos(\omega_e \cdot t) + \\ \{ -\omega_e \cdot B_{\zeta\zeta}(t) \cdot \zeta_1 + [C_{\zeta\zeta}(t) - \omega_e^2 A_{\zeta\zeta}(t)] \cdot \zeta_2 - \omega_e \cdot B_{\zeta\psi}(t) \cdot \psi_1 + [C_{\zeta\psi}(t) - \omega_e^2 A_{\zeta\psi}(t)] \cdot \psi_2 \} \cdot \sin(\omega_e \cdot t) = \\ = F_{VC}(t) \cdot \cos(\omega_e \cdot t) + F_{VS}(t) \cdot \sin(\omega_e \cdot t) \quad (2.3.78) \\ \\ \{ [C_{\psi\zeta}(t) - \omega_e^2 A_{\psi\zeta}(t)] \cdot \zeta_1 + \omega_e \cdot B_{\psi\zeta}(t) \cdot \zeta_2 + [C_{\psi\psi}(t) - \omega_e^2 A_{\psi\psi}(t)] \cdot \psi_1 + \omega_e \cdot B_{\psi\psi}(t) \cdot \psi_2 \} \cdot \cos(\omega_e \cdot t) + \\ \{ -\omega_e \cdot B_{\psi\zeta}(t) \cdot \zeta_1 + [C_{\psi\zeta}(t) - \omega_e^2 A_{\psi\zeta}(t)] \cdot \zeta_2 - \omega_e \cdot B_{\psi\psi}(t) \cdot \psi_1 + [C_{\psi\psi}(t) - \omega_e^2 A_{\psi\psi}(t)] \cdot \psi_2 \} \cdot \sin(\omega_e \cdot t) = \\ = M_{VC}(t) \cdot \cos(\omega_e \cdot t) + M_{VS}(t) \cdot \sin(\omega_e \cdot t) \end{array} \right.$$

Deoarece sunt numai două ecuații de echilibru, cele 4 necunoscutele ζ_1 , ζ_2 , ψ_1 , ψ_2 se determină din echilibrarea navei pentru momentele:

$$\begin{aligned} t_1 &= 0 \\ t_2 &= \frac{\pi}{2 \cdot \omega_e} \end{aligned} \quad (2.3.79)$$

rezultând un sistem de 4 ecuații ce se poate scrie sub forma matriceală:

$$[A] \cdot \{X\} = \{F\} \quad (2.3.80)$$

unde:

$$A = \begin{bmatrix} C_{\zeta\zeta}(t_1) - \omega_e^2 A_{\zeta\zeta}(t_1) & \omega_e \cdot B_{\zeta\zeta}(t_1) & C_{\zeta\psi}(t_1) - \omega_e^2 A_{\zeta\psi}(t_1) & \omega_e \cdot B_{\zeta\psi}(t_1) \\ -\omega_e \cdot B_{\zeta\zeta}(t_2) & C_{\zeta\zeta}(t_2) - \omega_e^2 A_{\zeta\zeta}(t_2) & -\omega_e \cdot B_{\zeta\psi}(t_2) & C_{\zeta\psi}(t_2) - \omega_e^2 A_{\zeta\psi}(t_2) \\ C_{\psi\zeta}(t_1) - \omega_e^2 A_{\psi\zeta}(t_1) & \omega_e \cdot B_{\psi\zeta}(t_1) & C_{\psi\psi}(t_1) - \omega_e^2 A_{\psi\psi}(t_1) & \omega_e \cdot B_{\psi\psi}(t_1) \\ -\omega_e \cdot B_{\psi\zeta}(t_2) & C_{\psi\zeta}(t_2) - \omega_e^2 A_{\psi\zeta}(t_2) & -\omega_e \cdot B_{\psi\psi}(t_2) & C_{\psi\psi}(t_2) - \omega_e^2 A_{\psi\psi}(t_2) \end{bmatrix} \quad (2.3.81)$$

$$X = \{ \zeta_1 \quad \zeta_2 \quad \psi_1 \quad \psi_2 \}^T \quad (2.3.82)$$

$$F = \{ F_{VC}(t_1) \quad F_{VS}(t_2) \quad M_{VC}(t_1) \quad M_{VS}(t_2) \}^T \quad (2.3.83)$$

Prin rezolvarea sistemului (2.3.80), se determină funcțiile $\zeta(t)$ și $\psi(t)$ ce caracterizează oscilațiile navei pe valuri, în baza cărora se calculează forța tăietoare suplimentară și momentul încovoietor suplimentar la deplasarea navei pe valuri, plecând de la relațiile (2.3.44) și (2.3.50).

2.3.3 Descrierea programului RLD-V1

Pe baza metodei de calcul prezentate la 2.3.2, a fost elaborat programul RLD-V1 de calcul linear al parametrilor de oscilație ai navei și al eforturilor secționale suplimentare din corpul acesteia induse de valuri din prova, considerând amortizarea lineară, al cărui cod a fost scris în limbajul Visual-FORTRAN, ce se poate executa pe calculatoare de 32 sau 64 bits sub sistemul de operare Windows XP sau o versiune mai nouă.

2.3.4 Verificarea metodei de calcul și a programului RLD-V1

Verificarea metodei de calcul prezentată la 2.3.2 și a programului RLD-V1 s-a efectuat mai întâi prin compararea rezultatelor calculelor furnizate de acest program, cu măsurătorile realizate în 1992 pe modelul experimental Wigley III, de către Laboratorul de Hidrodinamica Navei al Universității de Tehnologie din Delft în cooperare cu Departamentul de Arhitectură Navală și Inginerie Marină al Universității din Michigan și Comitetul de Hidrodinamică al Societății de Arhitectură Navală și Inginerie Marină, prezentate în lucrările [66] și [67].

Acest model, prezentat în fig. 2.3.4, are următoarele caracteristicile principale:

Lungimea, L.....	3,0000 m
Lățimea, B.....	0,3000 m
Pescajul, T.....	0,1875 m
Asieta, ψ_0	0,0000 grad
Distanța între cuple, δ	0,1500
Deplasamentul, Δ	0,0780 t
Coeficientul bloc, C_B	0,4530
Coeficientul secțiunii maestre, C_T	0,6667
Cota centrului de greutate, KG.....	0,1700 m
Raza de inerție la tangaj, R_Y	0,7500 m

Compararea rezultatelor calculelor cu măsurătorile realizate pe modelul experimental Wigley III, s-a realizat la diferite regimuri de navigație caracterizate de numărul Froude F_n , definit prin formula:

$$F_n = \frac{V}{\sqrt{g \cdot L}} \quad (2.3.84)$$

utilizând funcțiile de transfer adimensionale pentru amplitudinile oscilațiilor verticale și de tangaj definite de relațiile:

$$\zeta_a^* = \frac{2 \cdot \zeta_a}{h_v} \quad (2.3.85)$$

$$\psi_a^* = \frac{\psi_a \cdot L}{\pi \cdot h_v} \quad (2.3.86)$$

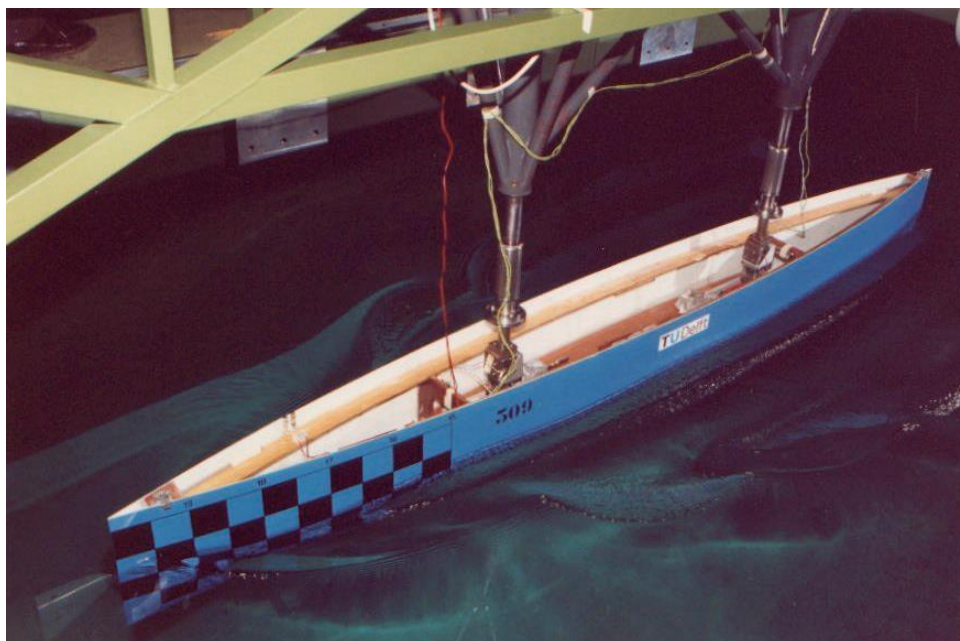


Fig. 2.3.3 – Modelul Wigley III în timpul probelor [67]

ca răspuns dinamic la acțiunea valurilor din prova, caracterizate de pulsația relativă adimensională, definită de formula:

$$\omega^* = \omega \cdot \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (2.3.87)$$

precum și fazele acestor oscilații față de creasta valului considerată că se găsește în dreptul centrului de greutate al navei.

În fig. 2.3.4 – 2.3.6 sunt prezentate grafic rezultatele calculelor după metoda expusă și măsurătorile efectuate pe model, la viteze corespunzătoare în care F_n a avut valorile 0 și 0,20 pe valuri regulate având înălțimea de 0,04 m și lungimea relativă definită ca raportul:

$$\lambda_v^* = \frac{\lambda_v}{L} \quad (2.3.88)$$

având valorile: 0,50, 0,75, 1,00, 1,25, 1,50, 1,75, 2,00.

În grafice, prin TFO se indică utilizarea “Teoriei fășiiilor ordinară”, iar prin TFM se indică utilizarea “Teoriei fășiiilor modificată”.

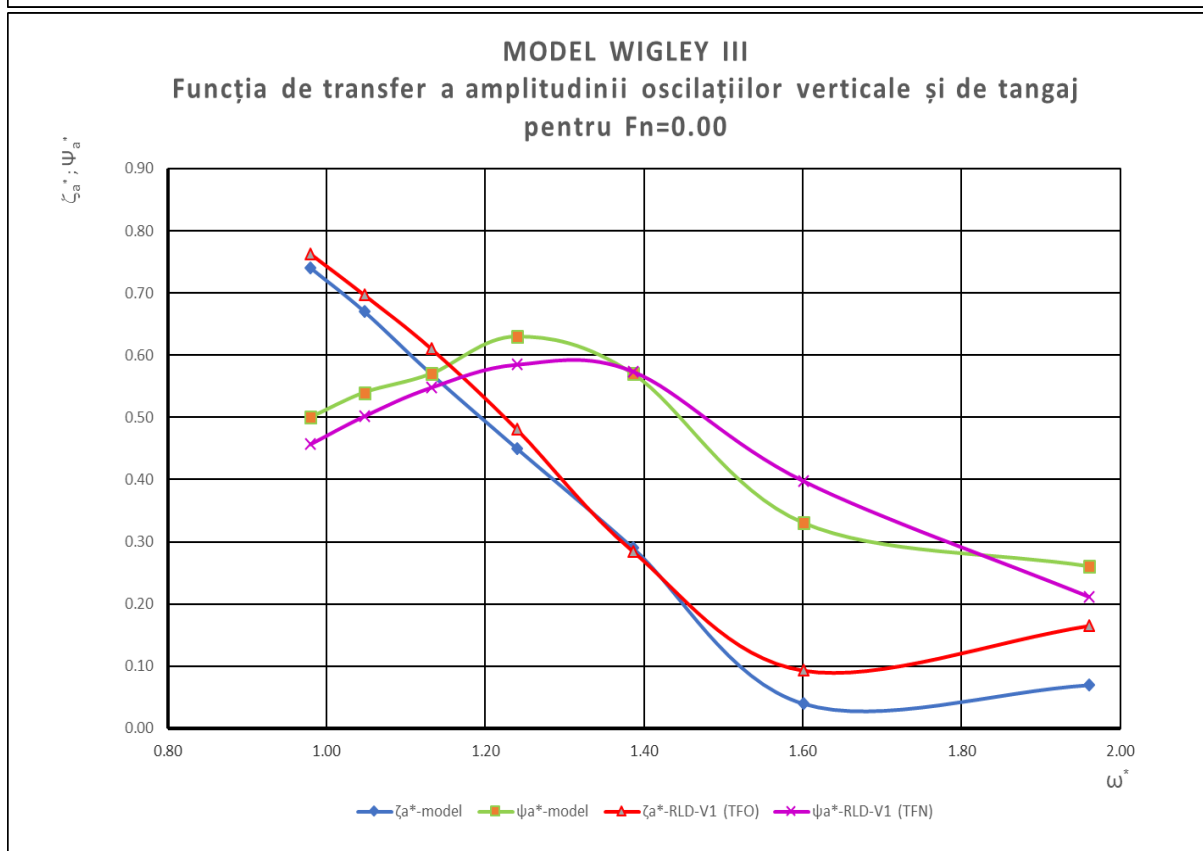
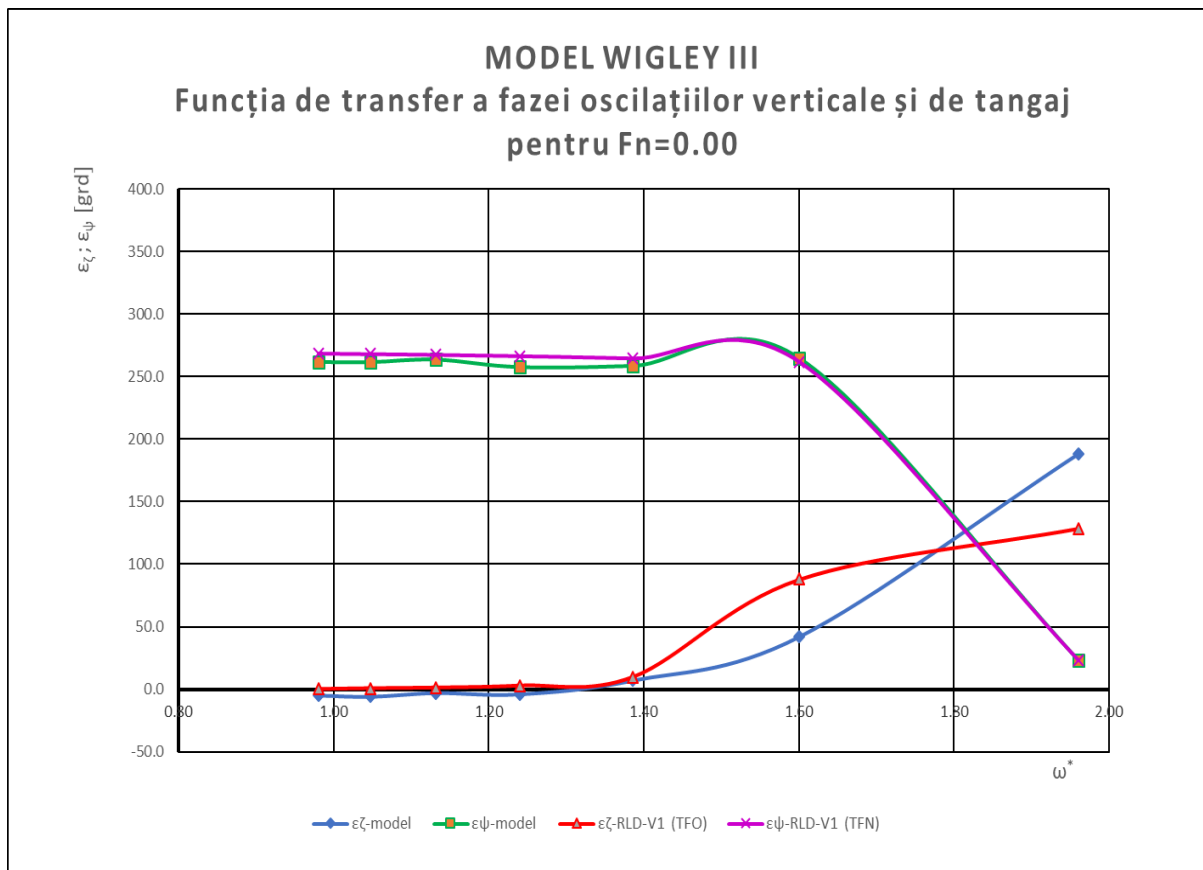


Fig. 2.3.4 – Răspunsul dinamic pentru oscilațiile verticale și de tangaj la $F_n = 0,00$.
 Măsurătorile de pe modelul Wigley III sunt preluate din [66]

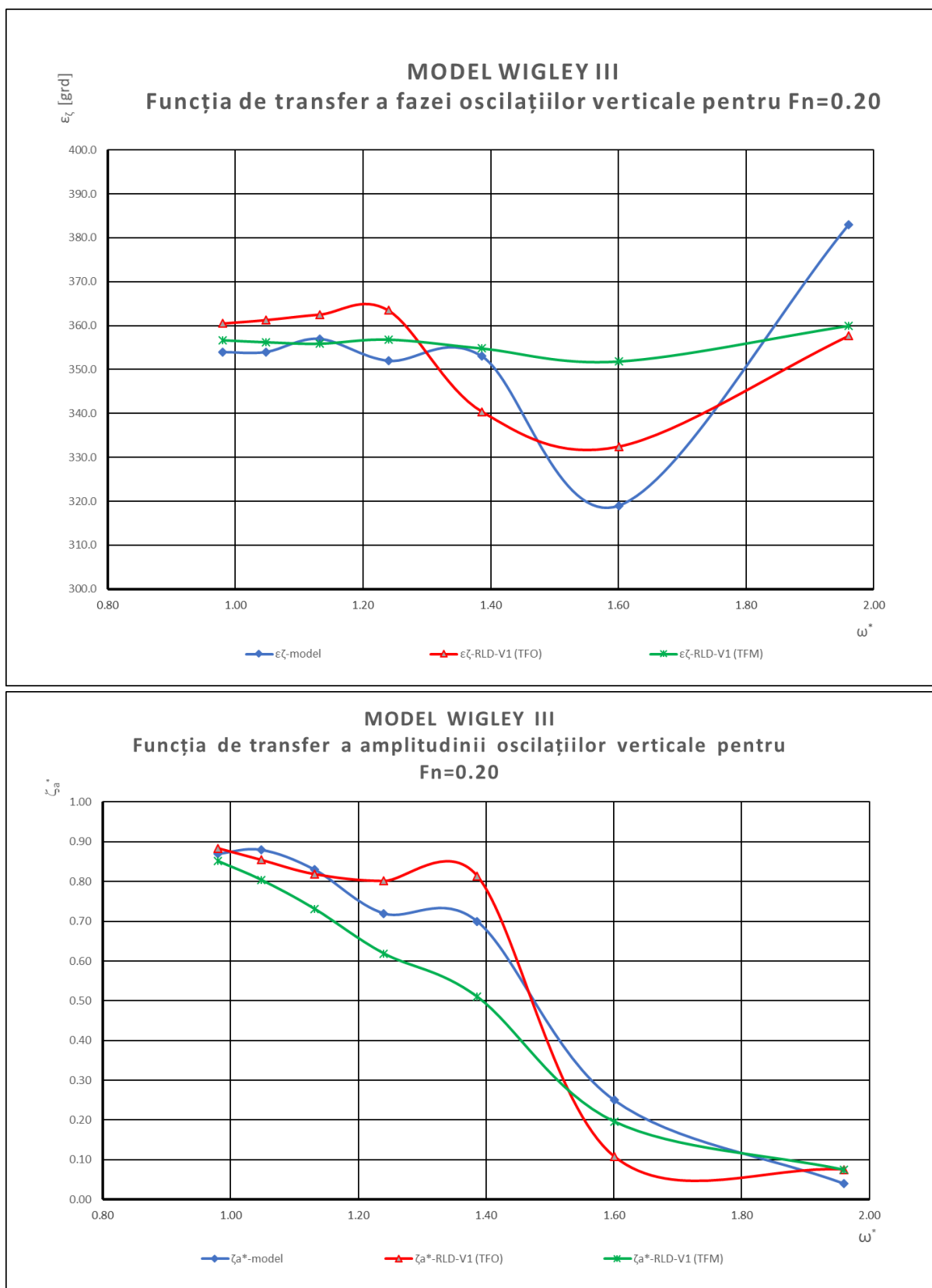


Fig. 2.3.5 – Răspunsul dinamic pentru oscilațiile verticale la $F_n = 0,20$.
 Măsurătorile de pe modelul Wigley III sunt preluate din [66]

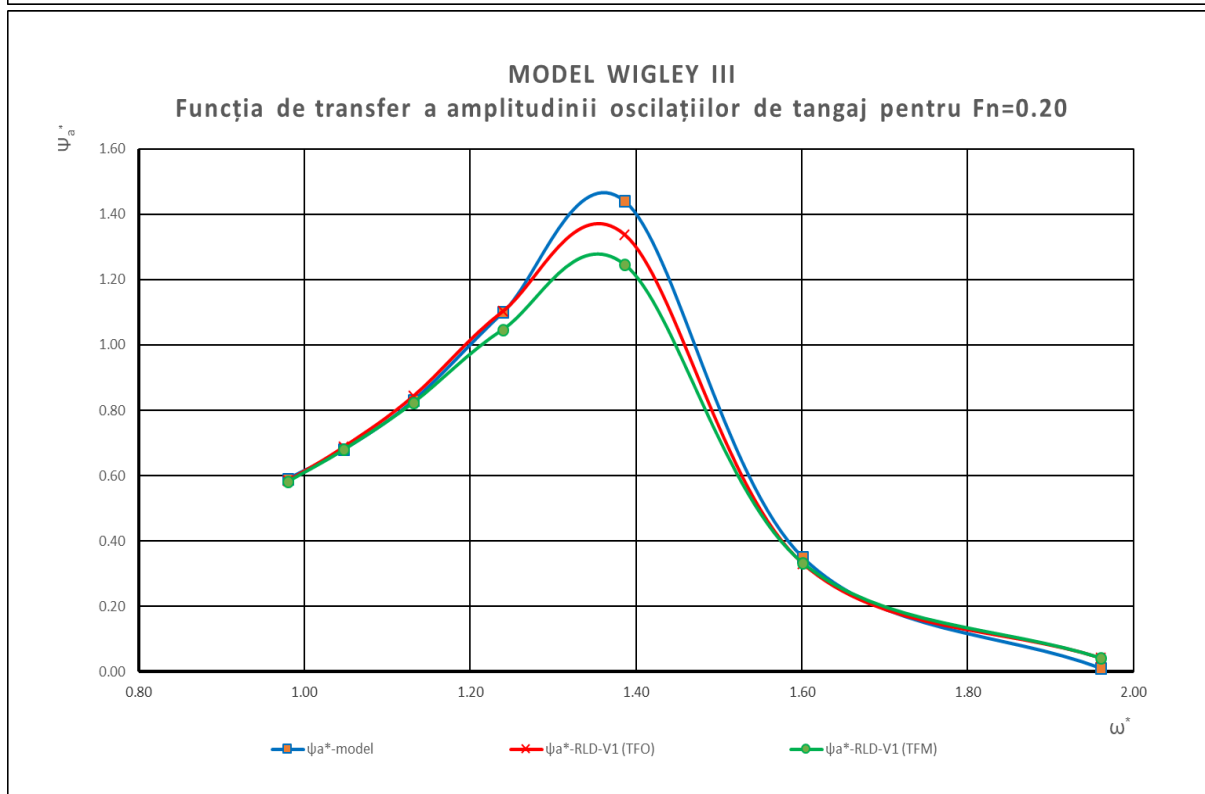
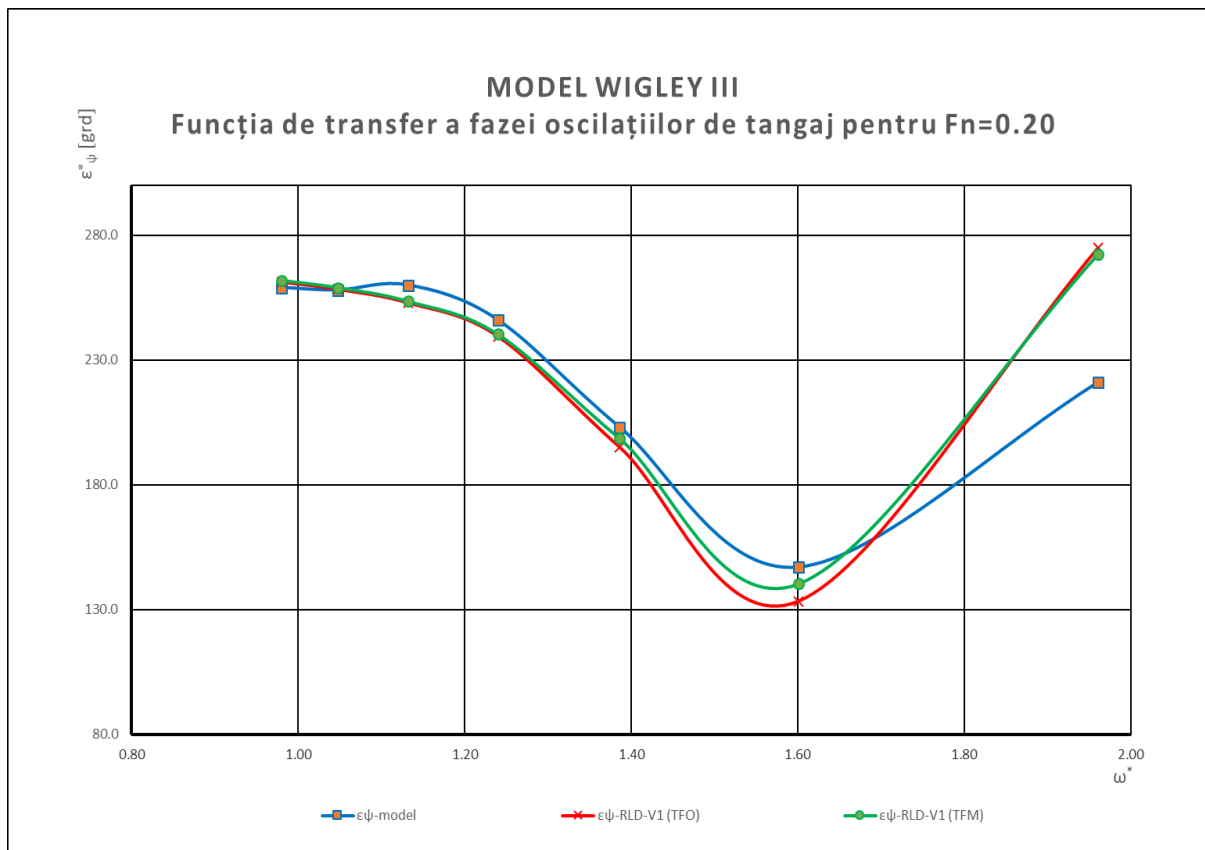


Fig. 2.3.6 – Răspunsul dinamic pentru oscilațiile de tangaj la $F_n=0,20$.
 Măsurătorile de pe modelul Wigley III sunt preluate din [66]

Verificarea metodei și programului s-a mai realizat și prin calcule comparative cu măsurătorile prezentate în lucrările [68] și [69], efectuate în 2009 pe modelul Seatech-D (reprezentând la scara 1:39.024 o nava tip RoPax), în cadrul proiectului LAINE desfășurat de VTT în Merike (Finlanda) în colaborare cu Agenția Finlandeză pentru Tehnologie și Inovație (TEKES), grupul de șantier Aker, Technip Offshore Finland, Finnish Navy și SWECO Marine.

Acest model, prezentat în fig. 2.3.7, are următoarele caracteristicile principale:

Lungimea maximă, L_{max}	4,4000 m
Lungimea, L	4,0000 m
Lățimea, B	0,6400 m
Pescajul, T	0,1560 m
Asieta, ψ_0	0,0000 grd
Distanța între cuple, δ	0,2027
Deplasamentul, Δ	0,2300 t
Coeficientul bloc, C_B	0,5500
Abscisa centrului de greutate, X_G	1,9205 m
Cota centrului de greutate, K_G	0,1700 m
Raza de inerție la tangaj, R_Y	1,0000 m



Fig. 2.3.7 – Modelul Seatech-D în timpul probelor [68]

Măsurarea momentului încovoietor s-a efectuat la cupla 8, iar măsurarea forței tăietoare s-a realizat la cupla 13.

Compararea rezultatelor calculelor cu măsurătorile realizate pe modelul experimental Seatech-D, s-a realizat la diferite regimuri de navigație caracterizate de numărul Froude F_n , utilizând funcțiile de transfer adimensionale pentru funcțiile de transfer pentru amplitudinea forței tăietoare și momentului încovoietor din punctele de măsurare, definite de relațiile:

$$Q_a^* = \frac{2 \cdot Q_a}{\rho \cdot g \cdot h_v \cdot B \cdot L} \quad (2.3.89)$$

$$M_a^* = \frac{2 \cdot M_a}{\rho \cdot g \cdot h_v \cdot B \cdot L^2} \quad (2.3.90)$$

ca răspuns dinamic la acțiunea valurilor din prova, precum și fazele acestor eforturi secționale față de creasta valului, considerată că se găsește în dreptul centrului de greutate al navei.

În fig. 2.3.8 – 2.3.10 sunt prezentate grafic rezultatele calculelor după metoda expusă și măsurătorile efectuate pe modelul Seatech-D, la viteze corespunzătoare în care F_n a avut valorile 0 și 0,25, pe valuri regulate având înălțimea de 0,048 m și cu pulsația relativă variind între limitele 1,3 și 3,65.

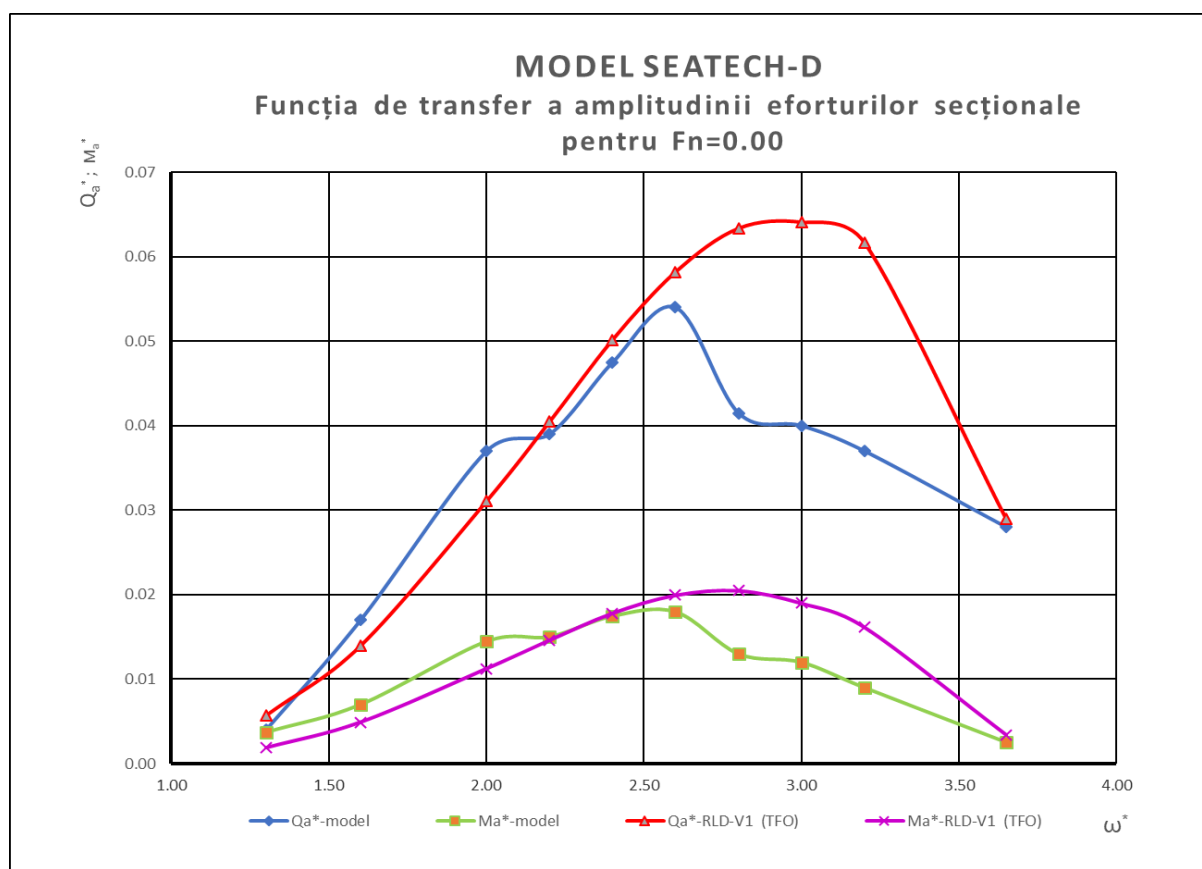
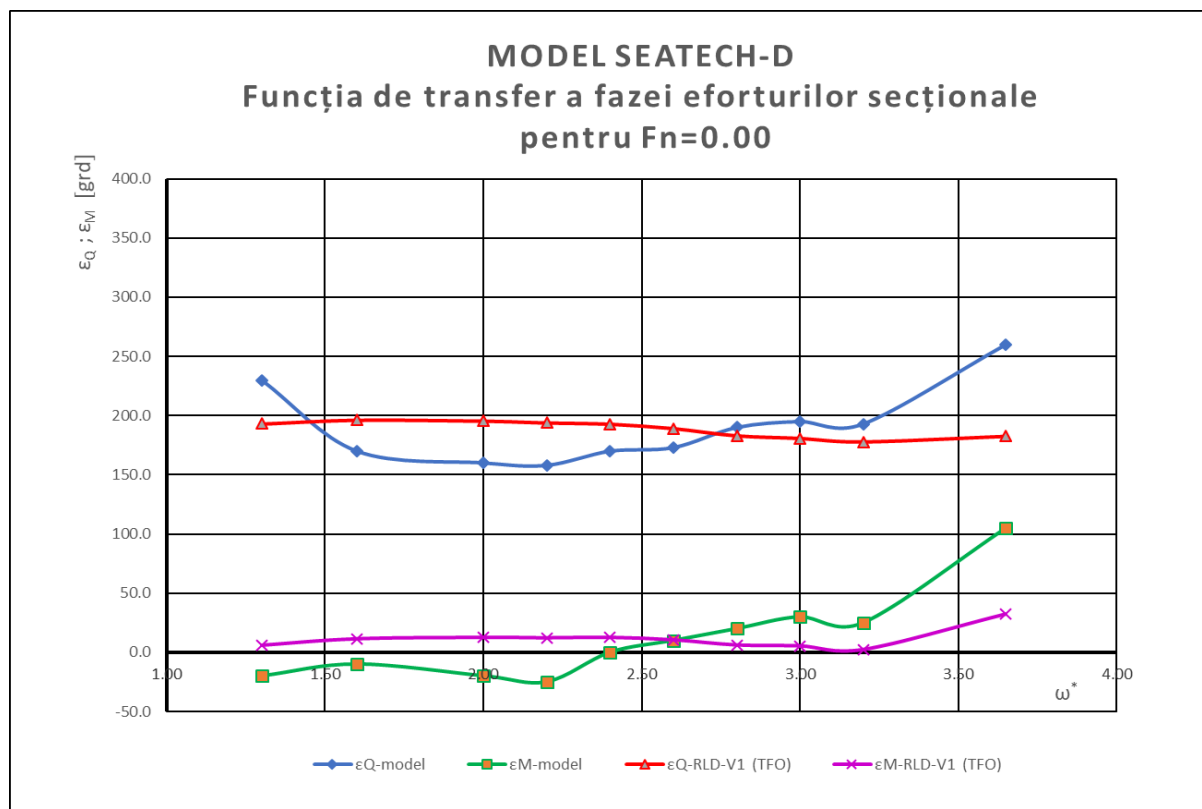


Fig. 2.3.8 – Răspunsul dinamic pentru eforturile secționale la $F_n = 0,00$.
 Măsurătorile de pe modelul Seatech-D sunt preluate din [68]

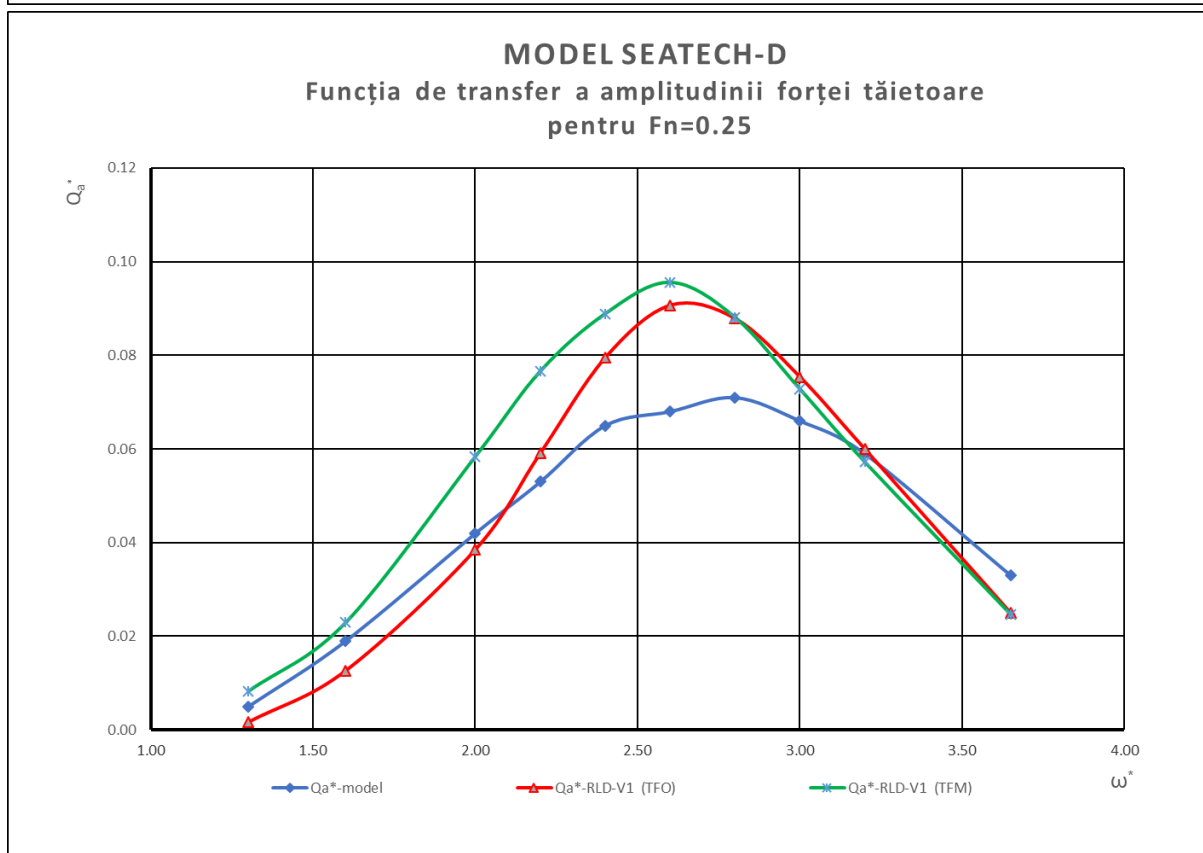
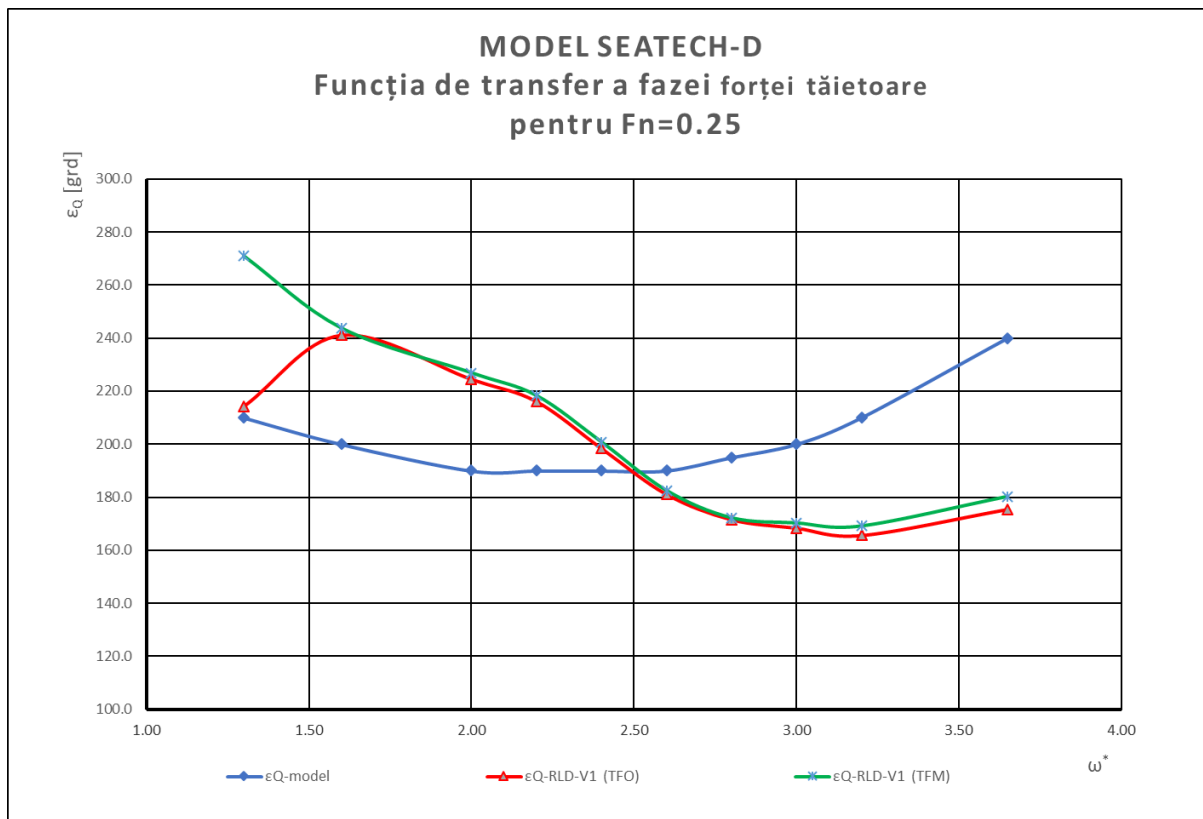


Fig. 2.3.9 – Răspunsul dinamic pentru forța tăietoare la $F_n = 0,25$.
 Măsurătorile de pe modelul Seatech-D sunt preluate din [68]

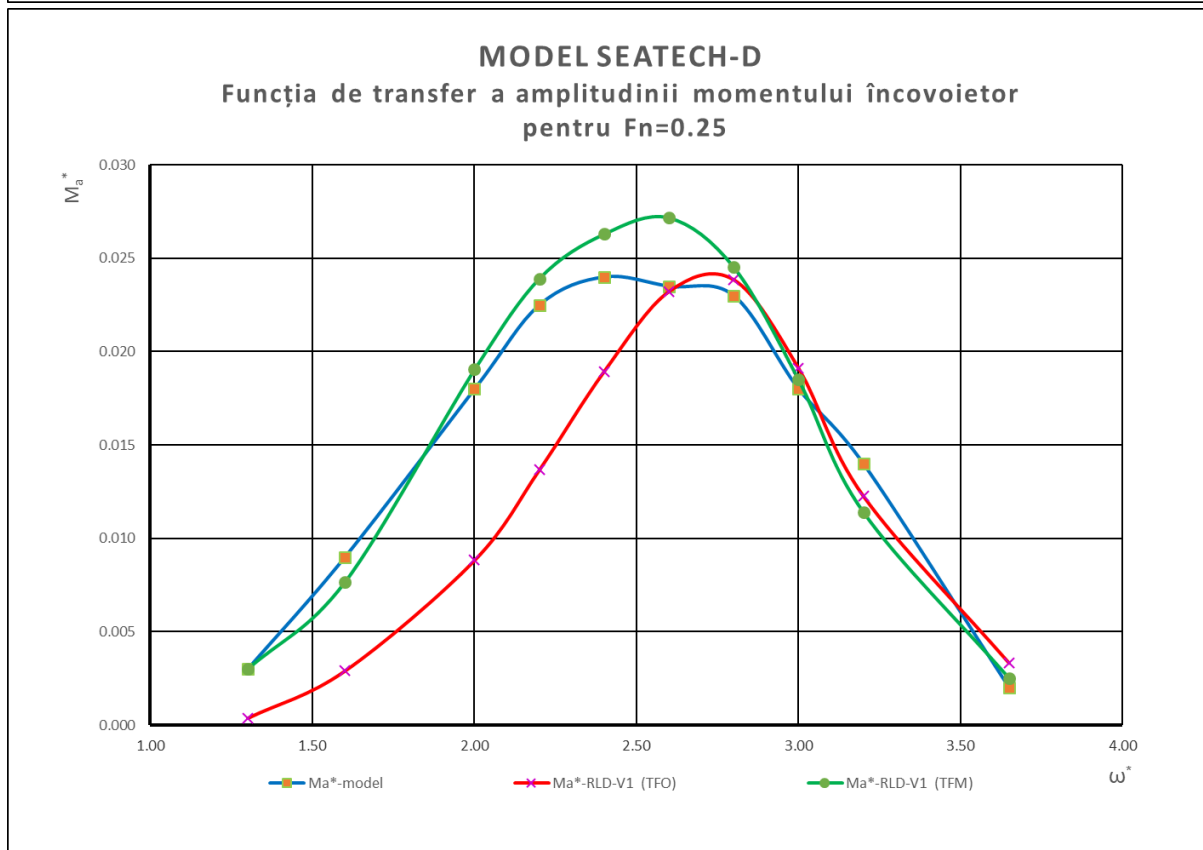
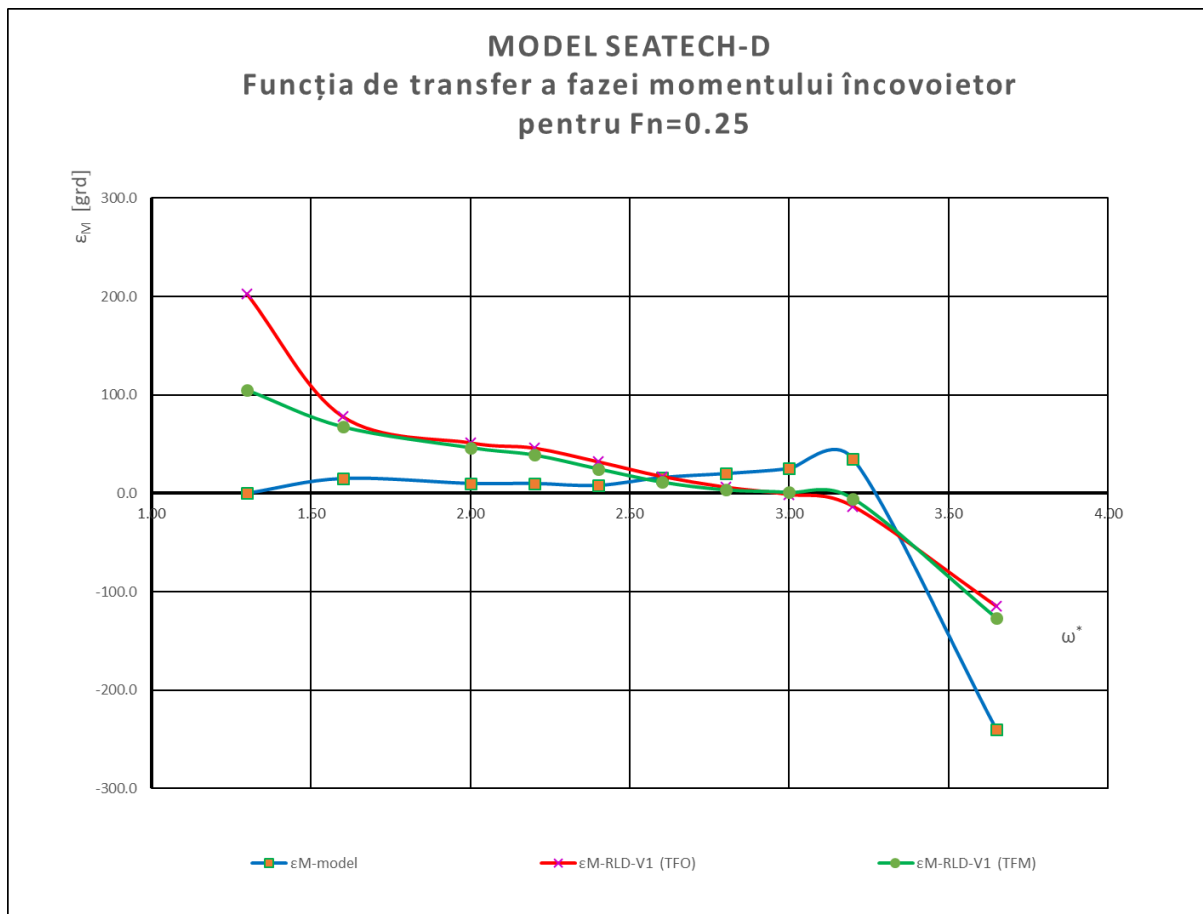


Fig. 2.3.10 – Răspunsul dinamic pentru momentul încovoietor la $F_n = 0,25$.
 Măsurătorile de pe modelul Seatech-D sunt preluate din [68]

În plus, verificarea metodei de calcul și a programului RLD-V1 s-a efectuat și prin compararea rezultatelor calculelor cu măsurătorile efectuate pe un model de încercări, prezentat în lucrarea [70]. Modelul a fost confecționat din alamă și are configurația din fig. 2.3.11, având următoarele caracteristici:

L	=	6,00 m
B	=	0,80 m
D	=	0,51 m
T _{max}	=	0,34 m
C _B	=	0,83
W _{punte}	=	225 cm ³

Măsurătorile s-au realizat în bazinul de încercări Mejiro din Tokyo, prin tractarea modelului la pescajul de 0.20 m, pe valuri cnoidale regulate având lungimea de 6,0 m, înălțimea de 0.23 m, panta 1/26 și perioada de 2 s, la trei viteze: 0,0, 1,39 și 2,8 m/s. Măsurarea tensiunilor s-a efectuat pe punte la mijlocul modelului. Valul cosinusoidal echivalent valului cnoidal creat în basinel Mejiro, are înălțimea de 0,220 m.

În acest caz, pentru verificarea metodei și a programului RLD-V1, s-a analizat direct variația în timp a tensiunilor din punte la mijlocul modelului.

Aceste variații sunt prezentate grafic în fig. 2.3.12 – 2.3.14 pentru cele 3 regimuri de navigație.

2.3.5 Comentarii și concluzii

Programul RLD-V1 de calcul linear al parametrilor de oscilație ai navei și al eforturilor secționale suplimentare din corpul acesteia, induse de valuri din prova, constituie o realizare proprie și reprezintă un instrument util activității de proiectare și cercetare pentru îmbunătățirea siguranței de construcție a navei.

Programul a fost elaborat pe baza metodei clasice, prezentată în lucrările [58], [59] și [60], utilizând „Teoria fășiilor ordinară” și „Teoria fășiilor modificată”, dezvoltată de autor într-un mod specific în vederea automatizării calculelor, introducând o serie de considerente noi:

- delimitarea acțiunii independente a presiunilor hidrostatice, ce acționează în apă calmă, de cele suplimentare induse de valuri afectate de efectul Smith;
- tratarea navei ca un rigid asupra căruia acționează totalitatea sarcinilor statice și dinamice și separarea acțiunilor statice de cele dinamice;
- determinarea ecuațiilor de echilibru dinamic la momentele definite de relația (2.3.79);
- determinarea corespunzător acestor momente, a maselor de apă adițională, a amortizării și a efectului Smith, astfel încât matricea sistemului linear al ecuațiilor de echilibru nu mai este simetrică așa cum este redată în mod obișnuit în literatura de specialitate;
- calculul și afișarea grafică în timp real a oscilațiilor navei și a diagramei eforturilor secționale.

Metoda de calcul prezentată la 2.3.2 și programul RLD-V1 au fost verificate pe cele 3 modele prezentate la 2.3.4, constatându-se că rezultatele calculelor concordă cu

măsurătorile pe respectivele modele, abaterile fiind în general sub 30% și doar în cazuri izolate, cum sunt zonele de rezonanță, această limită este depășită. Aceste abateri se justifică prin complexitatea hidrodinamicii navei pe valuri, în care alături de navă participă și mase de apă adițională greu de estimat cu precizie, iar fenomenele de amortizare sunt la fel de greu de determinat cu precizie. De asemenea, distribuția de greutate a modelelor a fost adoptată fără a avea suficiente date. Totuși, abaterile sunt similare cu cele prezentate în literatura de specialitate și acceptate ca fiind rezonabile, așa încât se poate considera că metoda și programul RLD-V1, furnizează rezultate care pot fi luate în considerare în studiile din domeniu. De remarcat că pe baza acestei metode, eforturile secționale maxime calculate au valori acoperitoare față de măsurătorile efectuate pe modele, ceea ce înseamnă că se poate avea încredere în valorile calculate în sensul că nu vor fi depășite. Se recomandă ca să se efectueze calculele cu ambele variante ale metodei, în aprecierea eforturilor secționale.

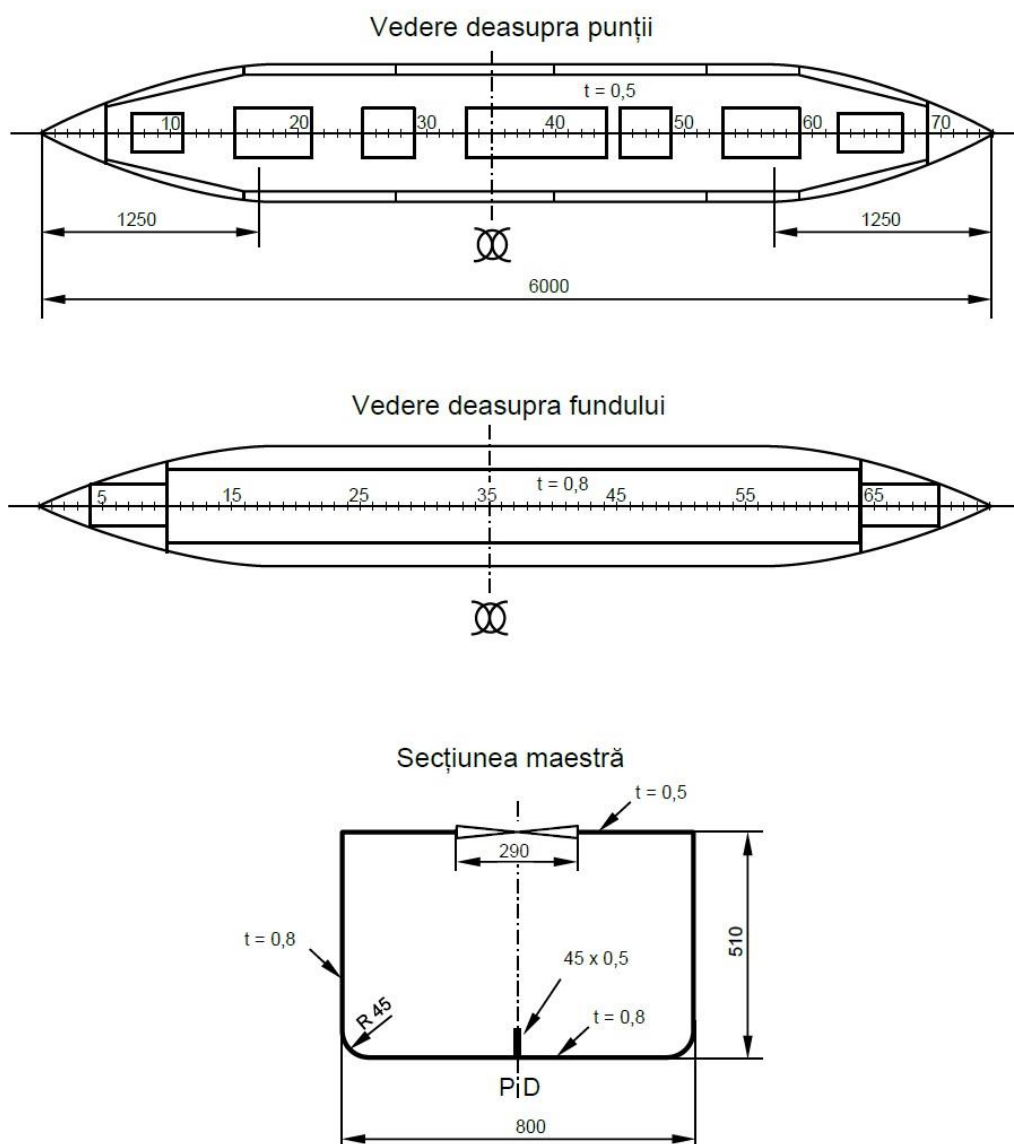


Fig. 2.3.11 – Configurația modelului de încercări prezentat în lucrarea [70]

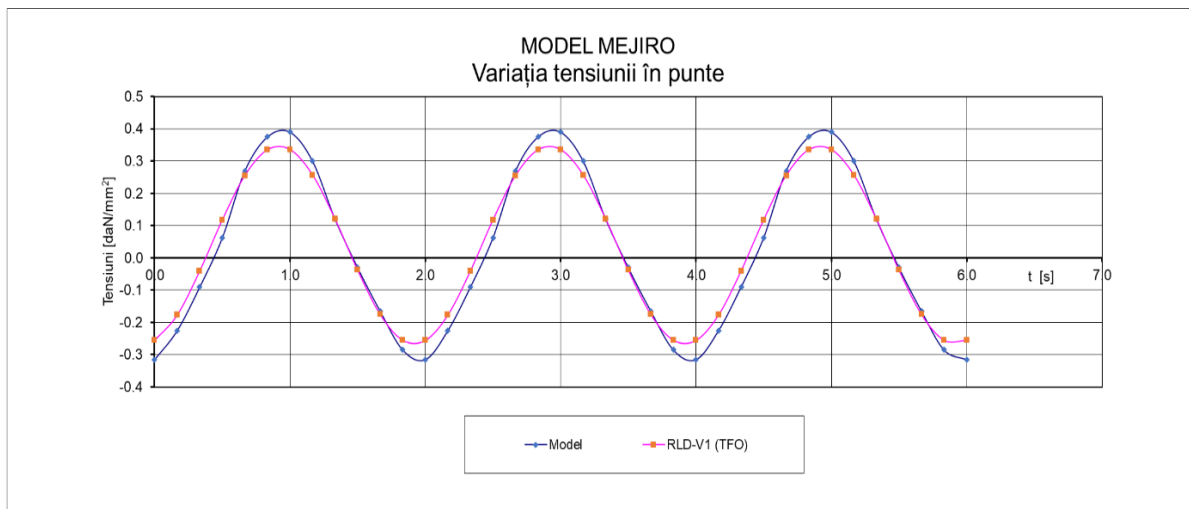


Fig. 2.3.12 – Variația în timp a tensiunii în punte când viteza modelului este 0.
 Măsurătorile de pe modelul Mejiro sunt preluate din [70]

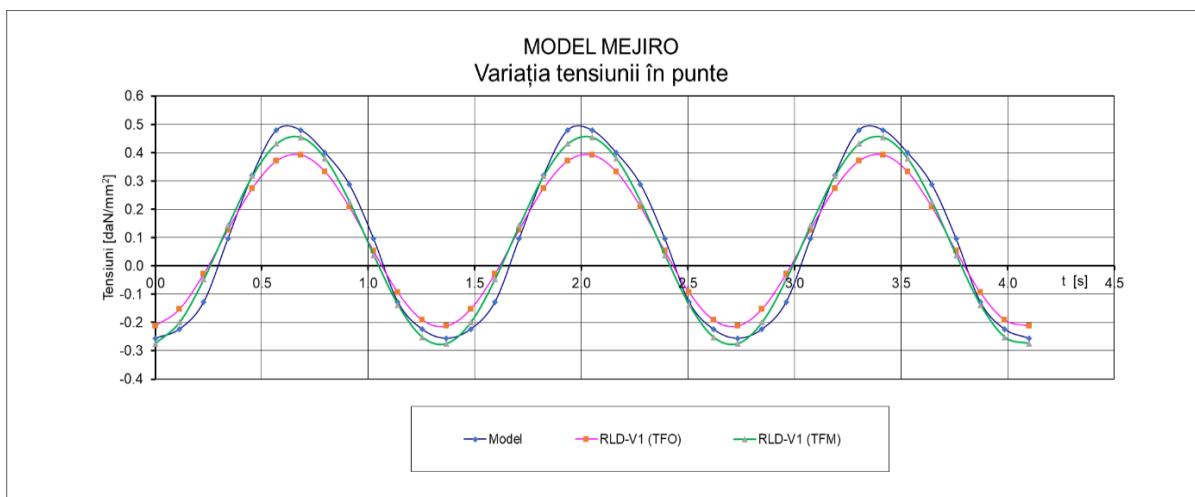


Fig. 2.3.13 – Variația în timp a tensiunii în punte când viteza modelului este 1,39 m/s.
 Măsurătorile de pe modelul Mejiro sunt preluate din [70]

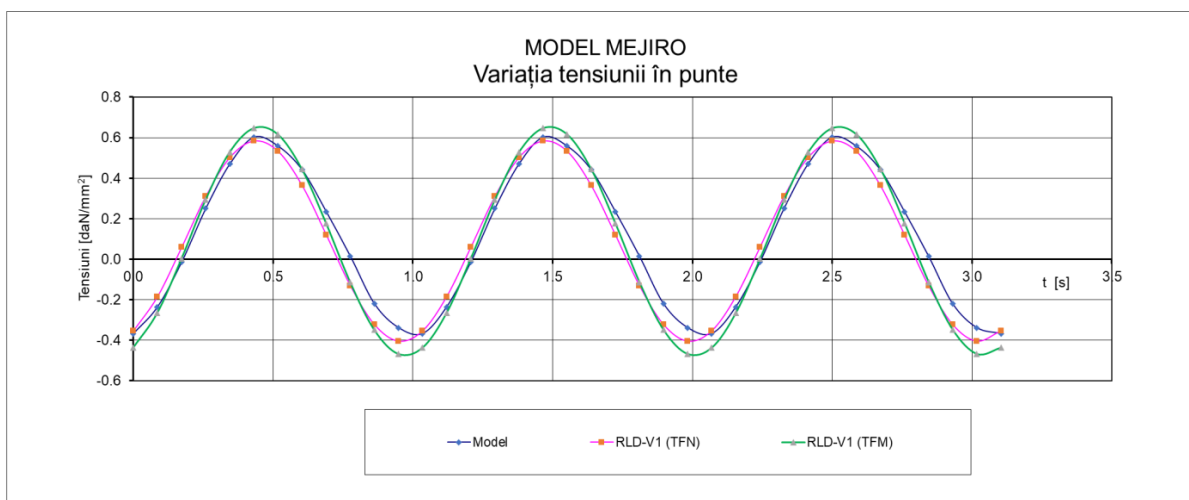


Fig. 2.3.14 – Variația în timp a tensiunii în punte când viteza modelului este 2.80 m/s.
 Măsurătorile de pe modelul Mejiro sunt preluate din [70]

2.4 Program de calcul nelinear al parametrilor de oscilație ai navei și al eforturilor secționale suplimentare din corpul acesteia induse de valuri din prova, considerând amortizarea liniară

2.4.1 Obiectul și destinația programului

Programul permite determinarea prin calcul nelinear a parametrilor de oscilație ai navei, precum și a eforturilor secționale suplimentare din corpul acesteia induse de valuri din prova considerând amortizarea liniară.

2.4.2 Metoda de calcul nelinear considerând amortizare liniară

Soluțiile sistemului linear (2.3.78) sunt determinate la momentele indicate de relațiile (2.3.79), însă între aceste momente, distribuția maselor adiționale, a amortizării și a presiunilor în lungul navei se schimbă continuu, după o funcție ce se poate considera că variază cosinusoidal urmărind profilul valului, așa cum a fost arătat la 2.3.2. În același timp, oscilațiile navei ζ și ψ , contribuie și ele la schimbarea acestor distribuții în lungul navei, așa încât dinamica navei pe valuri în realitate este nelineară, așa cum o atestă și diagrama din fig. 2.4.1 preluată din [68] (în care se prezintă variația în timp a momentului încovoietor la mijlocul unui model, determinată prin măsurători și prin calcul linear), dar pe intervale mici de timp se poate lineariza.

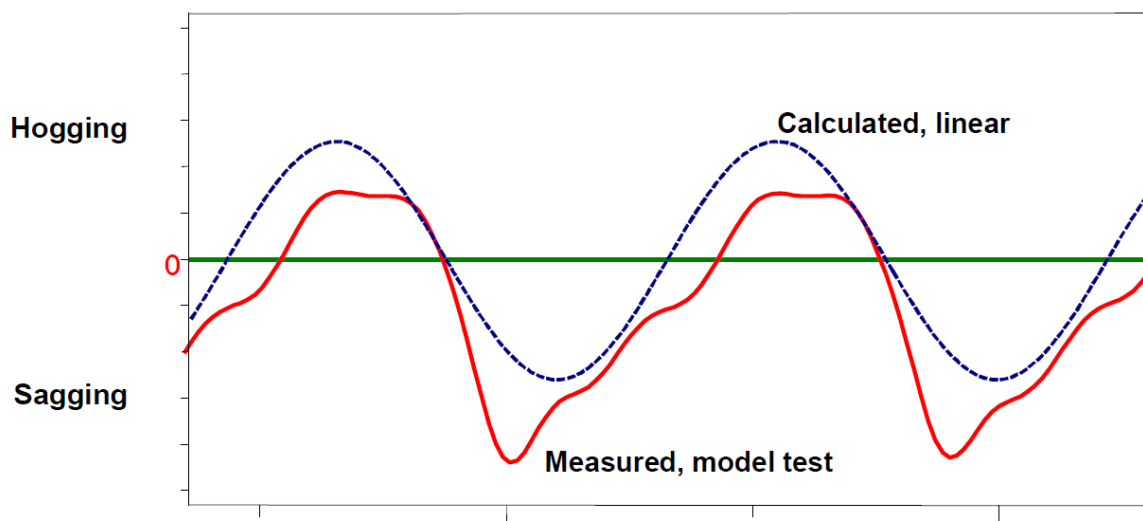


Fig. 2.4.1 – Variația în timp a momentului încovoietor la mijlocul unui model, determinată prin măsurători și prin calcul linear [68]

Pe un asemenea interval mic de timp, plecând de la relațiile (2.3.51) și (2.3.52), se obține un sistem de 2 ecuații diferențiale, similar sistemului (2.3.53), având forma:

$$\begin{cases} A_{\zeta\zeta} \cdot \ddot{\zeta} + B_{\zeta\zeta} \cdot \dot{\zeta} + C_{\zeta\zeta} \cdot \zeta + A_{\zeta\psi} \cdot \ddot{\psi} + B_{\zeta\psi} \cdot \dot{\psi} + C_{\zeta\psi} \cdot \psi = F_v(\zeta, \psi, t) \\ A_{\psi\zeta} \cdot \ddot{\zeta} + B_{\psi\zeta} \cdot \dot{\zeta} + C_{\psi\zeta} \cdot \zeta + A_{\psi\psi} \cdot \ddot{\psi} + B_{\psi\psi} \cdot \dot{\psi} + C_{\psi\psi} \cdot \psi = M_v(\zeta, \psi, t) \end{cases} \quad (2.4.1)$$

unde însă coeficienții și termenii liberi sunt determinați cu formulele:

$$A_{\zeta\zeta}(\zeta, \psi, t) = \int_0^L [m(x) + M_{33}(x, \zeta, \psi, t) + \frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x, \zeta, \psi, t)}{dx}] \cdot dx \quad (2.4.2)$$

$$B_{\zeta\zeta}(\zeta, \psi, t) = \int_0^L [N_{33}(x, \zeta, \psi, t) - V \cdot \frac{dM_{33}(x, \zeta, \psi, t)}{dx}] \cdot dx \quad (2.4.3)$$

$$C_{\zeta\zeta}(\zeta, \psi, t) = 2 \cdot \rho \cdot g \cdot \int_0^L y(x, \zeta, \psi, t) \cdot dx \quad (2.4.4)$$

$$A_{\zeta\psi}(\zeta, \psi, t) = - \int_0^L x \cdot [m(x) + M_{33}(x, \zeta, \psi, t) + \frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x, \zeta, \psi, t)}{dx}] \cdot dx \quad (2.4.5)$$

$$B_{\zeta\psi}(\zeta, \psi, t) = - \int_0^L \{-2 \cdot V \cdot [M_{33}(x, \zeta, \psi, t) + \frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x, \zeta, \psi, t)}{dx}] + \\ + x \cdot [N_{33}(x, \zeta, \psi, t) - V \cdot \frac{dM_{33}(x, t)}{dx}]\} dx \quad (2.4.6)$$

$$C_{\zeta\psi}(\zeta, \psi, t) = - \int_0^L \{2 \cdot \rho \cdot g \cdot x \cdot y(x, \zeta, \psi, t) - \\ - V \cdot [N_{33}(x, \zeta, \psi, t) - V \cdot \frac{dM_{33}(x, \zeta, \psi, t)}{dx}]\} \cdot dx \quad (2.4.7)$$

$$A_{\psi\zeta}(\zeta, \psi, t) = \int_0^L x \cdot [m(x) + M_{33}(x, \zeta, \psi, t) + \frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x, \zeta, \psi, t)}{dx}] \cdot dx \quad (2.4.8)$$

$$B_{\psi\zeta}(\zeta, \psi, t) = \int_0^L x \cdot [N_{33}(x, \zeta, \psi, t) - V \cdot \frac{dM_{33}(x, \zeta, \psi, t)}{dx}] \cdot dx \quad (2.4.9)$$

$$C_{\psi\zeta}(\zeta, \psi, t) = 2 \cdot \rho \cdot g \cdot \int_0^L x \cdot y(x, \zeta, \psi, t) \cdot dx \quad (2.4.10)$$

$$A_{\psi\psi}(\zeta, \psi, t) = - \int_0^L x^2 \cdot [m(x) + M_{33}(x, \zeta, \psi, t) + \frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x, \zeta, \psi, t)}{dx}] \cdot dx \quad (2.4.11)$$

$$B_{\psi\psi}(\zeta, \psi, t) = - \int_0^L x \cdot \{-2 \cdot V \cdot [M_{33}(x, \zeta, \psi, t) + \frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x, \zeta, \psi, t)}{dx}] + \\ + x \cdot [N_{33}(x, \zeta, \psi, t) - V \cdot \frac{dM_{33}(x, \zeta, \psi, t)}{dx}]\} \cdot dx \quad (2.4.12)$$

$$C_{\psi\psi}(\zeta, \psi, t) = - \int_0^L \{2 \cdot \rho \cdot g \cdot x^2 \cdot y(x, \zeta, \psi, t) - \\ - V \cdot x \cdot [N_{33}(x, \zeta, \psi, t) - V \cdot \frac{dM_{33}(x, \zeta, \psi, t)}{dx}]\} \cdot dx \quad (2.4.13)$$

$$F_V(\zeta, \psi, t) = -\omega^2 \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L f_1(x, \zeta, \psi, t) \cdot [M_{33}(x, \zeta, \psi, t) +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x, \zeta, \psi, t)}{dx} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_v} + \omega_e \cdot t\right) \cdot dx - \\
 & - \omega \cdot \frac{h_v}{2} \cdot \int_0^L f_1(x, \zeta, \psi, t) \cdot [N_{33}(x, \zeta, \psi, t) - \\
 & - V \cdot \frac{dM_{33}(x, \zeta, \psi, t)}{dx}] \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_v} + \omega_e \cdot t\right) \cdot dx + \\
 & + \rho \cdot g \cdot h_v \cdot \int_0^L f_1(x, \zeta, \psi, t) \cdot y(x, \zeta, \psi, t) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_v} + \omega_e \cdot t\right) \cdot dx
 \end{aligned} \tag{2.4.14}$$

$$\begin{aligned}
 M_v(\zeta, \psi, t) = & -\omega^2 \cdot \frac{h_v}{2} \cdot \int_0^L x \cdot f_1(x, \zeta, \psi, t) \cdot [M_{33}(x, \zeta, \psi, t) + \\
 & + \frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x, \zeta, \psi, t)}{dx}] \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_v} + \omega_e \cdot t\right) \cdot dx - \\
 & - \omega \cdot \frac{h_v}{2} \cdot \int_0^L x \cdot f_1(x, \zeta, \psi, t) \cdot [N_{33}(x, \zeta, \psi, t) - \\
 & - V \cdot \frac{dM_{33}(x, \zeta, \psi, t)}{dx}] \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_v} + \omega_e \cdot t\right) \cdot dx + \\
 & + \rho \cdot g \cdot h_v \cdot \int_0^L x \cdot f_1(x, \zeta, \psi, t) \cdot y(x, \zeta, \psi, t) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_v} + \omega_e \cdot t\right) \cdot dx
 \end{aligned} \tag{2.4.15}$$

$$\begin{aligned}
 f_1(x, \zeta, \psi, t) = & 1 - \frac{2 \cdot k}{b_m(x, \zeta, \psi, t)} \cdot \\
 & \cdot \int_{-T(x, \zeta, \psi, t)}^{\zeta_v(x, t)} y(x, z, \zeta, \psi, t) \cdot e^{k[z - \zeta_v(x, t)]} \cdot dz
 \end{aligned} \tag{2.4.16}$$

$$b_m(x, \zeta, \psi, t) = \frac{\int_0^{h_v/2} y(x, z, \zeta, \psi, t) \cdot dz}{h_v} \tag{2.4.17}$$

$$T(x, \zeta, \psi, t) = T_o - \zeta(t) + x \cdot [\psi_o - \psi(t)] + \zeta_v(x, t) \tag{2.4.18}$$

Cota $0(x, \zeta, \psi, t)$ reprezintă cota la care se găsește suprafața apei calme față de care se raportează nava și care se schimbă în timp funcție de oscilațiile navei.

Deși sistemul de ecuații diferențiale de ordinul doi (2.4.1), este neliniar, pe intervale mici de timp se poate considera că masele adiționale, amortizarea și efectul Smith sunt lineare astfel că acest sistem este, de asemenea, linear pe asemenea intervale, iar soluția sa stabilizată variază după o lege cosinusoidală ca a sarcinilor exterioare, astfel încât se poate admite că este dată de relațiile (2.3.72) și (2.3.73).

Înlocuind în (2.4.1) aceste relații și grupând după \cos și \sin , se obține sistemul de două ecuații în care necunoscutele sunt $\zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2$:

$$\left\{ \begin{aligned} & [(C_{\zeta\zeta} - \omega_e^2 A_{\zeta\zeta}) \cdot \zeta_1 + \omega_e \cdot B_{\zeta\zeta} \cdot \zeta_2 + (C_{\psi\psi} - \omega_e^2 A_{\psi\psi}) \cdot \psi_1 + \omega_e \cdot B_{\zeta\psi} \cdot \psi_2] \cdot \cos(\omega_e \cdot t) + \\ & + [-\omega_e \cdot B_{\zeta\zeta} \cdot \zeta_1 + (C_{\zeta\zeta} - \omega_e^2 A_{\zeta\zeta}) \cdot \zeta_2 - \omega_e \cdot B_{\psi\psi} \cdot \psi_1 + (C_{\zeta\psi} - \omega_e^2 A_{\zeta\psi}) \cdot \psi_2] \cdot \sin(\omega_e \cdot t) = \\ & = F_V(\zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) \\ & [(C_{\psi\zeta} - \omega_e^2 A_{\psi\zeta}) \cdot \zeta_1 + \omega_e \cdot B_{\psi\zeta} \cdot \zeta_2 + (C_{\psi\psi} - \omega_e^2 A_{\psi\psi}) \cdot \psi_1 + \omega_e \cdot B_{\psi\psi} \cdot \psi_2] \cdot \cos(\omega_e \cdot t) + \\ & + [-\omega_e \cdot B_{\psi\zeta} \cdot \zeta_1 + (C_{\psi\zeta} - \omega_e^2 A_{\psi\zeta}) \cdot \zeta_2 + (C_{\psi\psi} - \omega_e^2 A_{\psi\psi}) \cdot \psi_2 - \omega_e \cdot B_{\psi\psi} \cdot \psi_1] \cdot \sin(\omega_e \cdot t) = \\ & = M_V(\zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) \end{aligned} \right. \quad (2.4.19)$$

unde:

$$\begin{aligned} F_V(\zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) = & -\omega^2 \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L f_1(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) \cdot [M_{33}(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) + \\ & + \frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t)}{dx}] \cdot \cos(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t) \cdot dx - \\ & - \omega \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L f_1(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) \cdot [N_{33}(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) - \\ & - V \cdot \frac{dM_{33}(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t)}{dx}] \cdot \sin(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t) \cdot dx + \\ & + \rho \cdot g \cdot h_V \cdot \int_0^L f_1(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) \cdot y(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) \cdot \cos(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t) \cdot dx \quad (2.4.20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_V(\zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) = & -\omega^2 \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L x \cdot f_1(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) \cdot [M_{33}(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) + \\ & + \frac{V}{\omega_e^2} \cdot \frac{dN_{33}(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t)}{dx}] \cdot \cos(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t) \cdot dx - \\ & - \omega \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L x \cdot f_1(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) \cdot [N_{33}(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) - \\ & - V \cdot \frac{dM_{33}(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t)}{dx}] \cdot \sin(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t) \cdot dx + \\ & + \rho \cdot g \cdot h_V \cdot \int_0^L x \cdot f_1(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) \cdot y(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) \cdot \cos(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t) \cdot dx \quad (2.4.21) \end{aligned}$$

$$f_1(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) = 1 - \frac{2 \cdot k}{b_m(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t)}$$

$$\cdot \int_{-T(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t)}^{\zeta_V(x, t)} y(x, z, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) \cdot e^{k[z - \zeta_V(x, t)]} \cdot dz \quad (2.4.22)$$

$$b_m(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) = \frac{\int_0^{h_V/2} y(x, z, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) \cdot dz}{h_V} \quad (2.4.23)$$

$$T(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) = T_o - [\zeta_1 \cdot \cos(\omega_e \cdot t) + \zeta_2 \cdot \sin(\omega_e \cdot t)] + \\ + x \cdot \{ \psi_o - [\psi_1 \cdot \cos(\omega_e \cdot t) + \psi_2 \cdot \sin(\omega_e \cdot t)] \} + \\ + \frac{h_V}{2} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t\right) \quad (2.4.24)$$

Deoarece sunt numai două ecuații, cele 4 necunoscutele $\zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2$, se determină din echilibrarea navei la capetele intervalelor de timp, definite de formulele:

$$t_p = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_e \cdot N_T} \cdot p \quad (2.4.25)$$

$$t_{p+1} = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_e \cdot N_T} \cdot (p+1)$$

unde:

N_T – nr. de intervale de timp în care se divide perioada de oscilație,

rezultând pentru fiecare interval p , un sistem de 4 ecuații neliniare, cu necunoscutele $\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}$, ce se poate scrie sub următoarea formă matriceală :

$$A_p(X_p) \cdot X_p = F_p(X_p) \quad (2.4.26)$$

unde:

$$A_p(X_p) = \begin{bmatrix} A_{p11} & A_{p12} & A_{p13} & A_{p14} \\ A_{p21} & A_{p22} & A_{p23} & A_{p24} \\ A_{p31} & A_{p32} & A_{p33} & A_{p34} \\ A_{p41} & A_{p42} & A_{p43} & A_{p44} \end{bmatrix} \quad (2.4.27)$$

$$X_p = \{ \zeta_{p1} \quad \zeta_{p2} \quad \psi_{p1} \quad \psi_{p2} \}^T \quad (2.4.28)$$

$$F_p(X_p) = \{ F_{Vp1}(X_p, t_p) \quad F_{Vp2}(X_p, t_{p+1}) \quad M_{Vp1}(X_p, t_p) \quad M_{Vp2}(X_p, t_{p+1}) \}^T \quad (2.4.29)$$

$$A_{p11}(X_p) = (C_{\zeta\zeta p} - \omega_e^2 A_{\zeta\zeta p}) \cdot \cos(\omega_e \cdot t_p) - \omega_e \cdot B_{\zeta\zeta p} \cdot \sin(\omega_e \cdot t_p) \quad (2.4.30)$$

$$A_{p12}(X_p) = (C_{\zeta\psi p} - \omega_e^2 A_{\zeta\psi p}) \cdot \sin(\omega_e \cdot t_p) + \omega_e \cdot B_{\zeta\psi p} \cdot \cos(\omega_e \cdot t_p) \quad (2.4.31)$$

$$A_{p13}(X_p) = (C_{\psi\psi p} - \omega_e^2 A_{\psi\psi p}) \cdot \cos(\omega_e \cdot t_p) - \omega_e \cdot B_{\psi\psi p} \cdot \sin(\omega_e \cdot t_p) \quad (2.4.32)$$

$$A_{p14}(X_p) = (C_{\zeta\psi p} - \omega_e^2 A_{\zeta\psi p}) \cdot \sin(\omega_e \cdot t_p) + \omega_e \cdot B_{\zeta\psi p} \cdot \cos(\omega_e \cdot t_p) \quad (2.4.33)$$

$$A_{p21}(X_p) = (C_{\zeta\zeta p+1} - \omega_e^2 A_{\zeta\zeta p+1}) \cdot \cos(\omega_e \cdot t_{p+1}) - \omega_e \cdot B_{\zeta\zeta p+1} \cdot \sin(\omega_e \cdot t_{p+1}) \quad (2.4.34)$$

$$A_{p22}(X_p) = (C_{\zeta\zeta p+1} - \omega_e^2 A_{\zeta\zeta p+1}) \cdot \sin(\omega_e \cdot t_{p+1}) + \omega_e \cdot B_{\zeta\zeta p+1} \cdot \cos(\omega_e \cdot t_{p+1}) \quad (2.4.35)$$

$$A_{p23}(X_p) = (C_{\zeta\psi p+1} - \omega_e^2 A_{\zeta\psi p+1}) \cdot \cos(\omega_e \cdot t_{p+1}) - \omega_e \cdot B_{\zeta\psi p+1} \cdot \sin(\omega_e \cdot t_{p+1}) \quad (2.4.36)$$

$$A_{p24}(X_p) = (C_{\zeta\psi p+1} - \omega_e^2 A_{\zeta\psi p+1}) \cdot \sin(\omega_e \cdot t_{p+1}) + \omega_e \cdot B_{\zeta\psi p+1} \cdot \cos(\omega_e \cdot t_{p+1}) \quad (2.4.37)$$

$$A_{p31}(X_p) = (C_{\psi\zeta p} - \omega_e^2 A_{\psi\zeta p}) \cdot \cos(\omega_e \cdot t_p) - \omega_e \cdot B_{\psi\zeta p} \cdot \sin(\omega_e \cdot t_p) \quad (2.4.38)$$

$$A_{p32}(X_p) = (C_{\psi\zeta p} - \omega_e^2 A_{\psi\zeta p}) \cdot \sin(\omega_e \cdot t_p) + \omega_e \cdot B_{\psi\zeta p} \cdot \cos(\omega_e \cdot t_p) \quad (2.4.39)$$

$$A_{p33}(X_p) = (C_{\psi\psi p} - \omega_e^2 A_{\psi\psi p}) \cdot \cos(\omega_e \cdot t_p) - \omega_e \cdot B_{\psi\psi p} \cdot \sin(\omega_e \cdot t_p) \quad (2.4.40)$$

$$A_{p34}(X_p) = (C_{\psi\psi p} - \omega_e^2 A_{\psi\psi p}) \cdot \sin(\omega_e \cdot t_p) + \omega_e \cdot B_{\psi\psi p} \cdot \cos(\omega_e \cdot t_p) \quad (2.4.41)$$

$$A_{p41}(X_p) = (C_{\psi\zeta p+1} - \omega_e^2 A_{\psi\zeta p+1}) \cdot \cos(\omega_e \cdot t_{p+1}) - \omega_e \cdot B_{\psi\zeta p+1} \cdot \sin(\omega_e \cdot t_{p+1}) \quad (2.4.42)$$

$$A_{p42}(X_p) = (C_{\psi\zeta p+1} - \omega_e^2 A_{\psi\zeta p+1}) \cdot \sin(\omega_e \cdot t_{p+1}) + \omega_e \cdot B_{\psi\zeta p+1} \cdot \cos(\omega_e \cdot t_{p+1}) \quad (2.4.43)$$

$$A_{p43}(X_p) = (C_{\psi\psi p+1} - \omega_e^2 A_{\psi\psi p+1}) \cdot \cos(\omega_e \cdot t_{p+1}) - \omega_e \cdot B_{\psi\psi p+1} \cdot \sin(\omega_e \cdot t_{p+1}) \quad (2.4.44)$$

$$A_{p44}(X_p) = (C_{\psi\psi p+1} - \omega_e^2 A_{\psi\psi p+1}) \cdot \sin(\omega_e \cdot t_{p+1}) + \omega_e \cdot B_{\psi\psi p+1} \cdot \cos(\omega_e \cdot t_{p+1}) \quad (2.4.45)$$

$$F_{Vp1}(X_p) = F_V(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_p) \quad (2.4.46)$$

$$F_{Vp2}(X_p) = F_V(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_{p+1}) \quad (2.4.47)$$

$$M_{Vp1}(X_p) = M_V(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_p) \quad (2.4.48)$$

$$M_{Vp2}(X_p) = M_V(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_{p+1}) \quad (2.4.49)$$

$$A_{\zeta\zeta p} = A_{\zeta\zeta}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_p) \quad (2.4.50)$$

$$A_{\zeta\zeta p+1} = A_{\zeta\zeta}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_{p+1}) \quad (2.4.51)$$

$$B_{\zeta\zeta p} = B_{\zeta\zeta}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_p) \quad (2.4.52)$$

$$B_{\zeta\zeta p+1} = B_{\zeta\zeta}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_{p+1}) \quad (2.4.53)$$

$$C_{\zeta\zeta p} = C_{\zeta\zeta}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_p) \quad (2.4.54)$$

$$C_{\zeta\zeta p+1} = C_{\zeta\zeta}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_{p+1}) \quad (2.4.55)$$

$$A_{\zeta\psi p} = A_{\zeta\psi}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_p) \quad (2.4.56)$$

$$A_{\zeta\psi p+1} = A_{\zeta\psi}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_{p+1}) \quad (2.4.57)$$

$$B_{\zeta\psi p} = B_{\zeta\psi}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_p) \quad (2.4.58)$$

$$B_{\zeta\psi p+1} = B_{\zeta\psi}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_{p+1}) \quad (2.4.59)$$

$$C_{\zeta\psi p} = C_{\zeta\psi}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_p) \quad (2.4.60)$$

$$C_{\zeta\psi p+1} = C_{\zeta\psi}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_{p+1}) \quad (2.4.61)$$

$$A_{\psi\zeta p} = A_{\psi\zeta}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_p) \quad (2.4.62)$$

$$A_{\psi\zeta p+1} = A_{\psi\zeta}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_{p+1}) \quad (2.4.63)$$

$$B_{\psi\zeta p} = B_{\psi\zeta}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_p) \quad (2.4.64)$$

$$B_{\psi\zeta p+1} = B_{\psi\zeta}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_{p+1}) \quad (2.4.65)$$

$$C_{\psi\zeta p} = C_{\psi\zeta}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_p) \quad (2.4.66)$$

$$C_{\psi\zeta p+1} = C_{\psi\zeta}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_{p+1}) \quad (2.4.67)$$

$$A_{\psi\psi p} = A_{\psi\psi}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_p) \quad (2.4.68)$$

$$A_{\psi\psi p+1} = A_{\psi\psi}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_{p+1}) \quad (2.4.69)$$

$$B_{\psi\psi p} = B_{\psi\psi}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_p) \quad (2.4.70)$$

$$B_{\psi\psi p+1} = B_{\psi\psi}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_{p+1}) \quad (2.4.71)$$

$$C_{\psi\psi p} = C_{\psi\psi}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_p) \quad (2.4.72)$$

$$C_{\psi\psi p+1} = C_{\psi\psi}(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_{p+1}) \quad (2.4.73)$$

Rezolvarea sistemului nelinier (2.4.26), se efectuează prin metoda aproximațiilor succesive, într-o versiune adaptată formei acestui sistem. Algoritmul acestei metode constă în găsirea soluției finale prin iterații succesive, pornind de la o soluție inițială, care în cazul primului interval se consideră: $X_1^{(0)} = \{0 \ 0 \ 0 \ 0\}^T$, iar în cazul celorlalte intervale se consideră că este soluția finală de pe intervalul anterior: $X_p^{(0)} = X_{p-1}$. Soluția inițială este utilizată la calculul matricei $A_p(X_p^{(0)})$ și vectorului $F_p(X_p^{(0)})$.

Cunoscând matricea sistemului și membrul drept al acestuia, se determină soluția la prima iterație cu relația:

$$X_p^{(1)} = A_p^{(0)-1}(X_p^{(0)}) \cdot F_p(X_p^{(0)}) \quad (2.4.74)$$

Generalizând, soluția la pasul k se determină cu relația:

$$X_p^{(k)} = A_p^{(k-1)-1} (X_p^{(k-1)}) \cdot F(X_p^{(k-1)}) \quad (2.4.75)$$

procesul continuând până se îndeplinesc condițiile:

$$\left| \zeta_p^{(k)} - \zeta_p^{(k-1)} \right| \leq \varepsilon_\zeta \quad (2.4.76)$$

$$\left| \psi_p^{(k)} - \psi_p^{(k-1)} \right| \leq \varepsilon_\psi \quad (2.4.77)$$

unde:

$$\zeta_p^{(k)} = \zeta_{p1}^{(k)} \cdot \cos(\omega_e \cdot t_p) + \zeta_{p2}^{(k)} \cdot \sin(\omega_e \cdot t_p) \quad (2.4.78)$$

$$\zeta_p^{(k-1)} = \zeta_{p1}^{(k-1)} \cdot \cos(\omega_e \cdot t_p) + \zeta_{p2}^{(k-1)} \cdot \sin(\omega_e \cdot t_p) \quad (2.4.79)$$

$$\psi_p^{(k)} = \psi_{p1}^{(k)} \cdot \cos(\omega_e \cdot t_p) + \psi_{p2}^{(k)} \cdot \sin(\omega_e \cdot t_p) \quad (2.4.80)$$

$$\psi_p^{(k-1)} = \psi_{p1}^{(k-1)} \cdot \cos(\omega_e \cdot t_p) + \psi_{p2}^{(k-1)} \cdot \sin(\omega_e \cdot t_p) \quad (2.4.81)$$

$$\varepsilon_\zeta = h_V / 100 \quad (2.4.82)$$

$$\varepsilon_\psi = h_V / L / 100 \quad (2.4.83)$$

După găsirea soluției, plecând de la relațiile (2.3.72) și (2.3.78) se calculează forța tăietoare suplimentară și momentul încovoietor suplimentar la deplasarea navei pe valuri, pe fiecare interval de timp p , în lungul navei.

Metoda aproximațiilor succesive, expusă mai sus, are dezavantajul că în zonele de rezonanță, devine divergentă și-n acest caz trebuie utilizată metoda de integrare în timp β -Newmark prezentată în [60] și [73], adaptată și dezvoltată pentru rezolvarea sistemului (2.4.1).

Conform acestei metode, perioada de oscilație se împarte în N_T intervale suficient de mici de durată Δt , delimitate de timpii definiți de (2.4.25), pe care se consideră că accelerația este constantă și egală cu media aritmetică a valorilor de la capetele acestor intervale, așa încât există relațiile:

$$\ddot{\zeta}(t) = \frac{\ddot{\zeta}_p + \ddot{\zeta}_{p+1}}{2} \quad (2.4.84)$$

$$\dot{\zeta}_{p+1} = \dot{\zeta}_p + (\ddot{\zeta}_p + \ddot{\zeta}_{p+1}) \cdot \frac{\Delta t}{2} \quad (2.4.85)$$

$$\zeta_{p+1} = \zeta_p + \dot{\zeta}_p \cdot \Delta t + (\ddot{\zeta}_p + \ddot{\zeta}_{p+1}) \cdot \left(\frac{\Delta t}{2} \right)^2 \quad (2.4.86)$$

$$\ddot{\psi}(t) = \frac{\ddot{\psi}_p + \ddot{\psi}_{p+1}}{2} \quad (2.4.87)$$

$$\dot{\psi}_{p+1} = \dot{\psi}_p + \frac{\ddot{\psi}_p + \ddot{\psi}_{p+1}}{2} \cdot \Delta t \quad (2.4.88)$$

$$\psi_{p+1} = \psi_p + \dot{\psi}_p \cdot \Delta t + (\ddot{\psi}_p + \ddot{\psi}_{p+1}) \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \quad (2.4.89)$$

care introduce în sistemul 2.4.1, pentru intervalul p , acesta ia forma:

$$\left\{ \begin{aligned} & \left[A_{\zeta\zeta p} + B_{\zeta\zeta p} \cdot \frac{\Delta t}{2} + C_{\zeta\zeta p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \right] \cdot \ddot{\zeta}_{p+1} + \left[A_{\zeta\psi p} + B_{\zeta\psi p} \cdot \frac{\Delta t}{2} + C_{\zeta\psi p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \right] \cdot \ddot{\psi}_{p+1} = \\ & = F_V(\zeta_p, \psi_p, t_{p+1}) - F_V(\zeta_p, \psi_p, t_p) + \left[A_{\zeta\zeta p} - B_{\zeta\zeta p} \cdot \frac{\Delta t}{2} - C_{\zeta\zeta p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \right] \cdot \ddot{\zeta}_p - C_{\zeta\zeta p} \cdot \Delta t \cdot \dot{\zeta}_p + \\ & \left[A_{\zeta\psi p} - B_{\zeta\psi p} \cdot \frac{\Delta t}{2} - C_{\zeta\psi p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \right] \cdot \ddot{\psi}_p - C_{\zeta\psi p} \cdot \Delta t \cdot \dot{\psi}_p \\ & \left[A_{\psi\zeta p} + B_{\psi\zeta p} \cdot \frac{\Delta t}{2} + C_{\psi\zeta p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \right] \cdot \ddot{\zeta}_{p+1} + \left[A_{\psi\psi p} - B_{\psi\psi p} \cdot \frac{\Delta t}{2} - C_{\psi\psi p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \right] \cdot \ddot{\psi}_{p+1} = \\ & = M_V(\zeta_p, \psi_p, t_{p+1}) - M_V(\zeta_p, \psi_p, t_p) + \left[A_{\psi\zeta p} - B_{\psi\zeta p} \cdot \frac{\Delta t}{2} - C_{\psi\zeta p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \right] \cdot \ddot{\zeta}_p - C_{\psi\zeta p} \cdot \Delta t \cdot \dot{\zeta}_p + \\ & \left[A_{\psi\psi p} - B_{\psi\psi p} \cdot \frac{\Delta t}{2} - C_{\psi\psi p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \right] \cdot \ddot{\psi}_p - C_{\psi\psi p} \cdot \Delta t \cdot \dot{\psi}_p \end{aligned} \right. \quad (2.4.90)$$

unde :

$$A_{\zeta\zeta p} = A_{\zeta\zeta}(\zeta_p, \psi_p, t_p) \quad (2.4.91)$$

$$B_{\zeta\zeta p} = B_{\zeta\zeta}(\zeta_p, \psi_p, t_p) \quad (2.4.92)$$

$$C_{\zeta\zeta p} = C_{\zeta\zeta}(\zeta_p, \psi_p, t_p) \quad (2.4.93)$$

$$A_{\zeta\psi p} = A_{\zeta\psi}(\zeta_p, \psi_p, t_p) \quad (2.4.94)$$

$$B_{\zeta\psi p} = B_{\zeta\psi}(\zeta_p, \psi_p, t_p) \quad (2.4.95)$$

$$C_{\zeta\psi p} = C_{\zeta\psi}(\zeta_p, \psi_p, t_p) \quad (2.4.96)$$

$$A_{\psi\zeta p} = A_{\psi\zeta}(\zeta_p, \psi_p, t_p) \quad (2.4.97)$$

$$B_{\psi\zeta p} = B_{\psi\zeta}(\zeta_p, \psi_p, t_p) \quad (2.4.98)$$

$$C_{\psi\zeta p} = C_{\psi\zeta}(\zeta_p, \psi_p, t_p) \quad (2.4.99)$$

$$A_{\psi\psi p} = A_{\psi\psi}(\zeta_p, \psi_p, t_p) \quad (2.4.100)$$

$$B_{\psi\psi p} = B_{\psi\psi}(\zeta_p, \psi_p, t_p) \quad (2.4.101)$$

$$C_{\psi\psi p} = C_{\psi\psi}(\zeta_p, \psi_p, t_p) \quad (2.4.102)$$

Sistemul de 2 ecuații neliniare, cu necunoscutele $\ddot{\zeta}_{p+1}$ și $\ddot{\psi}_{p+1}$ se poate scrie sub următoarea formă matriceală :

$$A_p(X_p) \cdot \ddot{X}_{p+1} = E_p(X_p) \quad (2.4.103)$$

unde:

$$A_p(X_p) = \begin{bmatrix} A_{p11} & A_{p12} \\ A_{p21} & A_{p22} \end{bmatrix} \quad (2.4.104)$$

$$E_p(X_p) = F_{p+1}(X_p) - F_p(X_p) + \\ + B_p(X_p) \cdot \ddot{X}_p - C_p(X_p) \cdot \dot{X}_p \quad (2.4.105)$$

$$F_{p+1}(X_p) = \{F_{V_{p+1}} \quad M_{V_{p+1}}\}^T \quad (2.4.106)$$

$$F_p(X_p) = \{F_{V_p} \quad M_{V_p}\}^T \quad (2.4.107)$$

$$B_p(X_p) = \begin{bmatrix} B_{p11} & B_{p12} \\ B_{p21} & B_{p22} \end{bmatrix} \quad (2.4.108)$$

$$C_p(X_p) = \begin{bmatrix} C_{p11} & C_{p12} \\ C_{p21} & C_{p22} \end{bmatrix} \quad (2.4.109)$$

$$\ddot{X}_{p+1} = \{\ddot{\zeta}_{p+1} \quad \ddot{\psi}_{p+1}\}^T \quad (2.4.110)$$

$$\dot{X}_{p+1} = \{\dot{\zeta}_{p+1} \quad \dot{\psi}_{p+1}\}^T \quad (2.4.111)$$

$$X_{p+1} = \{\zeta_{p+1} \quad \psi_{p+1}\}^T \quad (2.4.112)$$

$$\ddot{X}_p = \{\ddot{\zeta}_p \quad \ddot{\psi}_p\}^T \quad (2.4.113)$$

$$\dot{X}_p = \{\dot{\zeta}_p \quad \dot{\psi}_p\}^T \quad (2.4.114)$$

$$X_p = \{\zeta_p \quad \psi_p\}^T \quad (2.4.115)$$

$$A_{p11} = A_{\zeta\zeta p} + B_{\zeta\zeta p} \cdot \frac{\Delta t}{2} + C_{\zeta\zeta p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \quad (2.4.116)$$

$$A_{p12} = A_{\zeta\psi p} + B_{\zeta\psi p} \cdot \frac{\Delta t}{2} + C_{\zeta\psi p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \quad (2.4.117)$$

$$A_{p21} = A_{\psi\zeta p} + B_{\psi\zeta p} \cdot \frac{\Delta t}{2} + C_{\psi\zeta p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \quad (2.4.118)$$

$$A_{p22} = A_{\psi\psi p} + B_{\psi\psi p} \cdot \frac{\Delta t}{2} + C_{\psi\psi p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \quad (2.4.119)$$

$$B_{p11} = A_{\zeta\zeta p} - B_{\zeta\zeta p} \cdot \frac{\Delta t}{2} - C_{\zeta\zeta p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \quad (2.4.120)$$

$$B_{p12} = A_{\zeta\psi p} - B_{\zeta\psi p} \cdot \frac{\Delta t}{2} - C_{\zeta\psi p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \quad (2.4.121)$$

$$B_{p21} = A_{\psi\zeta p} - B_{\psi\zeta p} \cdot \frac{\Delta t}{2} - C_{\psi\zeta p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \quad (2.4.122)$$

$$B_{p22} = A_{\psi\psi p} - B_{\psi\psi p} \cdot \frac{\Delta t}{2} - C_{\psi\psi p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \quad (2.4.123)$$

$$C_{p11} = C_{\zeta\zeta p} \cdot \Delta t \quad (2.4.124)$$

$$C_{p12} = C_{\zeta\psi p} \cdot \Delta t \quad (2.4.125)$$

$$C_{p21} = C_{\psi\zeta p} \cdot \Delta t \quad (2.4.126)$$

$$C_{p22} = C_{\psi\psi p} \cdot \Delta t \quad (2.4.127)$$

$$F_{Vp} = F_V(\zeta_p, \psi_p, t_p) \quad (2.4.128)$$

$$F_{Vp+1} = F_V(\zeta_p, \psi_p, t_{p+1}) \quad (2.4.129)$$

$$M_{Vp} = M_V(\zeta_p, \psi_p, t_p) \quad (2.4.130)$$

$$M_{Vp+1} = M_V(\zeta_p, \psi_p, t_{p+1}) \quad (2.4.131)$$

Rezolvarea sistemului (2.4.103), se efectuează prin metoda Gauss,

$$\ddot{X}_{p+1} = A_p^{-1}(X_p) \cdot E_p(X_p) \quad (2.4.132)$$

iar ceilalți parametri de mișcare se determină matriceal cu relațiile:

$$\dot{X}_{p+1} = \dot{X}_p + (\ddot{X}_{p+1} + \ddot{X}_p) \cdot \frac{\Delta t}{2} \quad (2.4.133)$$

$$X_{p+1} = X_p + \dot{X}_p \cdot \frac{\Delta t}{2} + (\ddot{X}_{p+1} + \ddot{X}_p) \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \quad (2.4.134)$$

Metoda integrativă în timp descrisă mai sus se parcurge pas cu pas pe fiecare interval mic p , pe toată perioada de oscilație. Deoarece fenomenul este nelinier, matricea sistemului și membrul drept fiind dependente de soluție, pentru găsirea valorilor acesteia stabilizate aplicând această metodă, se recurge la rezolvarea iterativă a sistemului (2.4.103), prin procedura aproximațiilor succesive, într-o versiune adaptată formei acestui sistem.

Algoritmul constă în găsirea soluției finale la sfârșitul perioadei, pornind de la o soluție inițială: $X_1^{(0)} = \{0 \ 0\}^T$ și calculând pas cu pas matricele $A_p(X_p^{(0)})$ și vectorii $E_p(X_p^{(0)})$, respectiv rezolvând sistemul (2.4.103) pe fiecare interval de timp p , cu relația:

$$\ddot{X}_{p+1}^{(0)} = A_p^{(0)-1}(X_p^{(0)}) \cdot E_p(X_p^{(0)}) \quad (2.4.135)$$

Generalizând, soluția în perioada k , se determină cu relația:

$$\ddot{X}_{p+1}^{(k)} = A_p^{(k)-1}(X_p^{(k)}) \cdot E_p(X_p^{(k)}) \quad (2.4.136)$$

procesul continuând iterativ până se îndeplinesc următoarele condiții la sfârșitul a două perioade de timp succesive:

$$\left| \zeta_{N_T}^{(k)} - \zeta_{N_T}^{(k-1)} \right| \leq \varepsilon_\zeta \quad (2.4.137)$$

$$\left| \psi_{N_T}^{(k)} - \psi_{N_T}^{(k-1)} \right| \leq \varepsilon_\psi \quad (2.4.138)$$

După găsirea soluției, plecând de la relațiile (2.3.44) și (2.3.50) se calculează forța tăietoare suplimentară și momentul încovoietor suplimentar la deplasarea navei pe valuri, pe fiecare interval de timp p , în lungul navei.

2.4.3 Descrierea programului

Pe baza metodei de calcul prezentate la 2.4.2, a fost elaborat programul RLD-V1N, al cărui cod a fost scris în limbajul Visual-FORTRAN, ce se poate executa pe calculatoare de 32 sau 64 bits sub sistemul de operare Windows XP sau o versiune mai nouă.

2.4.4 Verificarea metodei de calcul și a programului RLD-V1N

Verificarea metodei de calcul prezentată la 2.4.2 și a programului RLD-V1N s-a efectuat prin compararea rezultatelor calculelor cu măsurătorile efectuate pe modelul de încercări în bazinul Mejiro, prezentat în lucrarea [70] și descris la 2.3.4.

În acest caz, verificarea metodei și a programului RLD-V1N, s-a efectuat prin analiza directă a variației în timp a tensiunii din punte la mijlocul modelului. Aceste variații sunt prezentate grafic în fig. 2.4.2– 2.4.3 pentru 3 regimuri de navigație.

Din analiza diagraamelor prezentate în aceste figuri, se constată că rezultatele calculelor concordă cu măsurătorile, abaterile fiind în general sub 30% și doar în cazuri izolate, cum sunt zonele de rezonanță, această limită este depășită. Totuși, abaterile sunt

similare cu cele prezentate în literatura de specialitate și acceptate ca fiind rezonabile, așa încât se poate considera că metoda și programul RLD-V1N, furnizează rezultate care pot fi luate în considerare în studiile din domeniu.

2.4.5 Comentarii și concluzii

Programul RLD-V1N de calcul nelinear al parametrilor de oscilație ai navei și al eforturilor secționale suplimentare din corpul acesteia induse de valuri din prova, constituie o realizare proprie și reprezintă un instrument util activității de proiectare și cercetare pentru îmbunătățirea siguranței de construcție a navei.

Programul a fost elaborat pe baza metodei clasice, prezentată în lucrările [58], [59] și [60], utilizând „Teoria fășiilor ordinară” și „Teoria fășiilor modificată”, dezvoltată de autor într-un mod specific în vederea automatizării calculelor, introducând o serie de considerente noi:

- determinarea ecuațiilor de echilibru dinamic pe intervale mici;
- determinarea corespunzător acestor intervale, a maselor de apă adițională, a amortizării și a efectului Smith luând în considerare dependența acestora și de oscilațiile navei și de parametrii valului, astfel încât matricea sistemului linear al ecuațiilor de echilibru nu mai este simetrică așa cum este redată în mod obișnuit în literatura de specialitate;
- prezentarea formulelor complete de calcul al eforturilor secționale induse de valuri, ce nu au fost găsite în literatura de specialitate.
- calculul și afișarea grafică în timp real a oscilațiilor navei și a diagramei eforturilor secționale.

Metoda de calcul prezentată la 2.4.2 și programul RLD-V1N au fost verificate pe modelul Mejiro prezentat în lucrarea [70] și descris la 2.3.4., cu rezultate acceptabile, așa încât se pot considera validate. Se recomandă ca să se efectueze calculele cu ambele variante ale metodei, în aprecierea eforturilor secționale.

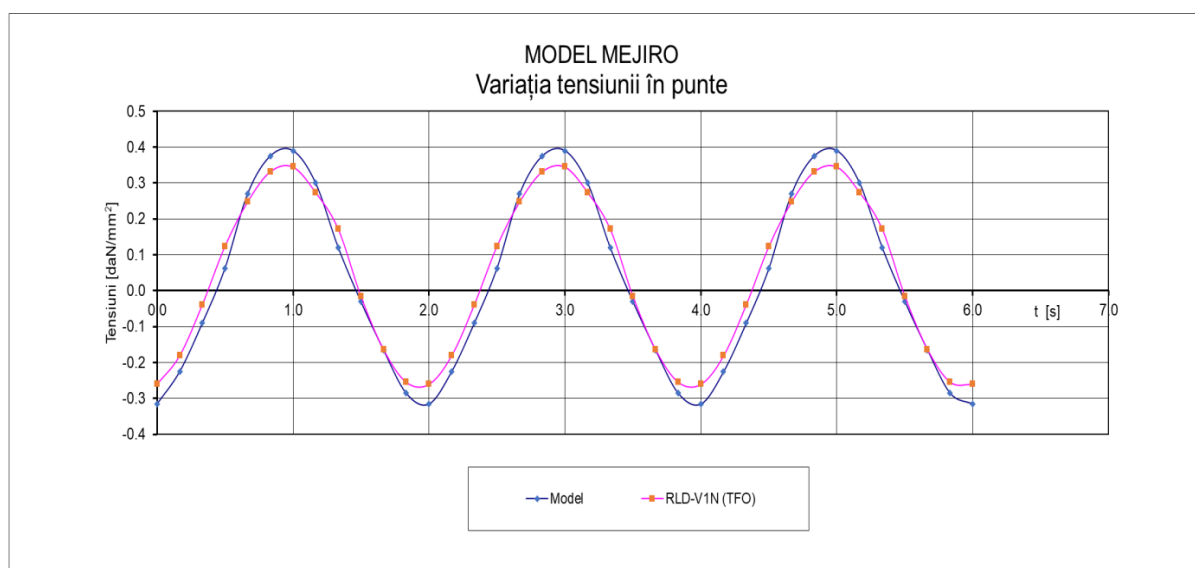


Fig. 2.4.2 – Variația în timp a tensiunii în punte când viteza modelului este 0.
Măsurătorile de pe modelul Mejiro sunt preluate din [70]

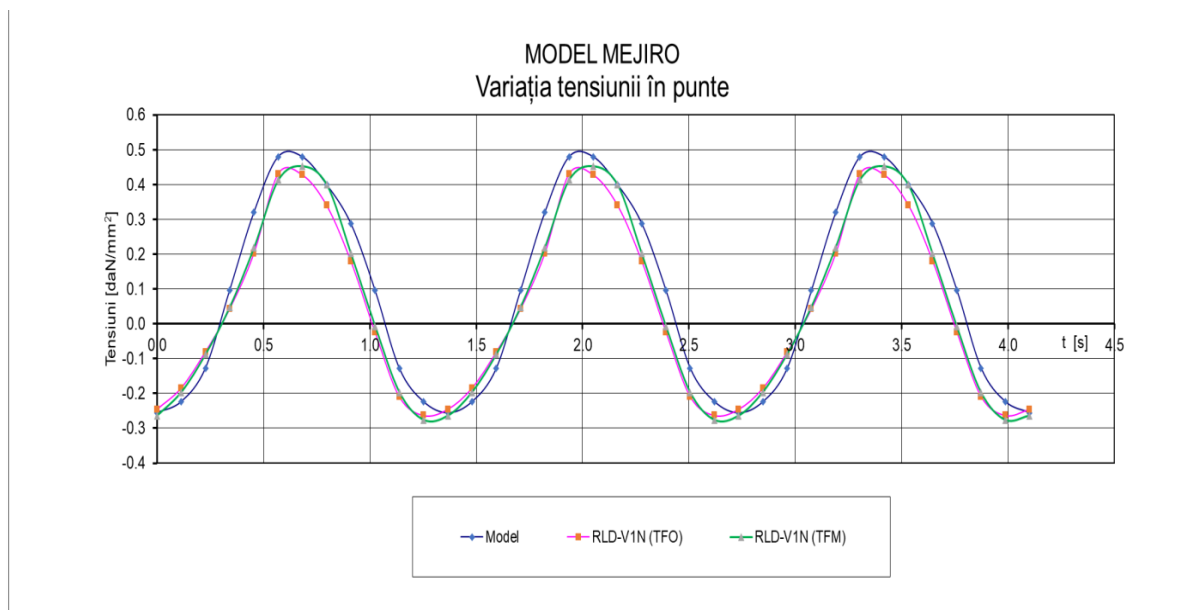


Fig. 2.4.3 – Variația în timp a tensiunii în punte când viteza modelului este 1,39 m/s.
Măsurătorile de pe modelul Mejiro sunt preluate din [70]

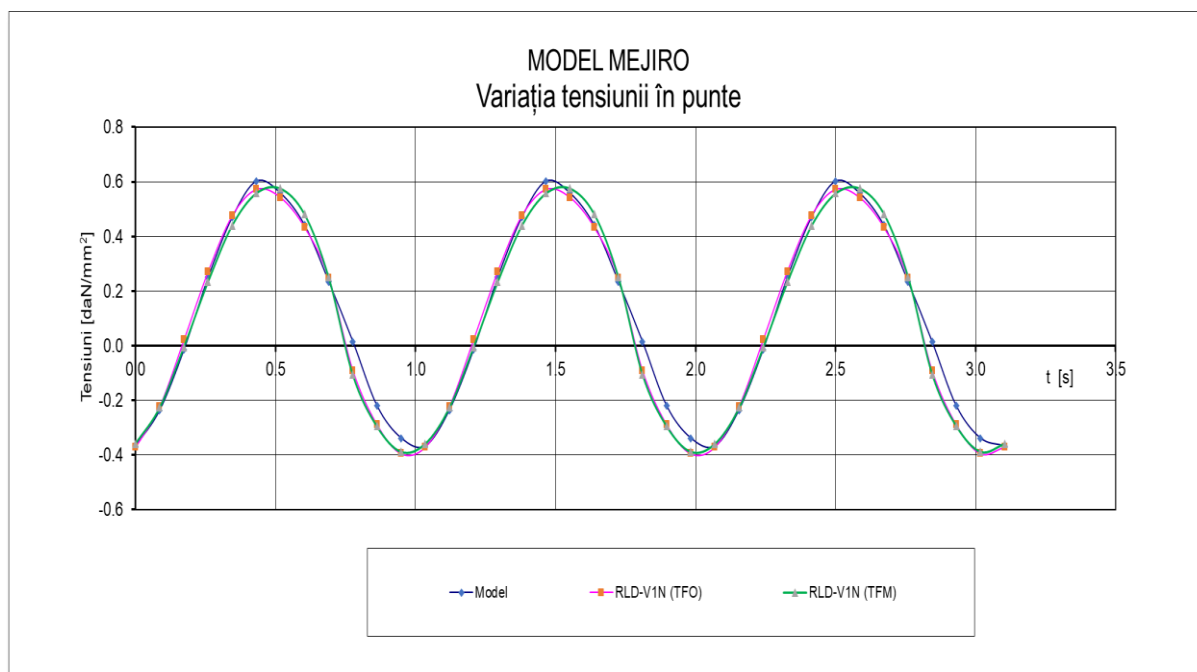


Fig. 2.4.4 – Variația în timp a tensiunii în punte când viteza modelului este 2,80 m/s.
Măsurătorile de pe modelul Mejiro sunt preluate din [70]

2.5 Program de calcul nelinier al parametrilor de oscilație ai navei și al eforturilor secționale suplimentare din corpul acesteia induse de valuri din prova, considerând amortizarea pătratică

2.5.1 Obiectul și destinația programului

Programul permite determinarea parametrilor de oscilație ai navei, precum și a eforturilor secționale suplimentare din corpul acesteia induse de valuri din prova considerând amortizarea proporțională cu pătratul vitezei.

2.5.2 Metoda de calcul nelinier considerând amortizare pătratică

Studiile teoretice și încercările de laborator au stabilit că rezistența la deplasarea unui corp rigid într-un fluid F_R , nu este proporțională cu viteza corpului în fluid, așa cum s-a considerat în metodele de la 2.3.2 și 2.4.2 și în literatura de specialitate pentru un calcul comod, ci cu pătratul vitezei, fiind dată de relația indicată în [71]:

$$F_R = 0.5 \cdot \rho_F \cdot A_C \cdot C_D \cdot V_F \cdot |V_F| \quad (2.5.1)$$

unde:

ρ_F – densitatea fluidului;

A_C – aria proiecției corpului ce se deplasează în fluid pe un plan perpendicular pe direcția de deplasare a fluidului ;

C_D – coeficientul de rezistență la deplasare ce depinde de forma corpului ce se deplasează în fluid. Valorile acestuia se pot găsi în [72];

V_F – viteza relativă dintre fluid și corp;

Ținând cont de această relație, formula (2.3.28) de calcul al sarcinilor de inerție ale masei distribuite de apă adițională a elementului, cuplate cu cele de amortizare hidrodinamică, conform „Teoriei fâșiilor ordinare”, poate fi reconsiderată după cum urmează:

$$q_a(x, t) = \left\{ \frac{D}{Dt} \left[M_{33}(x, t) \cdot \frac{Dz_r(x, t)}{Dt} \right] + N_{33}(x, t) \cdot \frac{Dz_r(x, t)}{Dt} \cdot \left| \frac{Dz_r(x, t)}{Dt} \right| \right\} \cdot dx \quad (2.5.2)$$

unde produsul $\frac{Dz_r(x, t)}{Dt} \cdot \left| \frac{Dz_r(x, t)}{Dt} \right|$, poate fi dezvoltat sub forma:

$$\frac{Dz_r(x, t)}{Dt} \cdot \left| \frac{Dz_r(x, t)}{Dt} \right| = \left[-\dot{\zeta}(t) + x \cdot \dot{\psi}(t) - V \cdot \psi(t) + \frac{h_v}{2} \cdot f_1(x) \cdot \omega \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_v} + \omega_e \cdot t\right) \right] \cdot \left| \left[-\dot{\zeta}(t) + x \cdot \dot{\psi}(t) - V \cdot \psi(t) + \frac{h_v}{2} \cdot f_1(x) \cdot \omega \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_v} + \omega_e \cdot t\right) \right] \right| \quad (2.5.3)$$

$$\left| \left[-\dot{\zeta}(t) + x \cdot \dot{\psi}(t) - V \cdot \psi(t) + \frac{h_v}{2} \cdot f_1(x) \cdot \omega \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_v} + \omega_e \cdot t\right) \right] \right|$$

unde:

$M_{33}(x, \zeta, \psi, t)$ – masa de apă adițională determinată în același mod ca în cazul metodei clasice prezentate la 2.3.2, dar luând în considerare și oscilațiile navei;

$N_{33}(x, \zeta, \psi, t)$ – coeficientul de amortizare determinat cu relația:

$$N_{33}(x, \zeta, \psi, t) = \rho \cdot y(x, \zeta, \psi, t) \cdot C_D \quad (2.5.4)$$

În plus față de aceste considerente, distribuția de presiuni în lungul navei se schimbă continuu, după o funcție ce se poate considera că variază cosinusoidal urmărind profilul valului sau liniar ori este constantă, pe intervale mici de timp. În același timp,

oscilațiile navei ζ și ψ contribuie și ele la schimbarea distribuției de presiuni în lungul navei, așa încât dinamica navei pe valuri în realitate este complexă și neliniară, dar se poate modela matematic mai exact pe intervale mici de timp.

Pe un asemenea interval mic de timp, plecând de la relațiile (2.3.51) și (2.3.52), se obține un sistem de 2 ecuații diferențiale, similar sistemului (2.3.53), având forma:

$$\begin{cases} A_{\zeta\zeta} \cdot \ddot{\zeta} + B_{\zeta\zeta} \cdot \dot{\zeta} + C_{\zeta\zeta} \cdot \zeta + A_{\zeta\psi} \cdot \ddot{\psi} + B_{\zeta\psi} \cdot \dot{\psi} + C_{\zeta\psi} \cdot \psi = F_D(\dot{\zeta}, \dot{\psi}, \zeta, \psi, t) + F_V(\zeta, \psi, t) \\ A_{\psi\zeta} \cdot \ddot{\zeta} + B_{\psi\zeta} \cdot \dot{\zeta} + C_{\psi\zeta} \cdot \zeta + A_{\psi\psi} \cdot \ddot{\psi} + B_{\psi\psi} \cdot \dot{\psi} + C_{\psi\psi} \cdot \psi = M_D(\dot{\zeta}, \dot{\psi}, \zeta, \psi, t) + M_V(\zeta, \psi, t) \end{cases} \quad (2.5.5)$$

unde însă coeficienții și termenii liberi sunt determinați cu formulele:

$$A_{\zeta\zeta}(\zeta, \psi, t) = \int_0^L [m(x) + M_{33}(x, \zeta, \psi, t)] \cdot dx \quad (2.5.6)$$

$$B_{\zeta\zeta}(\zeta, \psi, t) = -V \cdot \int_0^L \frac{dM_{33}(x, \zeta, \psi, t)}{dx} \cdot dx \quad (2.5.7)$$

$$C_{\zeta\zeta}(\zeta, \psi, t) = 2 \cdot \rho \cdot g \cdot \int_0^L y(x, \zeta, \psi, t) \cdot dx \quad (2.5.8)$$

$$A_{\zeta\psi}(\zeta, \psi, t) = -\int_0^L x \cdot [m(x) + M_{33}(x, \zeta, \psi, t)] \cdot dx \quad (2.5.9)$$

$$B_{\zeta\psi}(\zeta, \psi, t) = V \cdot \int_0^L [2 \cdot M_{33}(x, \zeta, \psi, t) + x \cdot \frac{dM_{33}(x, \zeta, \psi, t)}{dx}] dx \quad (2.5.10)$$

$$C_{\zeta\psi}(\zeta, \psi, t) = -\int_0^L [2 \cdot \rho \cdot g \cdot x \cdot y(x, \zeta, \psi, t) + V^2 \cdot \frac{dM_{33}(x, \zeta, \psi, t)}{dx}] \cdot dx \quad (2.5.11)$$

$$A_{\psi\zeta}(\zeta, \psi, t) = \int_0^L x \cdot [m(x) + M_{33}(x, \zeta, \psi, t)] \cdot dx \quad (2.5.12)$$

$$B_{\psi\zeta}(\zeta, \psi, t) = -V \cdot \int_0^L x \cdot \frac{dM_{33}(x, \zeta, \psi, t)}{dx} \cdot dx \quad (2.5.13)$$

$$C_{\psi\zeta}(\zeta, \psi, t) = 2 \cdot \rho \cdot g \cdot \int_0^L x \cdot y(x, \zeta, \psi, t) \cdot dx \quad (2.5.14)$$

$$A_{\psi\psi}(\zeta, \psi, t) = -\int_0^L x^2 \cdot [m(x) + M_{33}(x, t)] \cdot dx \quad (2.5.15)$$

$$B_{\psi\psi}(\zeta, \psi, t) = V \cdot \int_0^L x \cdot [2 \cdot M_{33}(x, \zeta, \psi, t) + x \cdot \frac{dM_{33}(x, \zeta, \psi, t)}{dx}] \cdot dx \quad (2.5.16)$$

$$C_{\psi\psi}(\zeta, \psi, t) = -\int_0^L [2 \cdot \rho \cdot g \cdot x^2 \cdot y(x, \zeta, \psi, t) + x \cdot V^2 \cdot \frac{dM_{33}(x, \zeta, \psi, t)}{dx}] dx \quad (2.5.17)$$

$$F_D(\dot{\zeta}, \dot{\psi}, \zeta, \psi, t) = -\int_0^L N_{33}(x, t) \cdot [\dot{\zeta}(t) - x \cdot \dot{\psi}(t) + V \cdot \psi(t) + \frac{h_V}{2} \cdot f_1(x, \zeta, \psi, t) \cdot \omega \cdot \sin(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t)] \cdot$$

$$|\dot{\zeta}(t) - x \cdot \dot{\psi}(t) + V \cdot \psi(t) + \frac{h_V}{2} \cdot f_1(x, \zeta, \psi, t) \cdot \omega \cdot \sin(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t)| \cdot dx \quad (2.5.18)$$

$$\begin{aligned}
 F_V(\zeta, \psi, t) = & -\omega^2 \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L f_1(x, \zeta, \psi, t) \cdot M_{33}(x, t) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t\right) \cdot dx + \\
 & + \omega \cdot V \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L f_1(x, \zeta, \psi, t) \cdot \frac{dM_{33}(x, t)}{dx} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t\right) \cdot dx + \\
 & + \rho \cdot g \cdot h_V \cdot \int_0^L f_1(x, \zeta, \psi, t) \cdot y(x) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t\right) \cdot dx
 \end{aligned} \tag{2.5.19}$$

$$\begin{aligned}
 M_D(\dot{\zeta}, \dot{\psi}, \zeta, \psi, t) = & -\int_0^L x \cdot N_{33}(x, t) \cdot [\dot{\zeta}(t) - x \cdot \dot{\psi}(t) + V \cdot \psi(t) + \frac{h_V}{2} \cdot f_1(x, \zeta, \psi, t) \cdot \omega \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t\right)] \cdot \\
 & | \dot{\zeta}(t) - x \cdot \dot{\psi}(t) + V \cdot \psi(t) + \frac{h_V}{2} \cdot f_1(x, \zeta, \psi, t) \cdot \omega \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t\right) | \cdot dx
 \end{aligned} \tag{2.5.20}$$

$$\begin{aligned}
 M_V(\zeta, \psi, t) = & -\omega^2 \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L f_1(x, \zeta, \psi, t) \cdot x \cdot M_{33}(x, t) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t\right) \cdot dx + \\
 & + \omega \cdot V \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L f_1(x, \zeta, \psi, t) \cdot x \cdot \frac{dM_{33}(x, t)}{dx} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t\right) \cdot dx + \\
 & + \rho \cdot g \cdot h_V \cdot \int_0^L f_1(x, \zeta, \psi, t) \cdot x \cdot y(x) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t\right) \cdot dx
 \end{aligned} \tag{2.5.21}$$

$f_1(x, \zeta, \psi, t)$ - se determină cu relația (2.4.16).

Deși sistemul de ecuații diferențiale de ordinul doi (2.5.5), este neliniar, pe intervale mici de timp, se consideră că masele adiționale, amortizarea și efectul Smith sunt lineare astfel că și acest sistem este, de asemenea, linear pe asemenea intervale, iar soluția sa stabilizată variază după o lege cosinusoidală ca a sarcinilor exterioare, astfel încât se poate admite că este dată de relațiile (2.3.72) și (2.3.73).

Înlocuind în (2.5.5) aceste soluții și grupând după \cos și \sin , se obține sistemul de două ecuații în care necunoscutele sunt $\zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2$:

$$\left\{ \begin{aligned}
 & [(C_{\zeta\zeta} - \omega_e^2 A_{\zeta\zeta}) \cdot \zeta_1 + \omega_e \cdot B_{\zeta\zeta} \cdot \zeta_2 + (C_{\zeta\psi} - \omega_e^2 A_{\zeta\psi}) \cdot \psi_1 + \omega_e \cdot B_{\zeta\psi} \cdot \psi_2] \cdot \cos(\omega_e \cdot t) + \\
 & + [-\omega_e \cdot B_{\zeta\zeta} \cdot \zeta_1 + (C_{\zeta\zeta} - \omega_e^2 A_{\zeta\zeta}) \cdot \zeta_2 - \omega_e \cdot B_{\zeta\psi} \cdot \psi_1 + (C_{\zeta\psi} - \omega_e^2 A_{\zeta\psi}) \cdot \psi_2] \cdot \sin(\omega_e \cdot t) = \\
 & = F_D(\zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) + F_V(\zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) \\
 & [(C_{\psi\zeta} - \omega_e^2 A_{\psi\zeta}) \cdot \zeta_1 + \omega_e \cdot B_{\psi\zeta} \cdot \zeta_2 + (C_{\psi\psi} - \omega_e^2 A_{\psi\psi}) \cdot \psi_1 + \omega_e \cdot B_{\psi\psi} \cdot \psi_2] \cdot \cos(\omega_e \cdot t) + \\
 & + [-\omega_e \cdot B_{\psi\zeta} \cdot \zeta_1 + (C_{\psi\zeta} - \omega_e^2 A_{\psi\zeta}) \cdot \zeta_2 + (C_{\psi\psi} - \omega_e^2 A_{\psi\psi}) \cdot \psi_2 - \omega_e \cdot B_{\psi\psi} \cdot \psi_1] \cdot \sin(\omega_e \cdot t) = \\
 & = M_D(\zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) + M_V(\zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t)
 \end{aligned} \right. \tag{2.5.22}$$

unde:

$$F_D(\zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) = -\int_0^L N_{33}(x) \cdot \{\omega_e \cdot [-\zeta_1 \cdot \sin(\omega_e \cdot t) + \zeta_2 \cdot \cos(\omega_e \cdot t)] -$$

$$- \omega_e \cdot x \cdot [-\psi_1 \cdot \sin(\omega_e \cdot t) + \psi_2 \cdot \cos(\omega_e \cdot t)] + V \cdot [\psi_1 \cdot \cos(\omega_e \cdot t) + \psi_2 \cdot \sin(\omega_e \cdot t)] +$$

$$+ \frac{h_V}{2} \cdot f_1(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) \cdot \omega \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t\right)\} \cdot dx \quad (2.5.23)$$

$$\cdot |\omega_e \cdot [-\zeta_1 \cdot \sin(\omega_e \cdot t) + \zeta_2 \cdot \cos(\omega_e \cdot t)] - \omega_e \cdot x \cdot [-\psi_1 \cdot \sin(\omega_e \cdot t) + \psi_2 \cdot \cos(\omega_e \cdot t)] +$$

$$+ V \cdot [\psi_1 \cdot \cos(\omega_e \cdot t) + \psi_2 \cdot \sin(\omega_e \cdot t)] + \frac{h_V}{2} \cdot f_1(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) \cdot \omega \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t\right) | \cdot dx$$

$$F_V(\zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) = -\omega^2 \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L f_1(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) \cdot M_{33}(x) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t\right) \cdot dx +$$

$$+ \omega \cdot V \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L f_1(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) \cdot \frac{dM_{33}(x)}{dx} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t\right) \cdot dx +$$

$$+ \rho \cdot g \cdot h_V \cdot \int_0^L f_1(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) \cdot y(x) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t\right) \cdot dx \quad (2.5.24)$$

$$M_D(\zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) = -\int_0^L x \cdot N_{33}(x) \cdot \{\omega_e \cdot [-\zeta_1 \cdot \sin(\omega_e \cdot t) + \zeta_2 \cdot \cos(\omega_e \cdot t)] -$$

$$- \omega_e \cdot x \cdot [-\psi_1 \cdot \sin(\omega_e \cdot t) + \psi_2 \cdot \cos(\omega_e \cdot t)] + V \cdot [\psi_1 \cdot \cos(\omega_e \cdot t) + \psi_2 \cdot \sin(\omega_e \cdot t)] +$$

$$+ \frac{h_V}{2} \cdot f_1(x, t) \cdot \omega \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t\right)\} \cdot dx \quad (2.5.25)$$

$$\cdot |\omega_e \cdot [-\zeta_1 \cdot \sin(\omega_e \cdot t) + \zeta_2 \cdot \cos(\omega_e \cdot t)] - \omega_e \cdot x \cdot [-\psi_1 \cdot \sin(\omega_e \cdot t) + \psi_2 \cdot \cos(\omega_e \cdot t)] +$$

$$+ V \cdot [\psi_1 \cdot \cos(\omega_e \cdot t) + \psi_2 \cdot \sin(\omega_e \cdot t)] + \frac{h_V}{2} \cdot f_1(x, t) \cdot \omega \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t\right) | \cdot dx \cdot$$

$$M_V(\zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) = -\omega^2 \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L f_1(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) \cdot x \cdot M_{33}(x) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t\right) \cdot dx -$$

$$+ \omega \cdot V \cdot \frac{h_V}{2} \cdot \int_0^L f_1(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) \cdot x \cdot \frac{dM_{33}(x)}{dx} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t\right) \cdot dx +$$

$$+ \rho \cdot g \cdot h_V \cdot \int_0^L f_1(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t) \cdot x \cdot y(x) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda_V} + \omega_e \cdot t\right) \cdot dx \quad (2.5.26)$$

$f_1(x, \zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2, t)$ - se determină cu relația (2.4.22).

Deoarece sunt numai două ecuații de echilibru, cele 4 necunoscutele $\zeta_1, \zeta_2, \psi_1, \psi_2$, se determină din echilibrarea navei la limitele intervalelor de timp, definite de relațiile:

$$t_p = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_e \cdot N_T} \cdot p \quad (2.5.27)$$

$$t_{p+1} = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_e \cdot N_T} \cdot (p+1)$$

rezultând pentru fiecare interval p , un sistem de 4 ecuații neliniare, cu necunoscutele ζ_{p1} , ζ_{p2} , ψ_{p1} , ψ_{p2} , ce se poate scrie sub următoarea formă matriceală :

$$A_p(X_p) \cdot X_p = F_p(X_p) \quad (2.5.28)$$

unde:

$$A_p(X_p) = \begin{bmatrix} A_{p11} & A_{p12} & A_{p13} & A_{p14} \\ A_{p21} & A_{p22} & A_{p23} & A_{p24} \\ A_{p31} & A_{p32} & A_{p33} & A_{p34} \\ A_{p41} & A_{p42} & A_{p43} & A_{p44} \end{bmatrix} \quad (2.5.29)$$

$$X_p = \{\zeta_{p1} \quad \zeta_{p2} \quad \psi_{p1} \quad \psi_{p2}\}^T \quad (2.5.30)$$

$$F_p(X_p) = F_{Dp}(X_p) + F_{Vp}(X_p) \quad (2.5.31)$$

$$F_{Dp}(X_p) = \{F_{Dp1}(X_p) \quad F_{Dp2}(X_p) \quad M_{Dp1}(X_p) \quad M_{Dp2}(X_p)\}^T \quad (2.5.32)$$

$$F_{Vp}(X_p) = \{F_{Vp1}(X_p) \quad F_{Vp2}(X_p) \quad M_{Vp1}(X_p) \quad M_{Vp2}(X_p)\}^T \quad (2.5.33)$$

$$F_{Dp1}(X_p) = F_D(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_p) \quad (2.5.34)$$

$$F_{Dp2}(X_p) = F_D(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_{p+1}) \quad (2.5.35)$$

$$M_{Dp1}(X_p) = M_D(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_p) \quad (2.5.36)$$

$$M_{Dp2}(X_p) = M_D(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_{p+1}) \quad (2.5.37)$$

$$F_{Vp1}(X_p) = F_V(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_p) \quad (2.5.38)$$

$$F_{Vp2}(X_p) = F_V(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_{p+1}) \quad (2.5.39)$$

$$M_{Vp1}(X_p) = M_V(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_p) \quad (2.5.40)$$

$$M_{Vp2}(X_p) = M_V(\zeta_{p1}, \zeta_{p2}, \psi_{p1}, \psi_{p2}, t_{p+1}) \quad (2.5.41)$$

Coeficienții matricei $A_p(X_p)$, se determină cu relațiile 2.4.30 – 2.4.45.

Rezolvarea sistemului nelinier (2.5.28), se efectuează prin metoda aproximațiilor succesive, într-o versiune adaptată formei acestui sistem, similar cu rezolvarea sistemului (2.4.26).

Metoda aproximațiilor succesive, expusă mai sus, are dezavantajul că în zonele de rezonanță, devine divergentă și-n acest caz trebuie utilizată metoda de integrare în timp β -Newmark prezentată în [60] și [73], adaptată și dezvoltată pentru rezolvarea sistemului (2.5.1).

Conform acestei metode, perioada de oscilație se împarte în N_T intervale suficient de mici de durată Δt , delimitate de timpii definiți de (2.5.27), pe care se consideră că accelerația este constantă și egală cu media aritmetică a valorilor de la capetele acestor intervale, așa încât există relațiile (2.4.84) - (2.4.89), care introduse în sistemul 2.5.1, pentru intervalul p , acesta ia forma:

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{aligned} & A_{\zeta\zeta p} + B_{\zeta\zeta p} \cdot \frac{\Delta t}{2} + C_{\zeta\zeta p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \end{aligned} \right] \cdot \ddot{\zeta}_{p+1} + \left[\begin{aligned} & A_{\zeta\psi p} + B_{\zeta\psi p} \cdot \frac{\Delta t}{2} + C_{\zeta\psi p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \end{aligned} \right] \cdot \ddot{\psi}_{p+1} = \\
 & = F_D(\dot{\zeta}_p, \dot{\psi}_p, \zeta_p, \psi_p, t_{p+1}) - F_D(\dot{\zeta}_p, \dot{\psi}_p, \zeta_p, \psi_p, t_p) + \\
 & + F_V(\zeta_p, \psi_p, t_{p+1}) - F_V(\zeta_p, \psi_p, t_p) + \left[\begin{aligned} & A_{\zeta\zeta p} - B_{\zeta\zeta p} \cdot \frac{\Delta t}{2} - C_{\zeta\zeta p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \end{aligned} \right] \cdot \ddot{\zeta}_p - C_{\zeta\zeta p} \cdot \Delta t \cdot \dot{\zeta}_p + \\
 & \left[\begin{aligned} & A_{\zeta\psi p} - B_{\zeta\psi p} \cdot \frac{\Delta t}{2} - C_{\zeta\psi p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \end{aligned} \right] \cdot \ddot{\psi}_p - C_{\zeta\psi p} \cdot \Delta t \cdot \dot{\psi}_p \\
 & \left[\begin{aligned} & A_{\psi\zeta p} + B_{\psi\zeta p} \cdot \frac{\Delta t}{2} + C_{\psi\zeta p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \end{aligned} \right] \cdot \ddot{\zeta}_{p+1} + \left[\begin{aligned} & A_{\psi\psi p} - B_{\psi\psi p} \cdot \frac{\Delta t}{2} - C_{\psi\psi p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \end{aligned} \right] \cdot \ddot{\psi}_{p+1} = \\
 & = M_D(\dot{\zeta}_p, \dot{\psi}_p, \zeta_p, \psi_p, t_{p+1}) - M_D(\dot{\zeta}_p, \dot{\psi}_p, \zeta_p, \psi_p, t_p) + \\
 & + M_V(\zeta_p, \psi_p, t_{p+1}) - M_V(\zeta_p, \psi_p, t_p) + \left[\begin{aligned} & A_{\psi\zeta p} - B_{\psi\zeta p} \cdot \frac{\Delta t}{2} - C_{\psi\zeta p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \end{aligned} \right] \cdot \ddot{\zeta}_p - C_{\psi\zeta p} \cdot \Delta t \cdot \dot{\zeta}_p + \\
 & \left[\begin{aligned} & A_{\psi\psi p} - B_{\psi\psi p} \cdot \frac{\Delta t}{2} - C_{\psi\psi p} \cdot \left(\frac{\Delta t}{2}\right)^2 \end{aligned} \right] \cdot \ddot{\psi}_p - C_{\psi\psi p} \cdot \Delta t \cdot \dot{\psi}_p
 \end{aligned} \tag{2.5.42}$$

unde s-au utilizat notațiile (2.4.91) - (2.4.102). :

Sistemul de 2 ecuații neliniare, cu necunoscutele $\ddot{\zeta}_{p+1}$ și $\ddot{\psi}_{p+1}$ se poate scrie sub următoarea formă matriceală :

$$A_p(X_p) \cdot \ddot{X}_{p+1} = E_p(X_p) \tag{2.5.43}$$

și se rezolvă similar ca sistemul (2.4.103) cu diferența că :

$$F_{p+1}(X_p) = \left\{ F_{Dp+1} + F_{Vp+1} \quad M_{Dp+1} + M_{Vp+1} \right\}^T \tag{2.5.44}$$

$$F_p(X_p) = \left\{ F_{Dp} + F_{Vp} \quad M_{Dp} + M_{Vp} \right\}^T \tag{2.5.45}$$

$$F_{Dp} = F_D(\dot{\zeta}_p, \dot{\psi}_p, \zeta_p, \psi_p, t_p) \tag{2.5.46}$$

$$F_{Dp+1} = F_D(\dot{\zeta}_p, \dot{\psi}_p, \zeta_p, \psi_p, t_{p+1}) \tag{2.5.47}$$

$$F_{Vp} = F_V(\zeta_p, \psi_p, t_p) \tag{2.5.48}$$

$$F_{Vp+1} = F_V(\zeta_p, \psi_p, t_{p+1}) \tag{2.5.49}$$

$$M_{Dp} = M_D(\dot{\zeta}_p, \dot{\psi}_p, \zeta_p, \psi_p, t_p) \tag{2.5.50}$$

$$M_{Dp+1} = M_D(\dot{\zeta}_p, \dot{\psi}_p, \zeta_p, \psi_p, t_{p+1}) \tag{2.5.52}$$

$$M_{Vp} = M_V(\zeta_p, \psi_p, t_p) \quad (2.5.53)$$

$$M_{Vp+1} = M_V(\zeta_p, \psi_p, t_{p+1}) \quad (2.5.54)$$

După găsirea soluției, plecând de la relațiile (2.3.44) și (2.3.50) se calculează forța tăietoare suplimentară și momentul încovoietor suplimentar la deplasarea navei pe valuri, pe fiecare interval de timp p , în lungul navei.

2.5.3 Descrierea programului

Pe baza metodei de calcul prezentate la 2.5.2, a fost elaborat programul RLD-V2, al cărui cod a fost scris în limbajul Visual-FORTRAN, ce se poate executa pe calculatoare de 32 sau 64 bits sub sistemul de operare Windows XP sau o versiune mai nouă.

2.5.4 Verificarea metodei de calcul și a programului RLD-V2

Verificarea metodei de calcul prezentată la 2.5.2 și a programului RLD-V2 s-a efectuat prin compararea rezultatelor calculului cu măsurătorile efectuate pe modelul de încercări în bazinul Mejiro, prezentat în lucrarea [70] și descris la 2.3.4.

Și în acest caz, verificarea metodei și a programului RLD-V2, s-a efectuat prin analiza directă a variației în timp a tensiunii din punte la mijlocul modelului. Aceste variații sunt prezentate grafic în fig. 2.5.1– 2.5.3 pentru 3 regimuri de navigație.

Din analiza diagraamelor prezentate în aceste figuri, se constată că rezultatele calculului concordă cu măsurătorile pe model, abaterile fiind în general tot sub 30% și doar în cazuri izolate, cum sunt zonele de rezonanță, această limită este depășită. Ca și-n cazul celorlalte modele, aceste abateri se justifică prin complexitatea hidrodinamicii navei pe valuri, în care alături de navă participă și mase de apă adițională greu de estimat cu precizie, iar fenomenele de amortizare sunt la fel de greu de determinat cu precizie. De asemenea, distribuția de greutate a modelului Mejiro a fost adoptată fără a avea suficiente date. Totuși, abaterile sunt similare cu cele prezentate în literatura de specialitate și acceptate ca fiind rezonabile.

Calculul de mai sus, arată că în cazul modelului Mejiro, metoda expusă la 2.5.2 permite obținerea de rezultate apropiate de măsurători. O apropiere mai mare a rezultatelor calculului de măsurători ar fi posibilă printr-o mai bună apreciere a maselor adiționale și a amortizării.

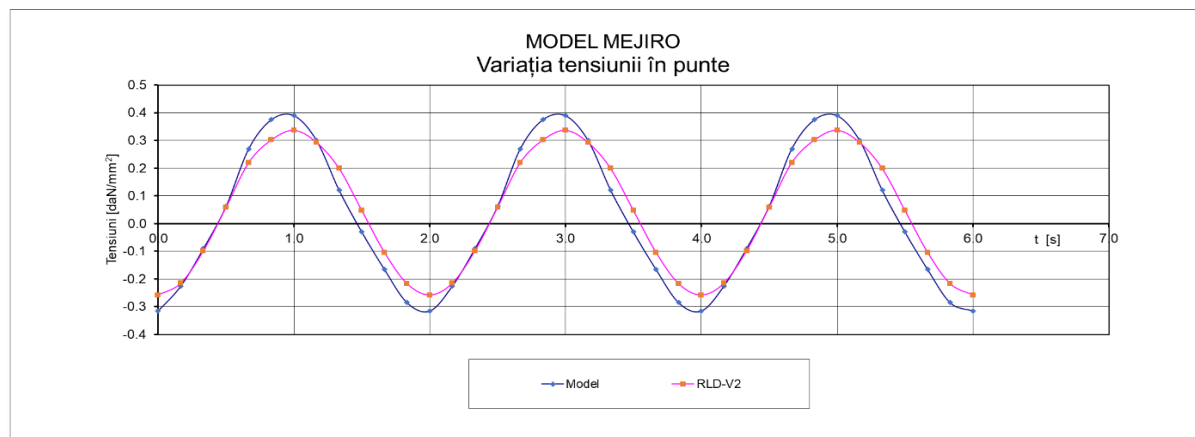


Fig. 2.5.1 – Variația în timp a tensiunii în punte când viteza modelului este 0.
Măsurătorile de pe modelul Mejiro sunt preluate din [70]

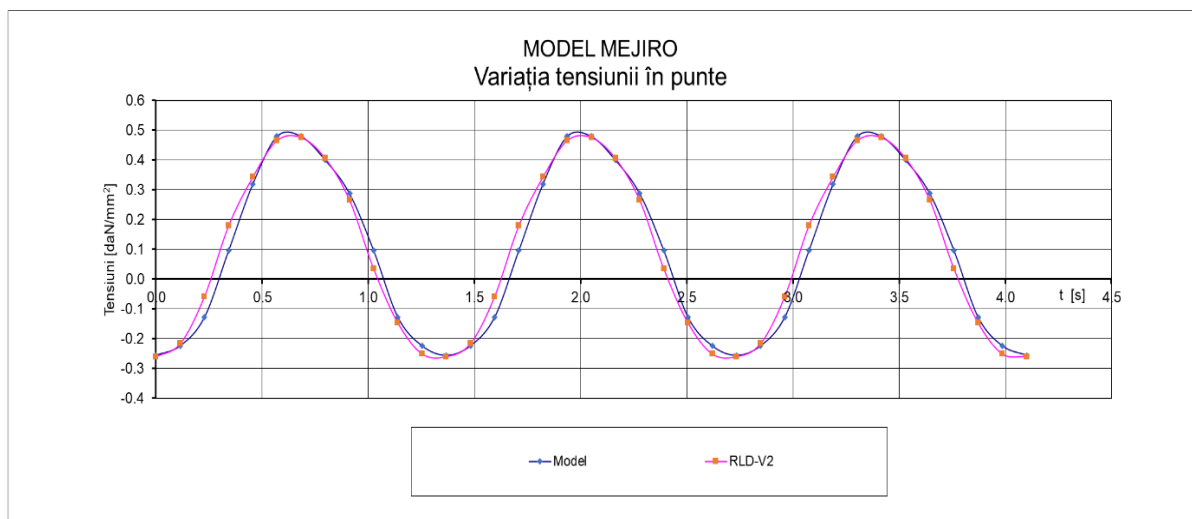


Fig. 2.5.2 – Variația în timp a tensiunii în punte când viteza modelului este 1,39 m/s.
Măsurătorile de pe modelul Mejiro sunt preluate din [70]

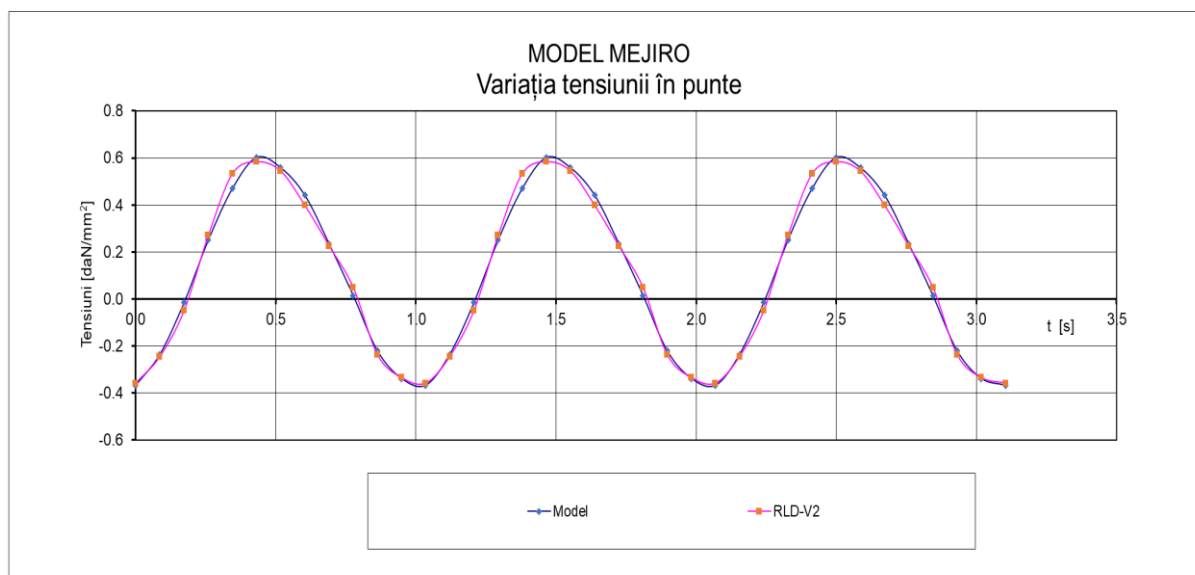


Fig. 2.5.3 – Variația în timp a tensiunii în punte când viteza modelului este 2,80 m/s.
Măsurătorile de pe modelul Mejiro sunt preluate din [70]

2.5.5 Comentarii și concluzii

Programul RLD-V2 a fost elaborat pe baza metodei prezentate la 2.5.2 bazată pe ecuația Morisson, în care amortizarea este considerată că variază cu pătratul vitezei și dezvoltată de autor într-un mod specific în vederea automatizării calculului, introducând o serie de considerente noi:

- determinarea ecuațiilor de echilibru dinamic pe intervale mici în care amortizarea este considerată că variază cu pătratul vitezei;
- determinarea corespunzător acestor intervale, a maselor de apă adițională, a amortizării și a efectului Smith luând în considerare dependența acestora și de oscilațiile navei și de parametrii valului, astfel încât matricea sistemului linear al ecuațiilor de echilibru nu mai este simetrică așa cum este redată în mod obișnuit în literatura de specialitate;

Metoda de calcul prezentată la 2.5.2 și programul RLD-V2 au fost verificate pe modelul Mejiro prezentat în lucrarea [70] și descris la 2.3.4., constatându-se că rezultatele calculului concordă cu măsurătorile, abaterile fiind în general sub 30% și doar în cazuri izolate, cum sunt zonele de rezonanță, această limită este depășită. Totuși, abaterile sunt similare cu cele prezentate în literatura de specialitate și acceptate ca fiind rezonabile, așa încât se poate considera că metoda și programul RLD-V2 furnizează rezultate care pot fi luate în considerare în studiile din domeniu.

În fig. 2.5.4 se face o comparație a tensiunilor din punte calculate de acest program cu cele obținute cu programele RLD-V1 și RLD-V1N, precum și cu măsurătorile de pe modelul Mejiro.

Se constată că abaterile între rezultatele obținute cu cele 3 programe sunt mici cu mențiunea că rezultatele programului RLD-V2 sunt mai apropiate de măsurători, dar cu observația că în zona de rezonanță ce apare la viteza de 1,39 m/s, rezultatele programului RLD-V1N, varianta TFM, sunt ceva mai apropiate de măsurători.

Calculule prezentate în tabelul 2.5.2, indică faptul că până la $F_n = 0,20$, este suficientă o verificare a rezistenței longitudinale a navei la acțiunea valurilor, doar prin așezarea cvasistatică, procedură ce este mai simplă de aplicat.

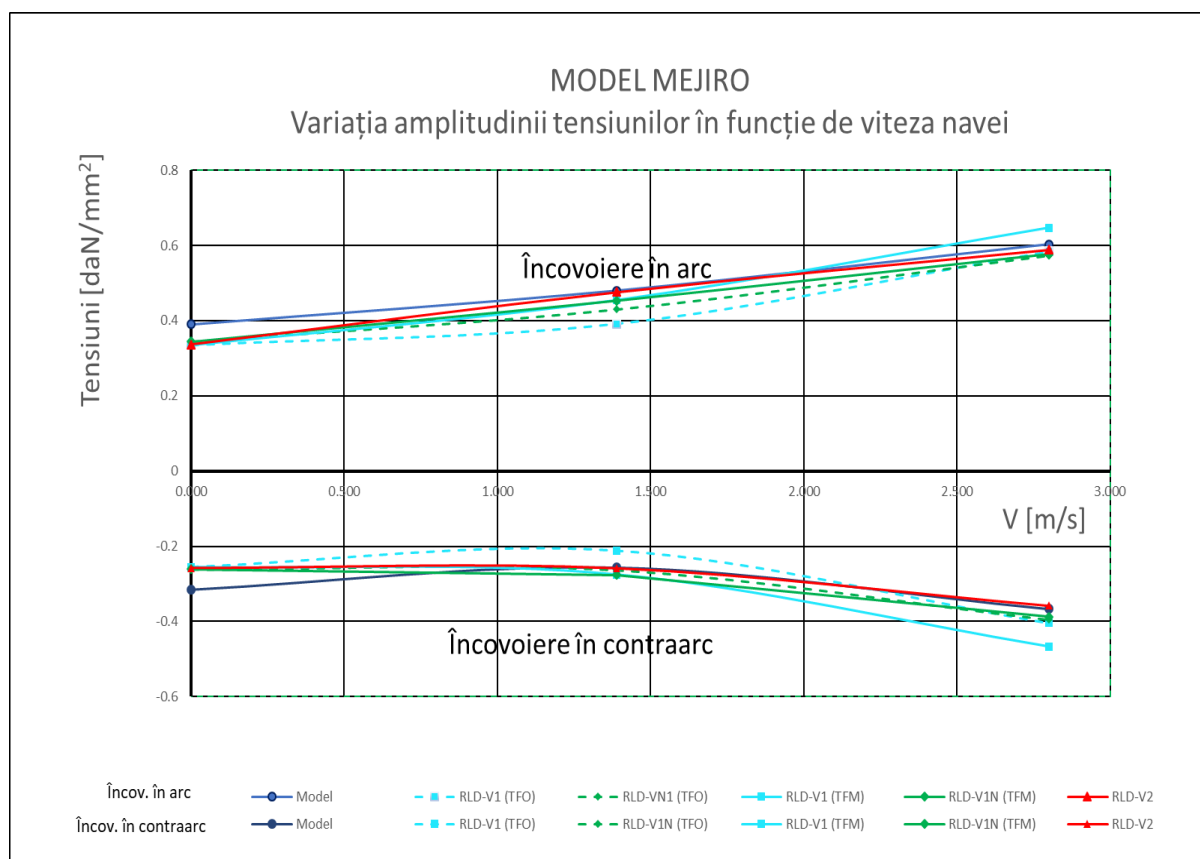


Fig. 2.5.4 – Variația tensiunilor din punte în funcție de viteză când solicitarea este în arc sau în contraarc. Măsurătorile de pe modelul Mejiro sunt preluate din [70]

3 ÎMBUNĂȚĂȚIREA SIGURANȚEI DE CONSTRUCȚIE A NAVELOR MARITIME PRIVIND REZISTENȚA LONGITUDINALĂ A CORPULUI ÎN STARE INTACTĂ

3.1 Generalități

Pentru a putea aduce îmbunătățiri la reglementările în vigoare privind rezistența longitudinală a corpului navelor intacte, aliniate la metoda IACS [74], s-a făcut o analiză a acestora cu ajutorul instrumentelor prezentate la cap. 2 și acolo unde s-a constatat că pot fi completate sau pot fi îmbunătățite, s-au făcut propuneri fundamentate în acest scop.

3.2 Prezentarea metodei IACS

Pentru determinarea eforturilor secționale datorate valurilor ce apar în corpul intact al navelor maritime, societățile de clasificare și-au aliniat metodele de calcul la cea stabilită în cadrul IACS [74.S11].

Conform acestei metode, pentru navele maritime altele decât navele portcontainere, vrachiere și tancuri petroliere cu corp dublu, momentul încovoietor indus de valul ce apare cu o probabilitate de 10^{-8} , la navigația pe mare pe direcția de propagare a valurilor, este dat de următoarele formule:

- pentru încovoiere în arc:

$$M_{wv,H} = \kappa_H \cdot F_M \cdot C \cdot L^2 \cdot B \cdot C_B \cdot 10^{-3} \text{ [kN m]} \quad (3.2.1)$$

- pentru încovoiere în contraarc:

$$M_{wv,S} = k_S \cdot F_M \cdot C \cdot L^2 \cdot B \cdot (C_B + 0.7) \cdot 10^{-3} \text{ [kN m]} \quad (3.2.2)$$

unde:

L – Lungimea navei [m];

B – Lățimea navei [m];

$k_H = 190$ – coeficient pentru încovoierea în arc;

$k_S = 110$ – coeficient pentru încovoierea în contraarc;

F_M – factor de distribuție definit în tabelul 3.2.1;

C_B – coeficientul bloc al navei la pescajul de plină încărcare;

C – Parametrul valului (reprezintă înălțimea valului, corectată datorită efectului Smith) determinat cu relațiile:

$$C = \left(\frac{L}{25} + 4.1 \right) \quad \text{pentru } L \leq 90 \text{ m}$$

$$C = \left[10.75 - \left(\frac{300 - L}{100} \right)^{1.5} \right] \quad \text{pentru } 90 \leq L \leq 300 \text{ m} \quad (3.2.3)$$

$$C = 10.75 \quad \text{pentru } 300 \leq L \leq 350 \text{ m}$$

$$C = \left[10.75 - \left(\frac{L - 350}{100} \right)^{1.5} \right] \quad \text{pentru } 350 \leq L \leq 500 \text{ m}$$

Tabel 3.2.1 – Factorul de distribuție F_M

Localizarea secțiunii transversale a corpului	Factorul de distribuție F_M
$0 \leq x < 0.4 \cdot L$	$2.5 \cdot \frac{x}{L}$
$0.4 \cdot L \leq x \leq 0.65 \cdot L$	1
$0.65 \cdot L < x \leq L$	$2.86 \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right)$

Forța tăietoare verticală indusă de valuri, ce apare într-o secțiune transversală a corpului, la navigația pe mare agitată, paralel cu direcția de propagare a valurilor, se determină conform metodei IACS, pentru aceeași categorie de nave, cu formula:

$$Q_{wv} = k_Q \cdot F_Q \cdot C \cdot L \cdot B \cdot (C_B + 0.7) \cdot 10^{-2} \text{ [kN]} \quad (3.2.4)$$

unde:

$k_Q = 30$ – coeficient pentru forfecare;

F_Q – factor de distribuție definit în tabelul 3.2.2 pentru forțe tăietoare pozitive și negative.

Tabel 3.2.2 – Factorul de distribuție F_Q

Localizarea secțiunii	Factorul de distribuție F_Q	
	Forță tăietoare pozitivă	Forță tăietoare negativă
$0 \leq x < 0.2 \cdot L$	$4.6 \cdot A \cdot \frac{x}{L}$	$4.6 \cdot \frac{x}{L}$
$0.2 \cdot L \leq x \leq 0.3 \cdot L$	$0.92 \cdot A$	0.92
$0.3 \cdot L < x < 0.4 \cdot L$	$(0.92 \cdot A - 7) \cdot \left(0.4 - \frac{x}{L}\right) + 0.7$	$2.2 \cdot \left(0.4 - \frac{x}{L}\right) + 0.7$
$0.4 \cdot L \leq x \leq 0.6 \cdot L$	0.7	0.7
$0.6 \cdot L < x < 0.7 \cdot L$	$3 \cdot \left(\frac{x}{L} - 0.6\right) + 0.7$	$(10 \cdot A - 7) \cdot \left(\frac{x}{L} - 0.6\right) + 0.7$
$0.7 \cdot L \leq x \leq 0.85 \cdot L$	1	A
$0.85 \cdot L < x \leq L$	$6.67 \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right)$	$6.67 \cdot A \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right)$
Note: $A = \frac{190 \cdot C_B}{110 \cdot (C_B + 0.7)}$		

Pentru navele portcontainer, IACS a propus metoda din [74.S11A] iar pentru vrachiere și tancuri petroliere cu corp dublu, metoda din [5.Ch.4.Sec.4.3], care sunt similare celei descrise mai sus și se obțin rezultate apropiate.

3.3 Verificarea metodei IACS de determinare a eforturilor secționale ale corpului navelor maritime intacte, induse de valuri, bazată pe metoda de așezarea cvasistatică a navei pe val

Verificarea eforturilor secționale induse de val, determinate conform IACS, se poate realiza prin calcule directe și au fost adoptate diverse metode pe baza unor ipoteze care să reducă complexitatea calculelor, fără însă a afecta semnificativ corectitudinea rezultatelor calculelor față de valorile reale.

O primă metodă directă și eficientă constă în așezarea cvasistatică a navei pe val, ce a fost descrisă la 2.2.

Metoda asigură obținerea unor rezultate precise la navigația pe valuri venind din pupa paralel cu direcția de deplasare a navei.

La așezarea pe val cvasistatic, trebuie să se țină cont de efectul Smith de reducere cu cca. 15% a presiunii hidrostatice pe adâncime ca urmare a mișcării orbitale a particulelor din val.

Pentru determinarea eforturilor secționale suplimentare induse de un val cvasistatic în lungul navei, s-a utilizat programul RLS-V1 descris la 2.2 utilizând formulele:

- pentru forța tăietoare suplimentară:

$$Q_{wv}(x) = Q_{TW}(x) - Q_{sw}(x) \quad (3.3.1)$$

- pentru momentul încovoietor suplimentar în lungul navei:

$$M_{wv}(x) = M_{TW}(x) - M_{sw}(x) \quad (3.3.2)$$

unde:

$Q_{TW}(x)$ – forța tăietoare totală la așezarea cvasistatică pe val;

$Q_{sw}(x)$ – forța tăietoare la așezarea statică pe apă calmă [kN];

$M_{TW}(x)$ – momentul încovoietor total la așezarea cvasistatică pe val;

$M_{sw}(x)$ – momentul încovoietor la așezarea statică pe apă calmă [kNm].

3.3.1 Verificarea metodei IACS la un cargou de mărfuri generale de 15000 tdw

Metodologia de calcul a eforturilor secționale suplimentare induse de val cvasistatic în corpul navei, a fost aplicată la un cargou de mărfuri generale de 15000 tdw, prezentat în figura 3.3.1, pentru verificarea metodei IACS.

Principalele caracteristici ale navei sunt indicate mai jos:

$L_{max} = 16,30$ m

$L = 155,00$ m

$B = 22,20$ m

$D = 13,40$ m

$T = 10,10$ m

Aceasta a fost așezată cvasistatic pe un val cu înălțimea corectată prin efectul Smith, egală cu valoarea C determinată cu formula (3.2.3), adică egală cu 8,997 m și o lungime egală cu lungimea navei, (valul real având înălțimea de 11,000 m, perioada de 9,96 s, lungime de 155 m și viteza de 15,6 m/s, apare cu probabilitate de 0,04% după cum indică măsurătorile statistice prezentate în [75]).

Rezultatele calculelor efectuate sunt prezentate în tabelul 3.3.1 și grafic în figurile 3.3.2 și 3.3.3.

În același tabel și grafic sunt date și eforturile suplimentare induse de un val conform metodei IACS [74.S11].

Tabel 3.3.1 – Rezultatele comparative ale calculelor eforturilor secționale suplimentare induse de valuri pentru cargoul de 15000 tdw

Parametrii de echilibru, eforturi suplimentare induse de valuri	Așezare cvasi-statică pe val cosinusoidal		Așezare cvasi-statică pe val trohoidal		Metoda IACS		Diferențe în [%] între așezarea pe val cosinusoidal și trohoidal		Diferențe în [%] între metoda IACS și așezarea cvasi-statică pe val troh.	
	Pe crst.	Pe gol	Pe creastă	Pe gol	Încovoieri în arc	Încovoieri în contraarc	Pe creastă	Pe gol	În arc/Pe creastă	În contraarc /Pe gol
$T_0 [m]$	7.599	12.630	8.119	13.117	-	-	-6.405	-3.713	-	-
$\psi [rad]$	0.658	-0.297	0.677	-0.217	-	-	-2.806	36.866	-	-
$\Theta [rad]$	0	0	0	0	0	0	0.000	0.000	0.000	0.000
$Q_{wv(+)} [kN]$	14622	18003	15164	17587	12353	12353	-3.574	2.365	-22.756	-42.370
$Q_{wv(-)} [kN]$	-14115	-18943	-14314	-17111	-11365	-11365	-1.390	10.707	-25.948	-50.559
$M_{wv} [kNm]$	589390	-838078	599373	-797591	574646	-700266	-1.666	5.076	-4.303	-13.898

Se constată că momentele încovoietoare suplimentare maxime determinate prin așezarea statică a navei pe val, sunt cu până la 14% mai mari decât cele determinate după IACS, iar în cazul forțelor tăietoare, diferențele sunt mult mai mari, ajungând până la 51%, ceea ce înseamnă că relațiile indicate de IACS duc la subdimensionarea navelor din punct de vedere al eforturilor secționale induse de val.

De asemenea, se observă că diferențele dintre eforturile secționale maxime când nava este așezată pe val cosinusoidal și val trohoidal sunt sub 10.7%, ceea ce permite aproximarea valului real trohoidal cu un val cosinusoidal în vederea realizării de analize a comportării navei pe valuri cu un efort mai mic, dar menținând precizia rezultatelor în limite acceptabile.



Fig. 3.3.1 – Cargoul de 15000 tdw analizat

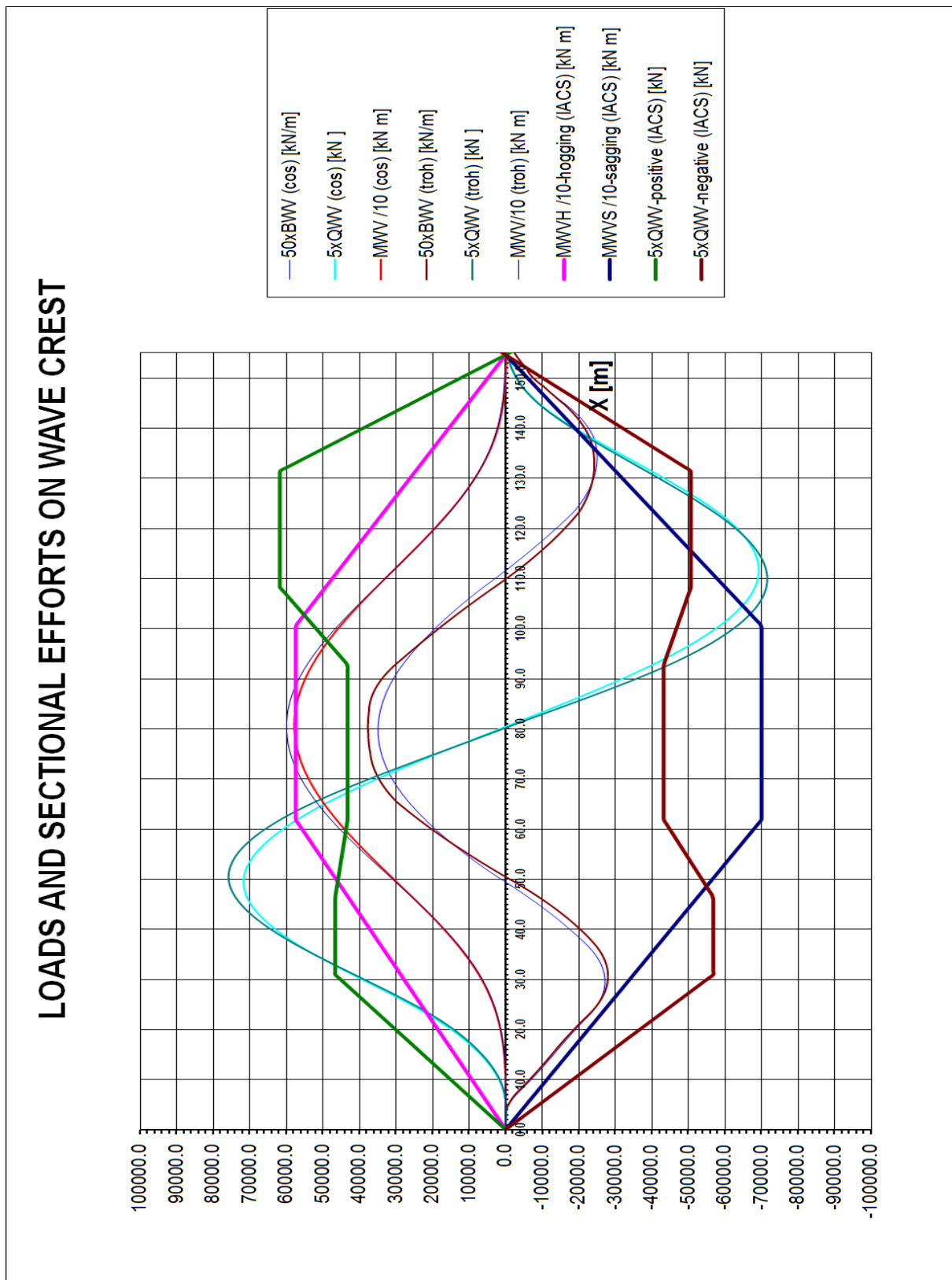


Fig. 3.3.2 – Eforturi secționale suplimentare în corpul cargoului de 15000 de tdw analizat la așezarea cvasistatică pe creastă de val împreună cu eforturile secționale determinate după formulele IACS

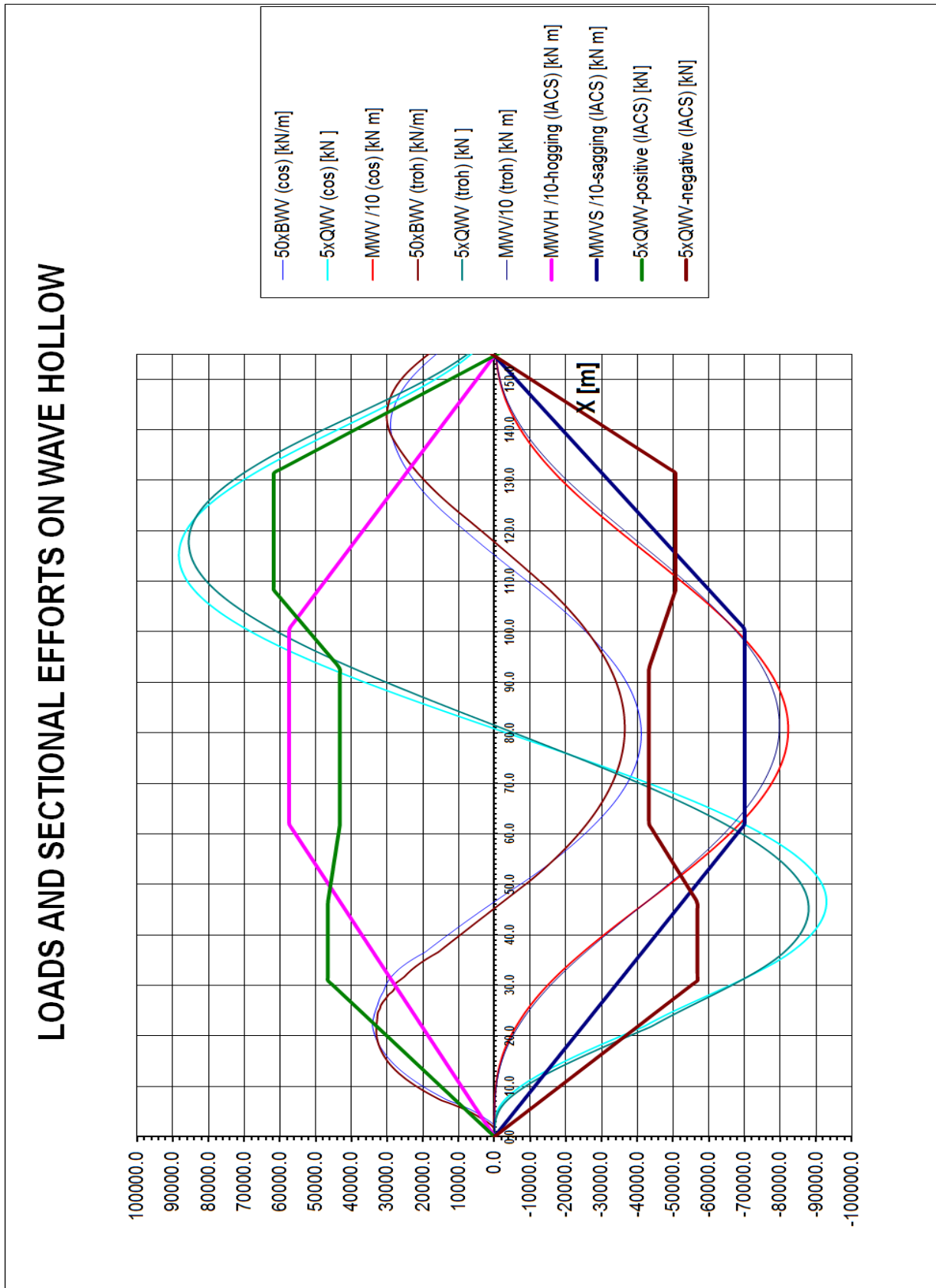


Fig. 3.3.3 – Eforturi secționale suplimentare în corpul cargoului de 15000 de tdw analizat la așezarea cvasistatică pe gol de val împreună cu eforturile secționale determinate după formulele IACS

3.3.2 Verificarea metodei IACS la un vrachier de 65000 tdw

De asemenea, metoda IACS a fost verificată și la un vrachier de 65000 tdw, prezentat în figura 3.3.4. Principalele caracteristici ale navei sunt indicate mai jos:

$$L_{max} = 254,10 \text{ m}$$

$$L = 250,00 \text{ m}$$

$$B = 32,20 \text{ m}$$

$$D = 17,00 \text{ m}$$

$$T = 12,30 \text{ m}$$

Aceasta a fost așezată cvasistatic pe un val cu înălțimea corectată prin efectul Smith, egală cu valoarea C determinată cu formula (3.2.3), adică egală cu 10,396 m și o lungime egală cu lungimea navei, (valul real având înălțimea de 13 m, perioada de 12,65 s, lungime de 250 m și viteza de 19,8 m/s, apare cu probabilitate de 0.017% după cum indică măsurătorile statistice prezentate în [75]).

Rezultatele calculelor efectuate sunt prezentate tabelul 3.3.2 și grafic în figurile 3.3.5 și 3.3.6.

În același tabel și grafic sunt date și eforturile suplimentare induse de un val conform metodei IACS [74.S11].

Tabel 3.3.2 – Rezultatele comparative ale calculelor eforturilor secționale suplimentare induse de valuri pentru vrachierul de 65000 tdw

Parametrii de echilibru, eforturi suplimentare induse de valuri	Așezare cvasistatică pe val cosinusoidal		Așezare cvasistatică pe val trohoidal		Metoda IACS		Diferențe în [%] între așezarea pe val cosinusoidal și trohoidal		Diferențe în [%] între metoda IACS și așezarea cvasistatică pe val troh.	
	Pe crst.	Pe gol	Pe creastă	Pe gol	Încovoieri în arc	Încovoieri în contraarc	Pe creastă	Pe gol	În arc/Pe creastă	În contraarc /Pe gol
$T_o [m]$	10.116	12.734	10.623	13.148	-	-	-4.773	-3.149	-	-
$\psi [rad]$	0.930	-0.922	0.958	-0.904	-	-	-2.923	1.991	-	-
$\Theta [rad]$	0	0	0	0	0	0	0.000	0.000	0.000	0.000
$Q_{wv(+)} [kN]$	50134	55983	51541	54467	37737	37737	-2.730	2.783	-36.579	-44.333
$Q_{wv(-)} [kN]$	-48828	-56032	-49851	-54421	-35015	-35015	-2.052	2.960	-42.370	-55.422
$M_{wv} [kNm]$	346811 8	-4132476	3547379	-4024886	3209681	-3459289	-2.234	2.673	-10.521	-16.350

Se constată că momentele încovoietoare suplimentare maxime determinate prin așezarea statică a navei pe val sunt cu până la 16.35% mai mari decât cele determinate după IACS, iar în cazul forțelor tăietoare, diferențele sunt tot așa de mari, ajungând până la 55.5%, ceea ce înseamnă că relațiile indicate de IACS duc la subdimensionarea navelor din punct de vedere al eforturilor secționale induse de val.

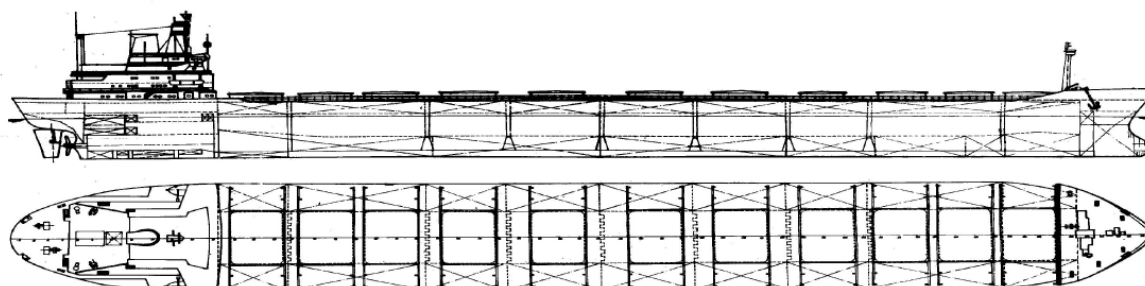


Fig. 3.3.4 – Vrachiul de 65000 tdw analizat

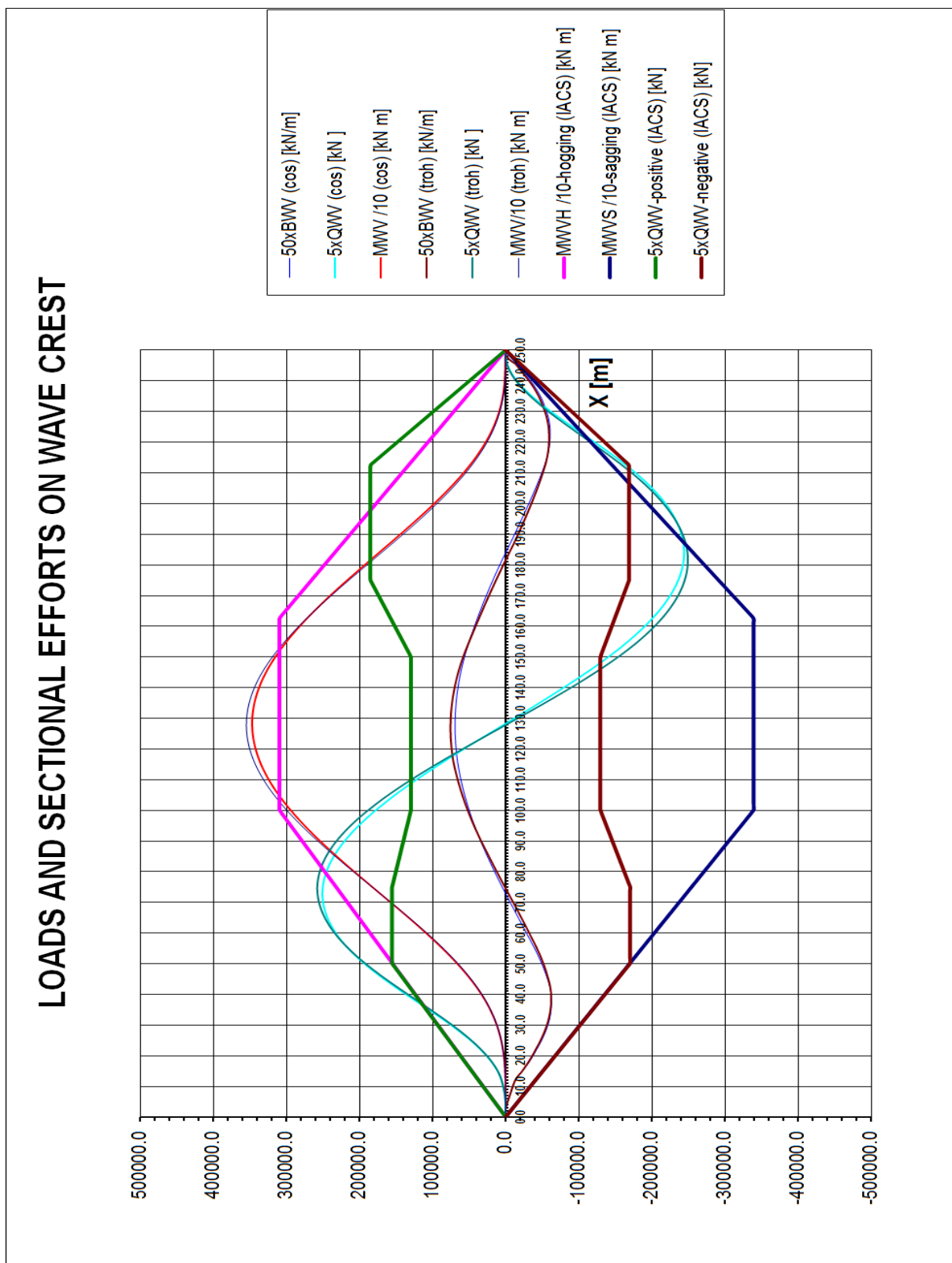


Fig. 3.3.5 – Eforturi secționale suplimentare în în corpul vrachierului de 65000 de tdw analizat la așezarea cvasistatică pe creastă de val împreună cu eforturile secționale determinate după formulele IACS

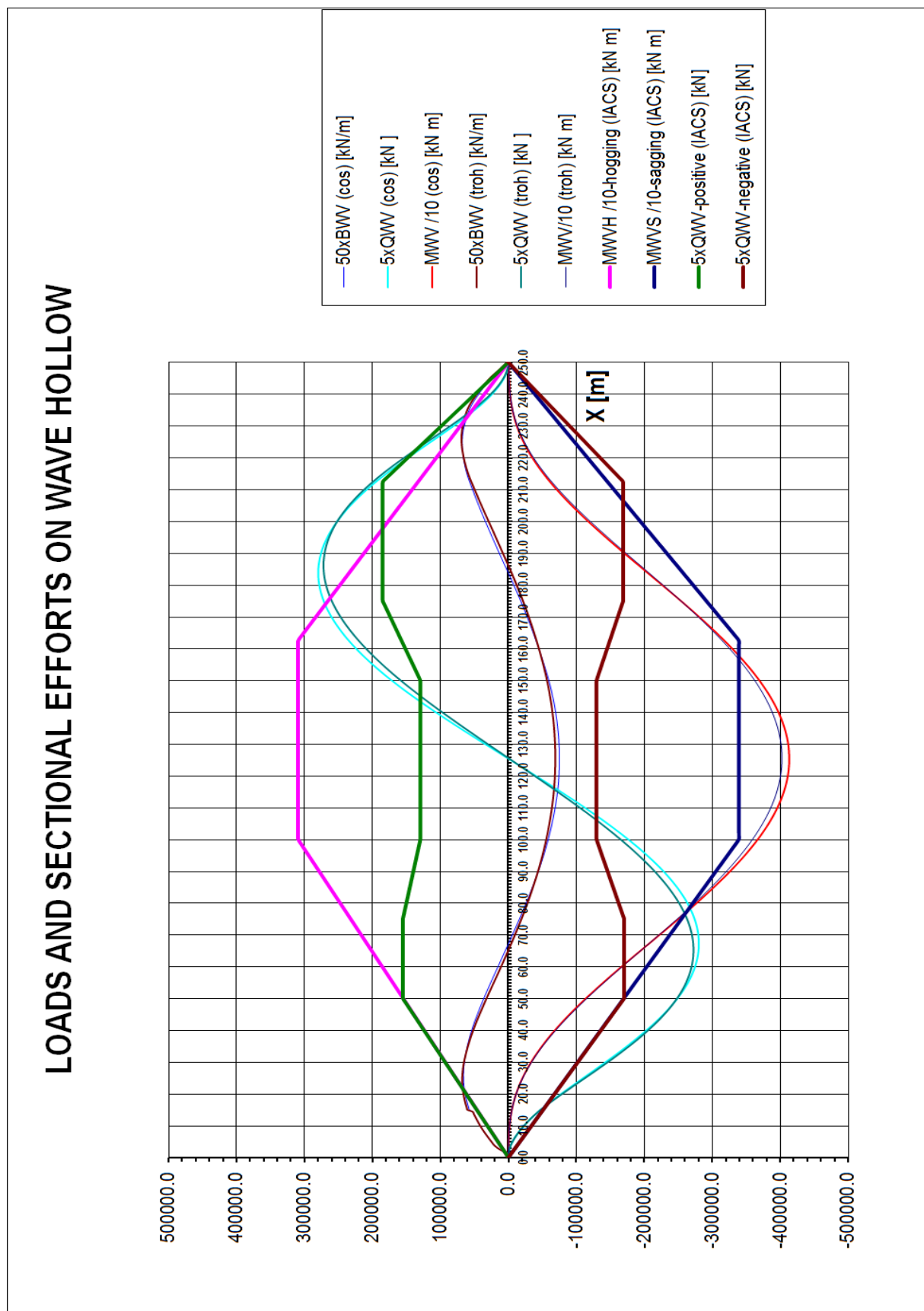


Fig. 3.3.6 – Eforturi secționale suplimentare în în corpul vrachierului de 65000 de tdw analizat la așezarea cvasistatică pe gol de val împreună cu eforturile secționale determinate după formulele IACS

3.4 Verificarea metodei IACS de determinare a eforturilor secționale ale corpului navelor maritime intacte, induse de valuri, bazată pe metodele de așezare dinamică a navei pe val

Verificarea eforturilor secționale induse de val, determinate conform IACS, s-a realizat și la așezarea dinamică a navei pe val, pe baza metodelor prezentate la 2.3 -2.5 și utilizând programele RLD-V1, RLD-V1N și RLD-V2.

În acest scop, s-au efectuat calcule comparative prezentate mai jos, pe cele 2 tipuri de nave descrise la 3.3.

Valorile momentelor încovoietoare determinate prin metoda liniară cu programul RLD-V1, au fost corectate ca urmare a neliniarității fenomenului, cu formulele indicate în [75], ce au fost determinate având în vedere metoda IACS [74]:

$$M_h = M_L \cdot \frac{2}{1+R} \quad (3.4.1)$$

$$M_s = M_L \cdot \frac{2 \cdot R}{1+R} \quad (3.4.2)$$

unde:

$$R = \frac{C_B + 0.7}{1.73 \cdot C_B} \quad (3.4.3)$$

M_L – momentul încovoietor determinat după metoda liniară cu programul RLD-V1;

M_h – momentul încovoietor în arc;

M_s – momentul încovoietor în contraarc.

3.4.1 Verificarea metodei IACS la cargoul de mărfuri generale de 15000 tdw

Pentru verificarea metodei IACS, eforturilor secționale suplimentare din corpul navei, induse de valuri la așezarea dinamică, au fost determinate mai întâi la cargoul de mărfuri generale de 15000 tdw prezentat în figura 3.3.1.

Plecând de la valul convențional cu înălțimea corectată prin efectul Smith, egală cu valoarea C, determinată cu formula (3.2.3), adică egală cu 8,997 m și o lungime egală cu lungimea navei, se determină parametrii valului real neafectat de efectul Smith, ce va fi utilizat în calculul dinamic. Acest val are înălțimea de 11,000 m, perioada de 9,96 s, lungime de 155 m și viteza de 15,6 m/s și apare cu probabilitate de 0.04% după cum indică măsurătorile statistice prezentate în [76].

Așezând nava dinamic pe un asemenea val, în urma calculelor se obțin rezultatele prezentate grafic în figurile 3.4.1 și 3.4.2.

În același timp sunt date și eforturile suplimentare induse de val conform metodei IACS [74.S11] și cele suplimentare la așezarea cvasistatică.

Se constată că eforturile secționale suplimentare obținute prin calcule directe la așezarea dinamică a navei pe val, cresc odată cu viteza până ce numărul Froude F_n , depășește valoarea 0,20 după care tendința e de stabilizare și apoi de descreștere. Ca și la așezarea cvasistatică, aceste eforturi ajung să fie mai mari decât cele obținute conform metodei IACS. Astfel, momentele încovoietoare suplimentare maxime sunt în medie cu

50% mai mari decât cele determinate după IACS la viteza de peste 20 Nd, iar în cazul forțelor tăietoare, diferențele ajungând până la 80%, ceea ce înseamnă că relațiile indicate de IACS duc la subdimensionarea navelor din punct de vedere al rezistenței longitudinale.

Totuși până la $Fn = 0,20$, adică până la 15 Nd, momentele induse de valul dinamic sunt în medie cu 25% mai mari decât cele IACS, iar forțele tăietoare cu 50%.

De remarcat că până la $Fn = 0,15$, eforturile secționale determinate la așezarea cvasistatică sunt în general mai mari decât cele determinate la așezarea dinamică.

De asemenea, se constată că până la $Fn = 0,10$, eforturile secționale calculate dinamic sunt în general sub valorile IACS.

3.4.2 Verificarea metodei IACS la vrachierul de 65000 tdw

Pentru verificarea metodei IACS, eforturile secționale suplimentare din corpul navei, induse de valuri la așezarea dinamică, au fost determinate și pentru vrachierul de 65000 tdw prezentat în figura 3.3.6.

Plecând de la valul convențional cu înălțimea corectată prin efectul Smith, egală cu valoarea C determinată cu formula (3.2.3), adică egală cu 10,396 m și o lungime egală cu lungimea navei, se determină parametrii valului real neafectat de efectul Smith, ce va fi utilizat în calculul dinamic. Acest val are înălțimea de 13,000 m, perioada de 12,65 s, lungime de 250 m și viteza de 19,8 m/s și apare cu probabilitate de 0,017% după cum indică măsurătorile statistice prezentate în [76].

Așezând nava dinamic pe un asemenea val, în urma calculelor se obțin rezultatele prezentate grafic în figurile 3.4.3 și 3.4.4.

În același timp sunt date și eforturile suplimentare induse de val conform metodei IACS [74.S11] și cele suplimentare la așezarea cvasistatică.

Se constată că eforturile secționale suplimentare obținute prin calcule directe la așezarea dinamică a navei pe val, cresc odată cu viteza până ce numărul Froude Fn , depășește valoarea 0,20 după care tendința e de stabilizare și apoi de descreștere. Ca și la așezarea cvasistatică, aceste eforturi ajung să fie mai mari decât cele obținute conform metodei IACS. Astfel, momentele încovoietoare suplimentare maxime sunt în medie cu 30% mai mari decât cele determinate după IACS la viteza de peste 20 Nd, iar în cazul forțelor tăietoare, diferențele ajungând până la 70%, ceea ce înseamnă că relațiile indicate de IACS duc la subdimensionarea navelor din punct de vedere al rezistenței longitudinale.

De remarcat că până la $Fn = 0,15$, adică până la 15 Nd, eforturile secționale determinate la așezarea cvasistatică sunt în general mai mari decât cele determinate la așezarea dinamică.

De asemenea, se constată că până la $Fn = 0,10$, eforturile secționale calculate dinamic sunt în general sub valorile IACS.

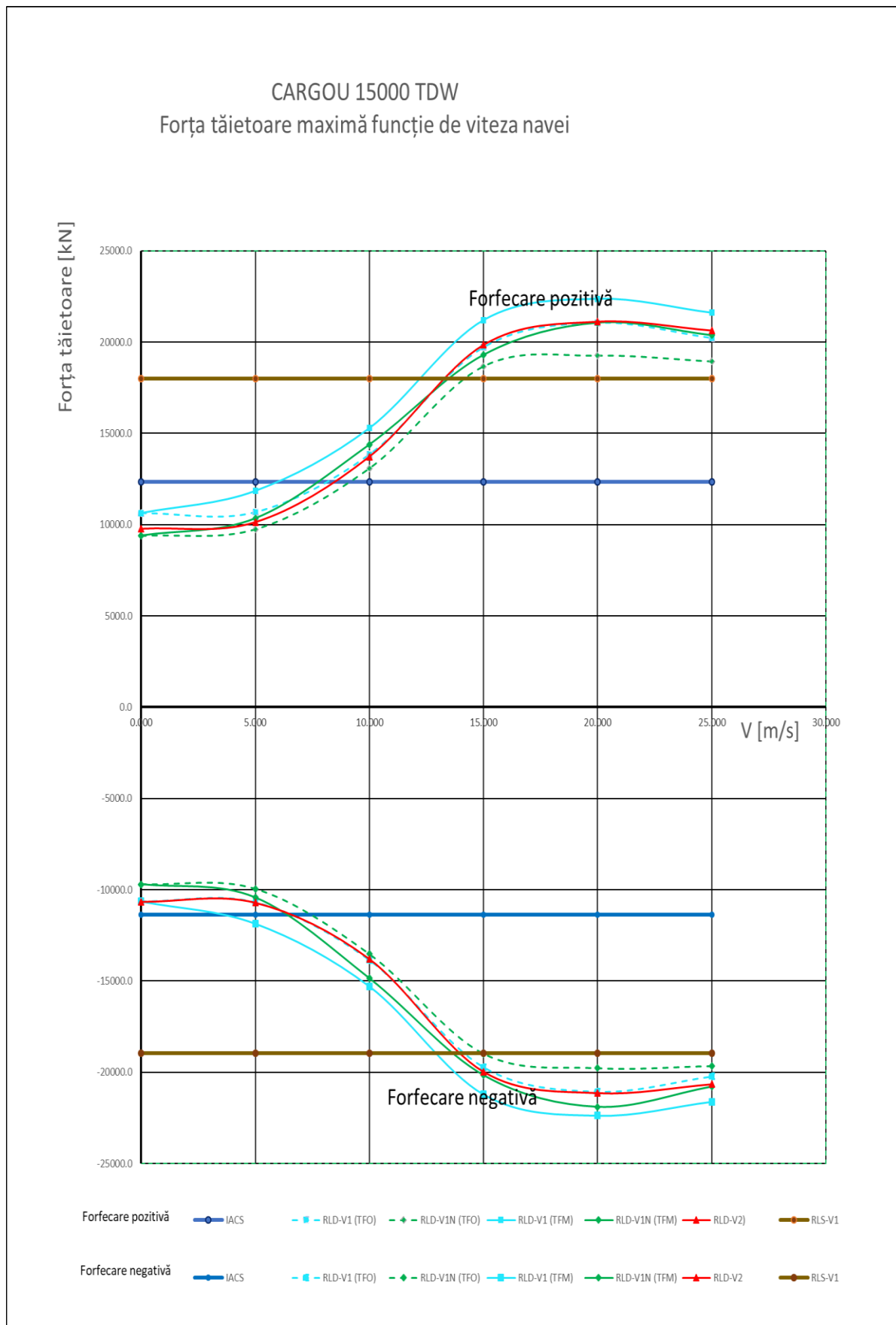


Fig. 3.4.1 – Valorile maxime ale forțelor tăietoare suplimentare induse de valuri în corpul cargoului de 15000 tdw în funcție de viteza navei

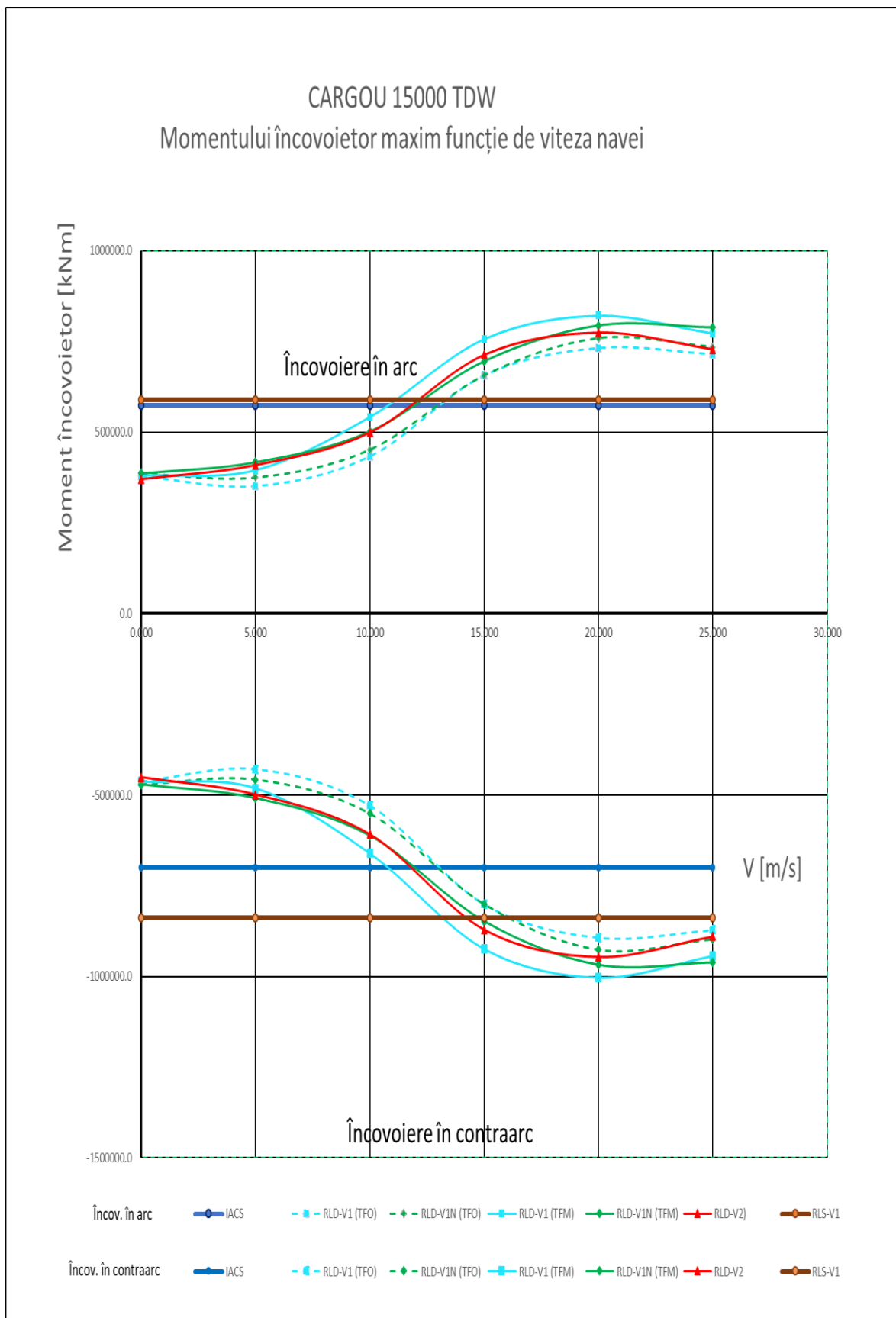


Fig. 3.4.2 – Valorile maxime ale momentelor încovoiătoare suplimentare induse de valuri în corpul cargoului de 15000 tdw în funcție de viteza navei

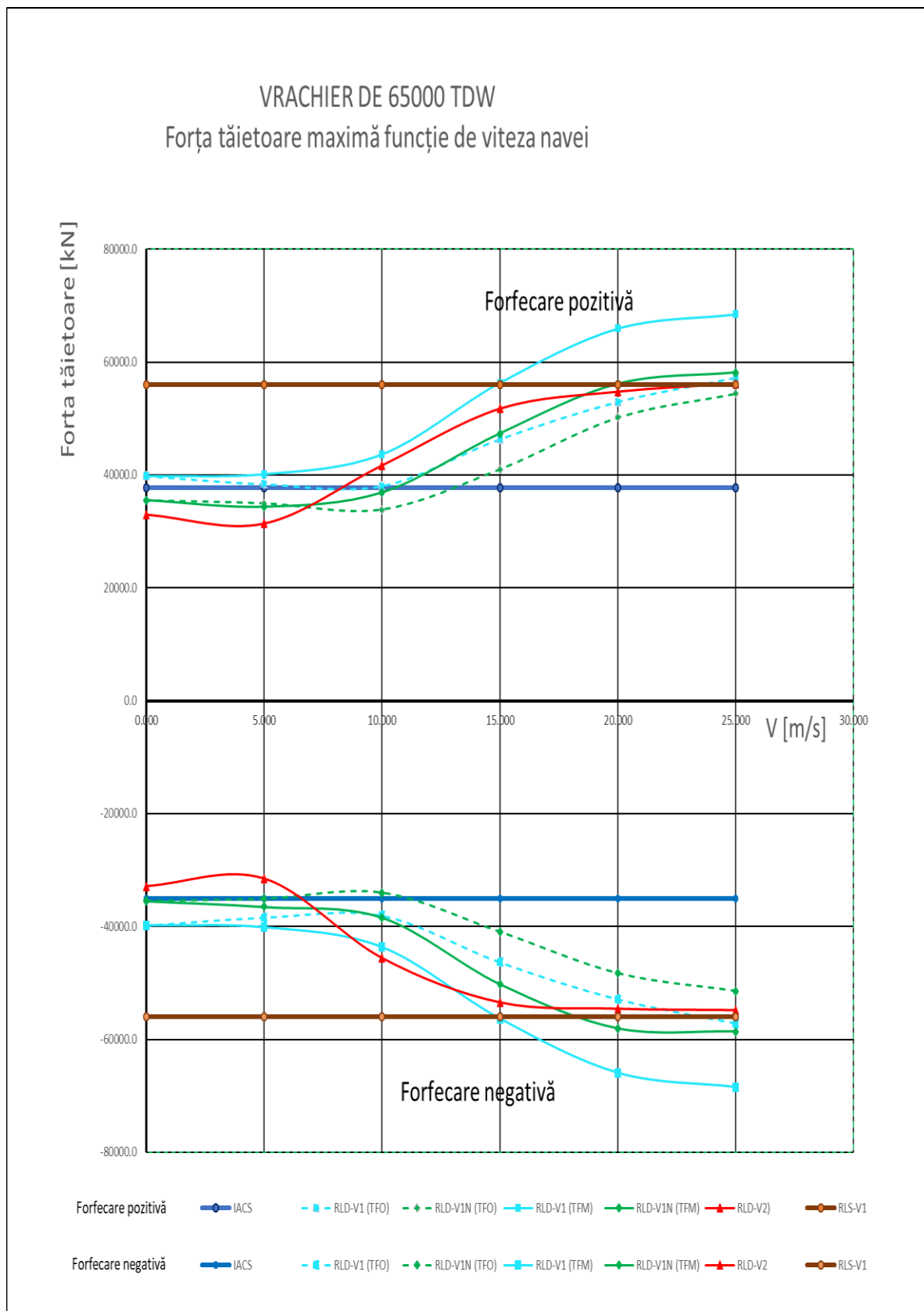


Fig. 3.4.3 – Valorile maxime ale forțelor tăietoare suplimentare induse de valuri în corpul vrachierului de 65000 tdw în funcție de viteza navei

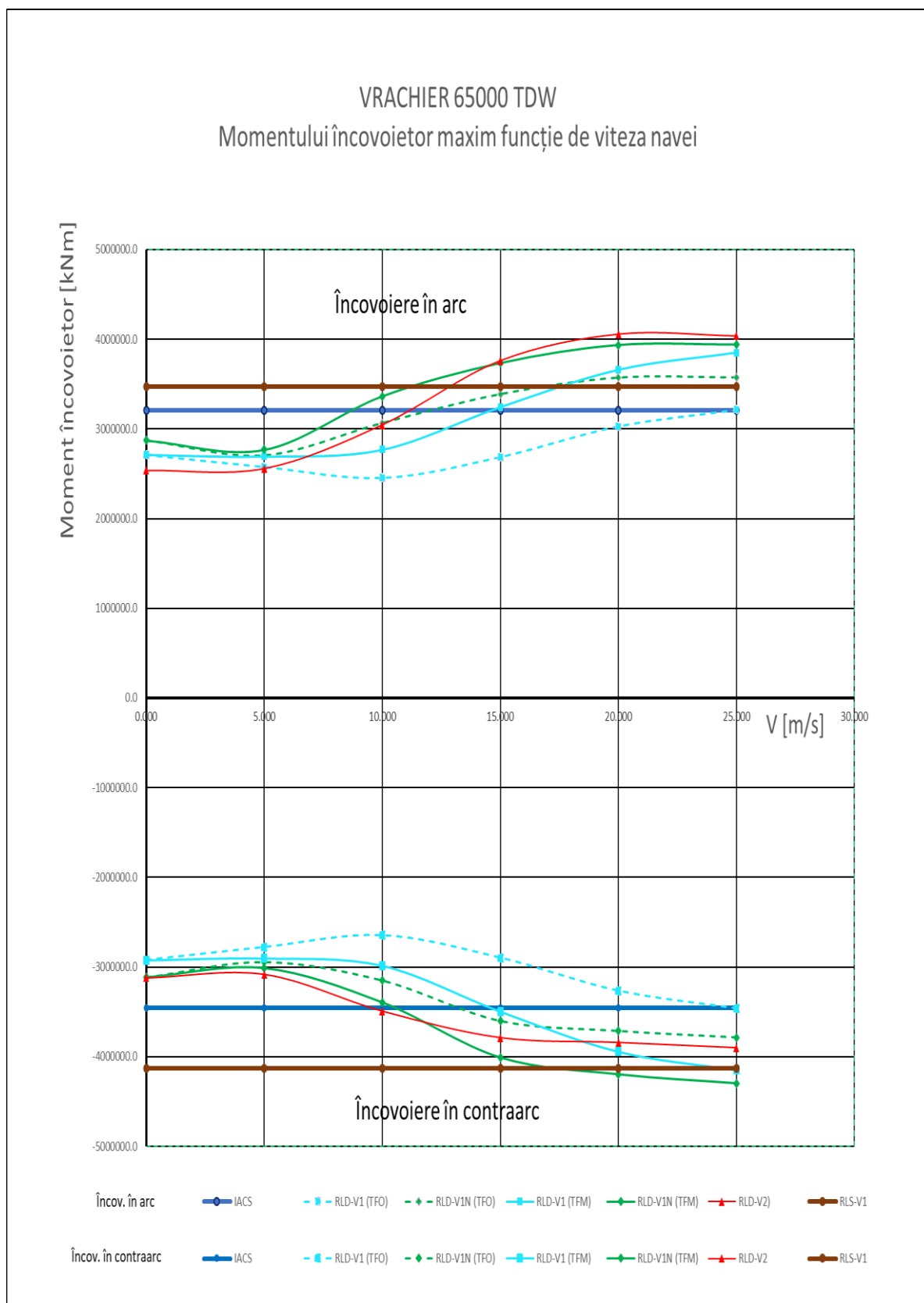


Fig. 3.4.4 – Valorile maxime ale momentelor încovoiitoare suplimentare induse de valuri în corpul vrachierului de 65000 tdw în funcție de viteza navei

3.5 Comentarii, concluzii și propuneri

Din cele prezentate la 3.4, rezultă că formulele stabilite de IACS pentru calculul eforturilor secționale induse de valuri în corpul navelor maritime, sunt depășite și duc la subdimensionarea elementelor structurale longitudinale ale acestora.

Această constatare este certă pentru că eforturile secționale conform IACS au fost comparate mai întâi la 3.3, cu valorile obținute din așezarea cvasistatică a navei pe val care furnizează valori cu grad mare de acuratețe. Acest caz de navigație se întâlnește frecvent când se navigă cu valuri din pupa.

Așezarea dinamică a navei pe val are anumite limite de aproximație a eforturilor, stabilite prin testarea metodelor și programelor de calcul prezentate la 2.3, 2.4 și 2.5, pe 3 modele de încercări, dar diferențele apărute între calcule și metoda IACS, depășesc aceste limite, așa încât și la așezarea dinamică, eforturile secționale calculate sunt cu certitudine mai mari decât cele IACS.

Subdimensionarea navelor în ceea ce privește eforturile secționale induse de valuri, este confirmată de datele din Raportul MSC 75/5/2 de analiză a siguranței vrachierelor în perioada 1978-2000 realizat de Japonia pentru Comitetul de Siguranță Maritimă al IMO [77].

Ca urmare, această organizație a impus începând cu iulie 2006, prin Regula XII/6.2 din Convenția SOLAS, ca vrachierele cu lungimea de calcul de peste 150 m să aibă dublu bordaj [4].

Având în vedere cele prezentate mai sus, în scopul îmbunătățirii siguranței de construcție a navei se propun următoarele:

- factorul k_H din formula (3.2.1) să fie crescut cu aproximativ 10% și anume să aibă valoarea 210 în loc de 190;
- factorul k_S din formula (3.2.2) să fie crescut cu aproximativ 20% și anume să aibă valoarea 130 în loc de 110;
- factorul k_Q din formula (3.2.4) să fie crescut cu aproximativ 50% și anume să aibă valoarea 50 în loc de 30;
- formulele se vor multiplica cu factorul k_F , ce introduce dependența de F_n :

$$k_F = \max(1, \sqrt{0.5 + 6 \cdot F_n - 11 \cdot F_n^2}) \quad (3.5.1)$$

Aceste propuneri modifică formulele IACS de determinare a eforturilor secționale induse de valuri, după cum urmează:

- pentru momentul încovoietor în arc:

$$M_{WV,H} = \kappa_F \cdot \kappa_H \cdot F_M \cdot C \cdot L^2 \cdot B \cdot C_B \cdot 10^{-3} \text{ [kN m]} \quad (3.5.2)$$

- pentru momentul încovoietor în contraarc:

$$M_{WV,S} = \kappa_F \cdot k_S \cdot F_M \cdot C \cdot L^2 \cdot B \cdot (C_B + 0.7) \cdot 10^{-3} \text{ [kN m]} \quad (3.5.3)$$

- pentru forța tăietoare:

$$Q_{WV} = \kappa_F \cdot k_Q \cdot F_Q \cdot C \cdot L \cdot B \cdot (C_B + 0.7) \cdot 10^{-2} \text{ [kN]} \quad (3.5.4)$$

unde:

$k_H = 210$ – coeficient pentru încovoierea în arc;

$k_S = 130$ – coeficient pentru încovoierea în contraarc;

$k_Q = 50$ – coeficient pentru forfecare.

Prin aplicarea acestor formule revizuite, pentru cargoul de 15000 tdw, noile valori ale eforturilor secționale IACS induse de valuri sunt prezentate grafic în fig. 3.5.1 și 3.5.2 comparativ cu valorile determinate prin calcule directe.

Pentru vrachierul de 65000 tdw, rezultatele aceluiași calcule sunt prezentate grafic în fig. 3.5.3 și 3.5.4.

Din analiza acestor rezultate prezentate grafic se constată că formulele IACS revizuite acoperă suficient de bine valorile determinate prin calcule directe.

Din analiza efectuată, rezultă ca formulele actuale IACS de determinare a eforturilor secționale suplimentare induse de valuri, trebuie corectate pentru că aceste eforturi sunt depășite semnificativ în situații reale și în special forțele tăietoare.

O confirmare în plus este adusă și de datele din tabelul 3.5.1 unde se compară eforturile secționale determinate prin calcul direct și după formulele IACS actuale și revizuite pentru 2 petroliere prezentate în [75]. Se constată că rezultatele calculelor directe depășesc cu până la 30% valorile obținute cu formulele actuale IACS și numai cu până la 10% pe cele obținute cu formulele propuse (3.5.2), (3.5.3) și (3.5.4).

Tabel 3.5.1 – Rezultate comparative la 2 petroliere prezentate în [75] pentru verificarea formulelor IACS revizuite

Tip navă	Mod încovoiere	MOMENTE ÎNCOVOIETOARE [kNm]		
		IACS actual	IACS revizuit	Calcul direct linear
Petrolier de 65200 tdw	Arc	1785670.366	2213087.057	2145000
	Contraarc	1921743.406	2546698.778	2273000
Petrolier de 166300 tdw	Arc	5781138.325	6935782.479	7512000
	Contraarc	6211134.201	7967792.027	7962000

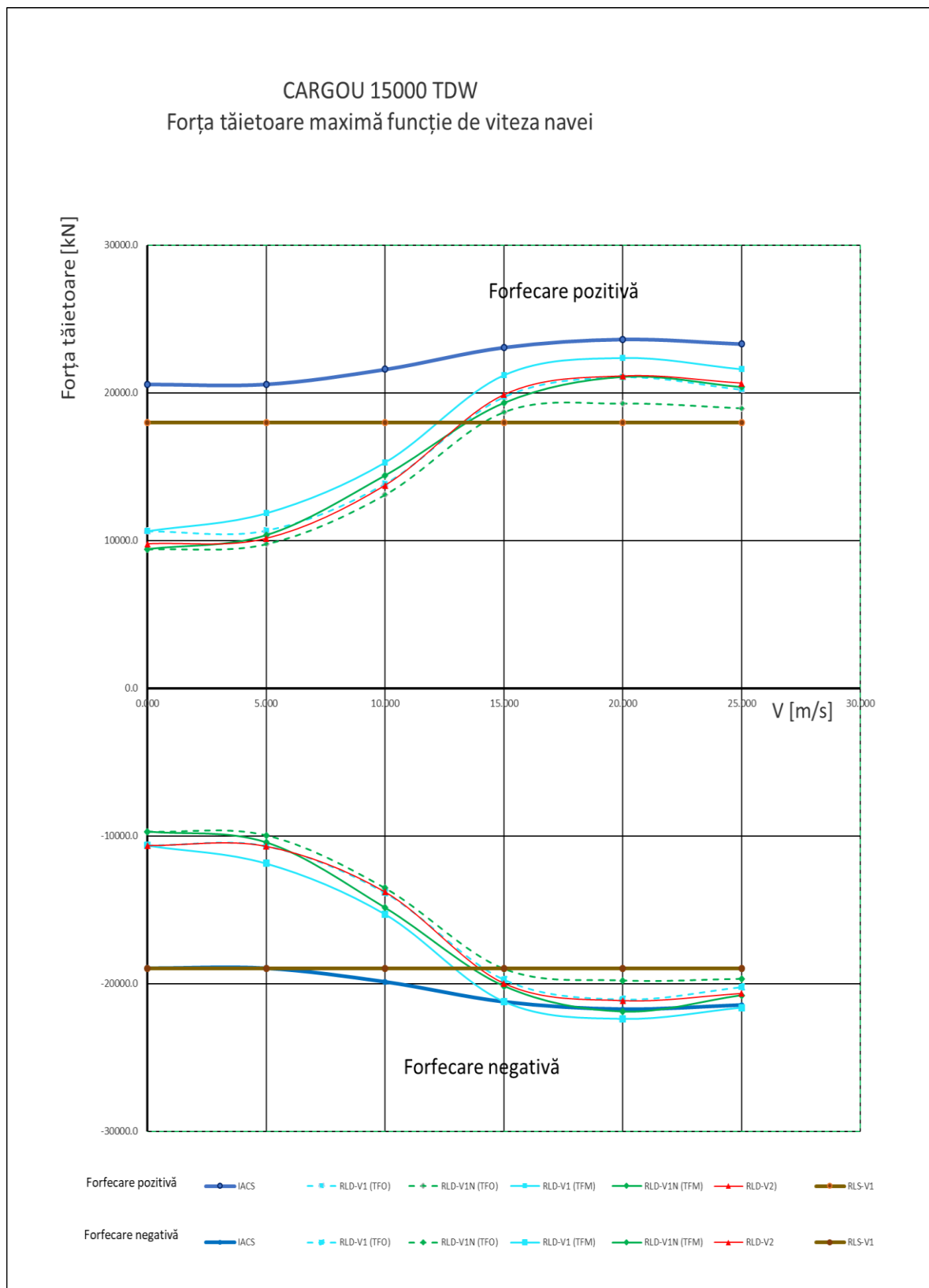


Fig. 3.5.1 – Valorile maxime revizuite ale forțelor tăietoare suplimentare IACS induse de valuri în corpul cargoului de 15000 tdw, comparativ cu valorile determinate prin calcule directe

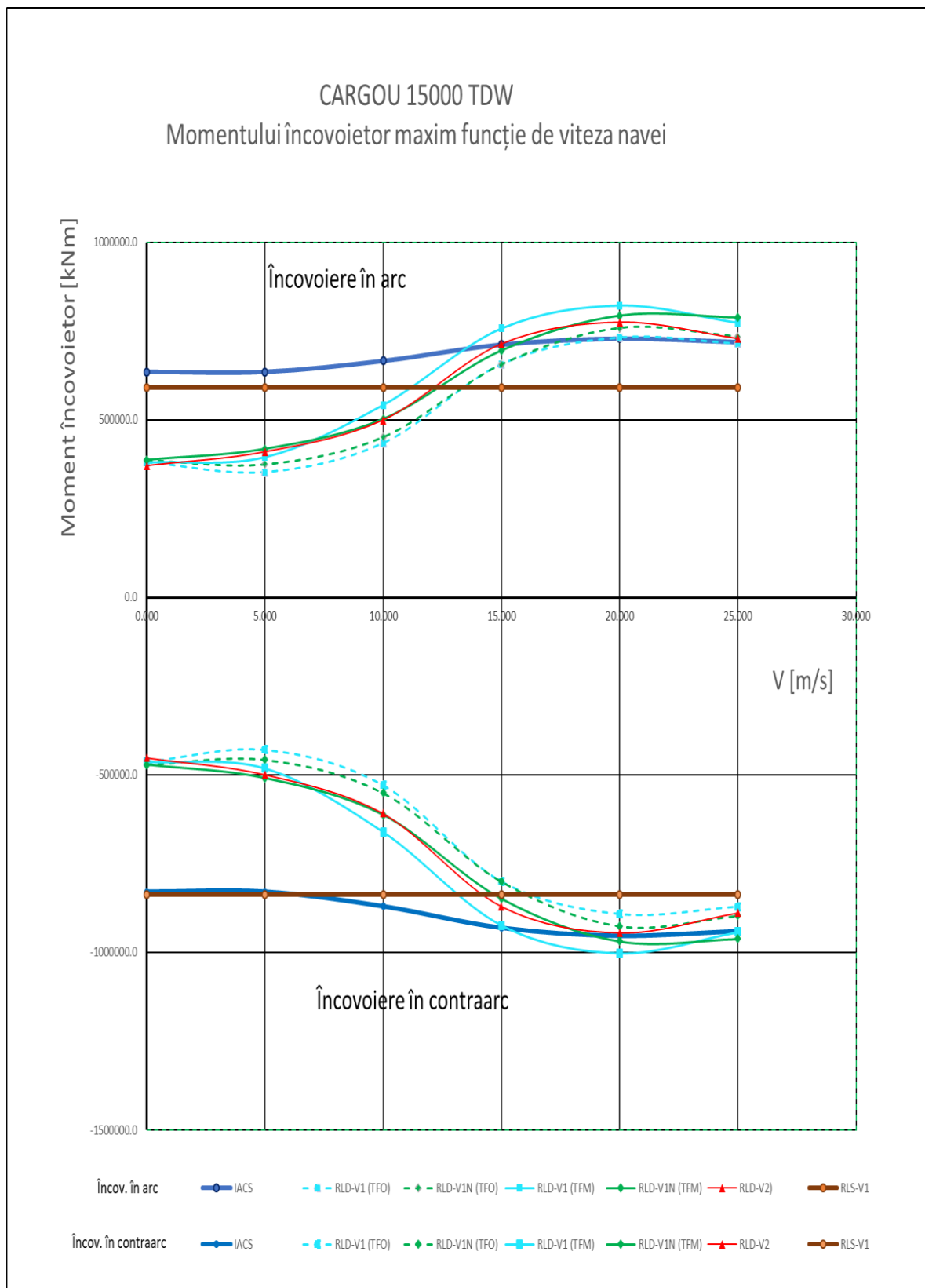


Fig. 3.5.2 – Valorile maxime revizuite ale momentelor încovoietoare suplimentare IACS induse de valuri în corpul cargoului de 15000 tdw, comparativ cu valorile determinate prin calcule directe

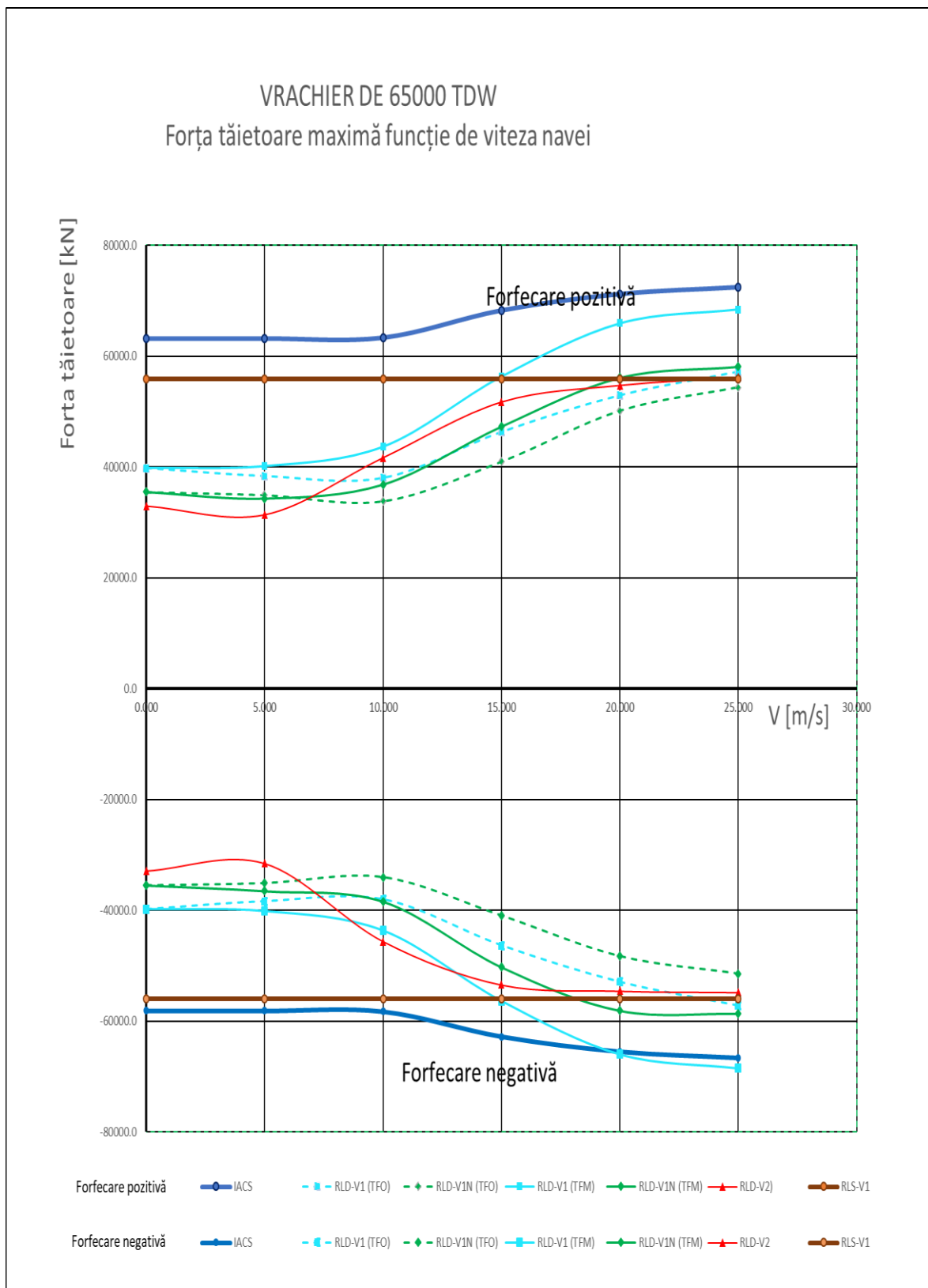


Fig. 3.5.3 – Valorile maxime revizuite ale forțelor tăietoare suplimentare IACS induse de valuri în corpul vrachierului de 65000 tdw, comparativ cu valorile determinate prin calcule directe

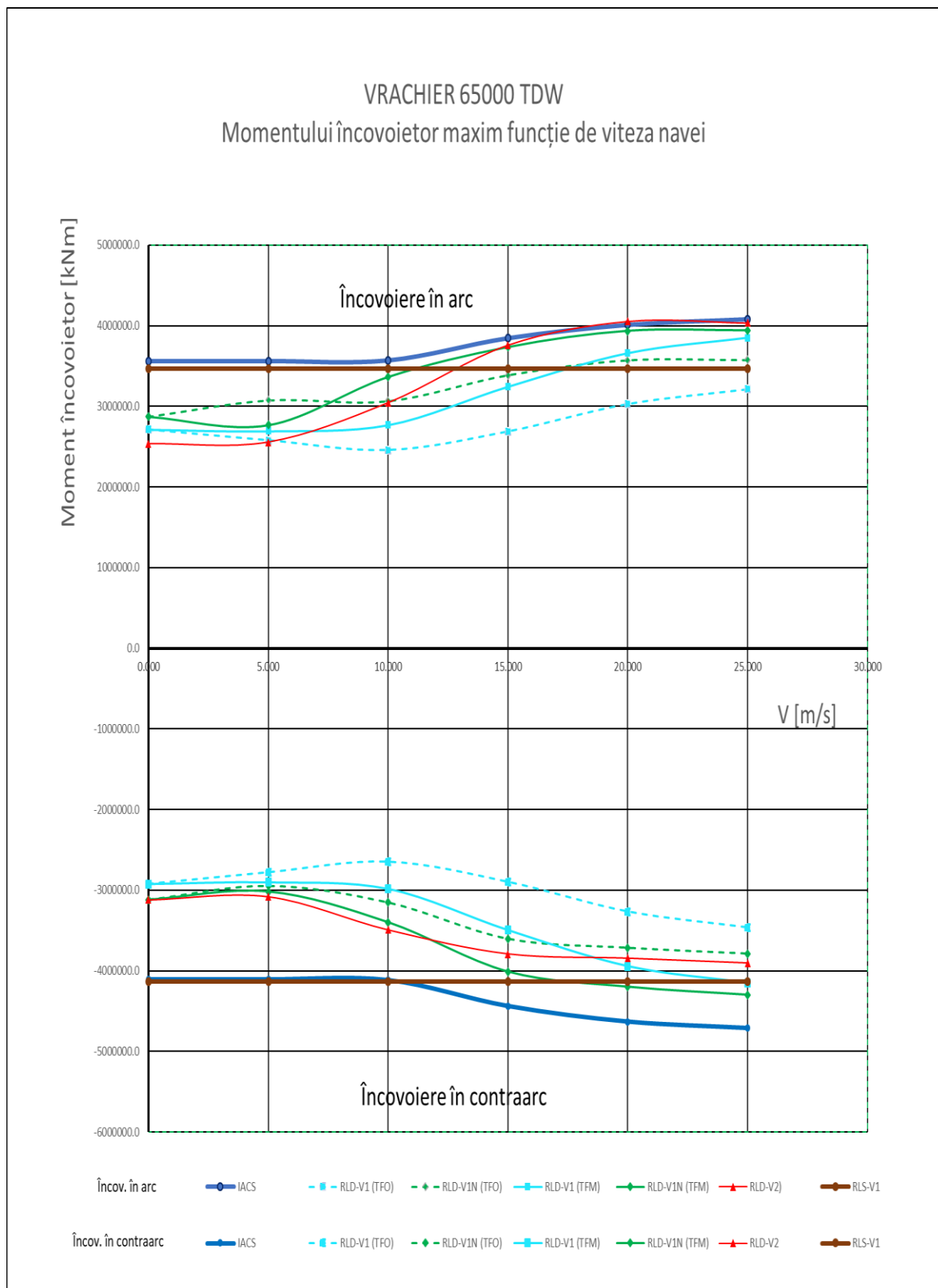


Fig. 3.5.4 – Valorile maxime revizuite ale momentelor încovoietoare suplimentare IACS induse de valuri în corpul vrachierului de 65000 tdw, comparativ cu valorile determinate prin calcule directe

4 EVALUAREA PROBABILISTICĂ A REZISTENȚEI LONGITUDINALE A NAVELOR MARITIME AVARIATE

4.1 Prezentarea criteriilor aplicabile în prezent

Conform Regulilor Structurale Comune IACS [5], se consideră că siguranța navei avariate este asigurată, dacă sunt îndeplinite următoarele criterii deterministe atât pentru încovoierea în arc cât și pentru încovoierea în contraarc:

$$|\gamma_{SD} \cdot M_{SW-D} + \gamma_{WD} \cdot M_{WV}| \leq \left| \frac{M_{UD}}{\gamma_{RD} \cdot C_{NA}} \right| \quad (4.1.1)$$

unde:

M_{SW-D} – momentul încovoiator admisibil pe apă calmă în condiții de navigație cu nava avariata, din secțiunea curentă [kN m];

M_{WV} – momentul încovoiator indus de val în condiții de navigație cu nava intactă, [kN m];

M_{UD} – moment ultim pentru secțiunea transversală avariata a corpului [kN m];

γ_{SD} – factor de siguranță pentru momentul încovoiator admisibil în apă calmă în condiții de avarie: $\gamma_{SD} = 1.1$

γ_{WD} – factor de siguranță pentru momentul încovoiator indus de val în condiții de avarie: $\gamma_{WD} = 0.67$

γ_{RD} – factor de siguranță pentru corp la încovoierea ultimă în plan vertical în condiții de avarie: $\gamma_{RD} = 1.00$

C_{NA} – coeficient pentru axa neutră: $C_{NA} = 1.00$ pentru eșuări;

$C_{NA} = 1.10$ pentru coliziuni.

Deoarece aceste reguli nu tratează și rezistența la forfecare în caz de avariere a corpului, se propune verificarea acestei rezistențe după o relație similară cu relația (4.1.1), adică:

$$|\gamma_{SD} \cdot Q_{SW-D} + \gamma_{WD} \cdot Q_{WV}| \leq \left| \frac{Q_{UD}}{\gamma_{RD} \cdot C_{NA}} \right| \quad (4.1.2)$$

unde:

Q_{SW-D} – forța tăietoare admisibilă pe apă calmă în condiții de navigație cu nava avariata, din secțiunea curentă [kN];

Q_{WV} – forța tăietoare indusă de val în condiții de navigație cu nava intactă, [kN];

Q_{UD} – forța tăietoare ultimă pentru secț. transversală avariata a corpului [kN].

Extinderea avariei este considerată conform tabelului 4.1.1 și fig. 4.1.1 pentru coliziuni și conform tabelului 4.1.2 și fig. 4.1.2 pentru eșuări.

Tabel 4.1.1 – Extinderea avariei cauzată de coliziune

avariei cauzată de coliziune [m]	Amplasare pe bordaj	
	Bord simplu	Dublu bord
Înălțimea, h	$0.75 D$	$0.60 D$
Lățimea, d	$B/16$	$B/16$
Lungimea, l	$0.1 L$	$0.1 L$

Tabel 4.1.2 – Extinderea avariei cauzată de eșuare

Dimensiunile avariei cauzată de eșuare [m]	Amplasare pe bordaj	
	Vrachiere	Tancuri petroliere
Înălțimea, h	$Min(B/20;2)$	$Min(B/15;2)$
Lățimea, d	$0.60 B$	$0.60 B$
Lungimea, l	$0.3 L$	$0.3 L$
Notă: navele cu fund simplu vor avea lungimea avariei: $l = 0.5 L$		

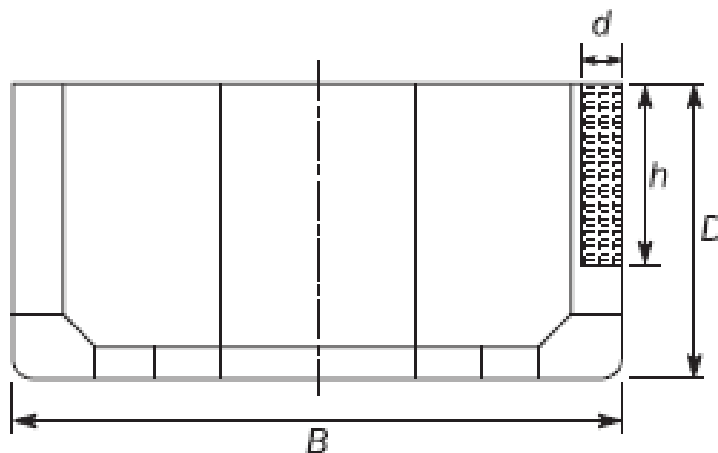


Fig. 4.1.1 – Extinderea avariei cauzată de coliziune [5]

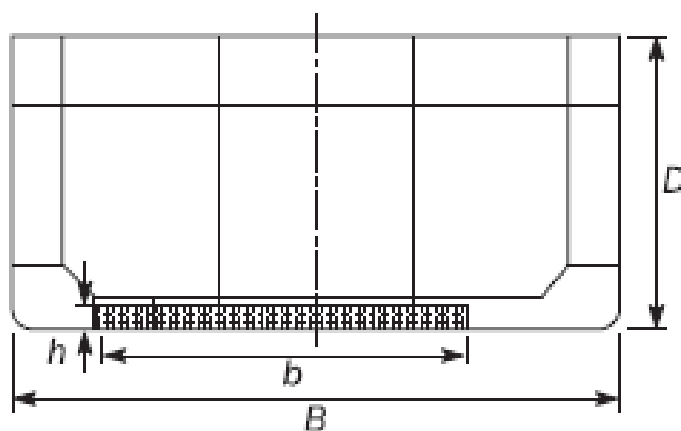


Fig. 4.1.2 – Extinderea avariei cauzată de eșuare [5]

4.2 Evaluare probabilistică a rezistenței longitudinale a navelor maritime avariate

Pentru rezolvarea unei astfel de probleme se propune aplicarea unui concept probabilistic de tratare a siguranței de construcție a navei după avarie din punct de vedere al rezistenței longitudinale reziduale, care se bazează pe capacitatea de supraviețuire după avarie, ca mărime de apreciere a siguranței navei în condiții de avarie, denumită în continuare indice efectiv de rezistență longitudinală reziduală R_L .

Acest concept probabilistic privind siguranța de construcție a navei după avarie privind rezistența longitudinală reziduală, este similar conceptului probabilistic de tratare a stabilității acesteia după avarie, reglementat de Convenția SOLAS 1974 [4] în Cap. II-1, Partea B-1 în vederea determinării probabilității de supraviețuire din punct de vedere al stabilității în condiții de avarie, caracterizată de indicele efectiv de compartimentare

Se poate demonstra prin teoria probabilităților că indicele efectiv de rezistență longitudinală reziduală R_L , al navei se poate calcula pentru fiecare caz de încărcare ca suma probabilităților de apariție a avariei la fiecare compartiment și fiecare grupă de două, trei, etc., compartimente adiacente înmulțite cu, respectiv, probabilitățile de supraviețuire ale navei după asemenea avarii:

$$R_L = \sum p_i r_i \quad (4.2.1)$$

unde:

- i reprezintă indicele fiecărui compartiment sau grup de compartimente luat în considerare,
- p_i indică probabilitatea ca numai compartimentul sau grupul de compartimente luat în considerare să poată fi avariat;
- r_i indică probabilitatea de supraviețuire după avarierea compartimentului sau grupului de compartimente luat în considerare;

Probabilitatea p_i , de apariție a unei avarii într-o anumită zonă a corpului și dimensiunile acesteia [81], (vezi fig.4.2.1) se pot determina pe baza înregistrărilor statistice privind avariile produse în exploatarea navelor. Pentru bordaj, formule pentru această probabilitate sunt indicate în Convenția SOLAS [4], în Cap.II-1

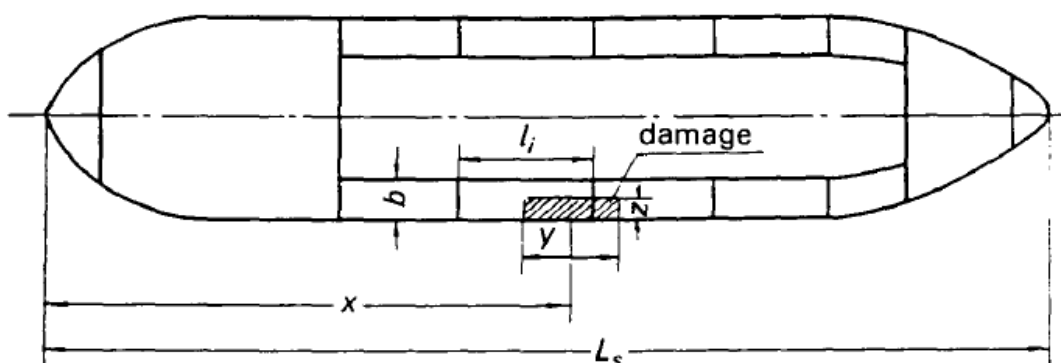


Fig. 4.2.1 – Dimensiunile și amplasarea avariilor [81]

Probabilitatea de supraviețuire r_i , la coliziune se propune a se determina pentru fiecare caz de avarie ipotetică luat în considerare, în orice situație de încărcare inițială, cu relația:

$$r_i = \left[\text{Max} \left(0; 1 - \frac{|\gamma_{SD} \cdot M_{SW-D} + \gamma_{WD} \cdot M_{WV}|}{\frac{M_{UD}}{\gamma_{RD} \cdot C_{NA}}} \right) \cdot \text{Max} \left(0; 1 - \frac{|\gamma_{SD} \cdot Q_{SW-D} + \gamma_{WD} \cdot Q_{WV}|}{\frac{Q_{UD}}{\gamma_{RD} \cdot C_{NA}}} \right) \right]^{\frac{1}{4}} \quad (4.2.2)$$

Mărimile din formula (4.2.2) au fost definite la 4.1.

Pentru determinarea eforturilor secționale ultime M_{UD} și Q_{UD} al secțiunii transversale avariate a corpului, este necesară cunoașterea mărimii avariei. Aceasta trebuie să corespundă configurației și structurii compartimentului avariat și trebuie să aibă o astfel de mărime încât să producă cea mai mare reducere de rezistență a corpului. Pentru avaria unui compartiment din bord, se pot considera cel puțin dimensiunile avariei de bordaj definite în fig 4.1.1.

Totuși, dimensiunile avariei dintr-un compartiment din bord nu vor depăși valorile reglementate de Convenția SOLAS 1974 [5] și MARPOL [16], din tabelul 4.2.1, ce se produc cu o probabilitate de cca. 50% la un grad de încredere de 95%. Dacă se intenționează să se ia în considerare avarii cu grad de acoperire probabilistic de 97.5% și cu un grad de încredere de 95%, atunci extinderea longitudinală maximă a avariei va fi 0.225L_s, iar extinderea transversală va fi de 0.5B

Tabel 4.2.1 – Extinderea avariei prin coliziune

Extindere longitudinală	1/3 L ^{2/3} sau 14,5 m, luându-se valoarea cea mai mică dintre acestea
Extindere transversal	B/5 sau 11,5 m, luându-se valoarea cea mai mică dintre acestea.
Extindere vertical	De la planul de bază, în sus, nelimitat.

Criteriul probabilistic de siguranță de construcție a unei nave maritime pentru asigurarea rezistenței longitudinale în situații de avarie, se propune a fi reprezentat (prin similitudine cu criteriul probabilistic de stabilitate de avarie cerut de Convenția SOLAS [4], în Cap.II-1, Partea B-1) de condiția ca suma indicilor parțiali efectivi de rezistență R_{Ls} , R_{Lp} și R_{Ll} pentru 3 pescaje reprezentative, să nu fie mai mică decât indicele necesar de rezistență longitudinală reziduală R_{Lo} și de condiția suplimentară, ca indicii parțiali R_{Ls} , R_{Lp} și R_{Ll} să nu fie mai mici de $0,9R_{Lo}$ pentru navele de pasageri și $0,5R_{Lo}$ pentru navele de marfă, adică să fie îndeplinite relațiile:

$$R_L \geq R_{Lo} \quad (4.2.3)$$

$$\begin{cases} R_{Ls} \geq 0.9 \cdot R_{Lo} \\ R_{Lp} \geq 0.9 \cdot R_{Lo} \\ R_{Ll} \geq 0.9 \cdot R_{Lo} \end{cases} \text{ pentru navele de pasageri} \quad (4.2.4)$$

$$\begin{cases} R_{Ls} \geq 0.5 \cdot R_{Lo} \\ R_{Lp} \geq 0.5 \cdot R_{Lo} \\ R_{Ll} \geq 0.5 \cdot R_{Lo} \end{cases} \text{ pentru navele de mărfuri} \quad (4.2.5)$$

unde :

$$R_L = 0.4 \cdot R_{Ls} + 0.4 \cdot R_{Lp} + 0.2 \cdot R_{Ll} \quad (4.2.6)$$

R_{Ls} – indicele efectiv de rezistență longitudinală reziduală R_L la pescajul maxim de compartimentare d_s considerat a fi pescajul la linia de încărcare de vară a navei;

- R_{Lp} – indicele efectiv de rezistență longitudinală reziduală R_L la pescajul *parțial* de compartimentare considerat a fi pescajul minim de exploatare plus 60% din diferența dintre pescajul minim de exploatare și pescajul maxim de compartimentare;
- R_{Li} – indicele efectiv de rezistență longitudinală reziduală R_L la pescajul *minim de exploatare* considerat a fi pescajul de exploatare corespunzător încărcării minime prevăzute și volumului aferent tancurilor, incluzând totuși și balastul ce poate fi necesar pentru stabilitate și/sau imersiune. Navele de pasageri vor include încărcarea completă cu pasageri și echipaj la bord.

Indicele de rezistență longitudinală reziduală necesar R_{Lo} se poate determina în conformitate cu Liniile directoare IMO de evaluare a siguranței în procesul de elaborare a reglementărilor [83].

Dacă se impune același nivel de siguranță probabilistică pentru rezistență longitudinală după avarie, ca și pentru stabilitatea de avarie, atunci indicele de rezistență longitudinală reziduală necesar R_{Lo} , se poate determina cu aceleași formule din Convenția SOLAS, Cap.II-1, Partea B-1, Regula 6.

Similar se poate verifica probabilistic rezistența longitudinală a navei la avaria fundului în urma eșuării navei. Pentru avaria unui compartiment de la fund, se pot considera dimensiunile definite în fig. 4.1.2.

Dimensiunile maxime de calcul ale avariei fundului sunt considerate a fi cele reglementate de SOLAS 1974 și MARPOL conform tabelului 3.3.4 de mai jos:

Tabel 4.2.2 – Extinderea avariei prin eșuare

	Pentru o lungime de 0,3 L, măsurată de la perpendiculara prova a navei	Orice altă parte a navei
Extindere longitudinală	$1/3 L^{2/3}$ sau 14,5 m, luându-se valoarea mai mică dintre acestea	$1/3 L^{2/3}$ sau 14,5 m, luându-se valoarea mai mică dintre acestea
Extindere transversală	B/6 sau 10 m, luându-se valoarea mai mică dintre acestea	B/6 sau 5 m, luându-se valoarea mai mică dintre acestea
Extindere verticală, măsurată de la linia chilei	B/20 sau 2 m, luându-se valoarea mai mică dintre acestea	B/20 sau 2 m, luându-se valoarea mai mică dintre acestea

4.3 Comentarii și concluzii

Metoda de evaluare probabilistică a rezistenței longitudinale reziduale a corpului navelor avariate, propusă la 4.2, reprezintă o modalitate modernă, elegantă și sintetică de apreciere a siguranței de construcție a acestora, aliniată la modul de analiză probabilistică a stabilității navelor avariate, reglementat de Convenția SOLAS 1974 [4] și care și-a dovedit eficacitatea prin aplicarea sa.

Prin luarea în considerare a unui număr mare de cazuri de avarie, a căror influență este regăsită în indicele de rezistență longitudinală reziduală R_L , funcție de probabilitatea de producere și de gradul de afectare a rezistenței longitudinale reziduale, se realizează o mai bună evaluare a siguranței de construcție a navei avariate.

5 EVALUAREA PROBABILISTICĂ A SUPRAVIEȚUIRII GLOBALE A NAVELOR MARITIME AVARIATE

5.1 Generalități

Necesitatea evaluării probabilistice a supraviețuirii globale a navelor maritime a apărut ca urmare a faptului că rezistența longitudinală și stabilitatea lor în condiții de avarie trebuie asigurate simultan pentru exploatarea acestora în siguranță. La stabilirea metodei de evaluare s-au avut în vedere cele prezentate la cap. 4 și s-au utilizat instrumentele prezentate la 2.

5.2 Descrierea metodei de evaluare probabilistică a supraviețuirii globale a navelor maritime

Pentru evaluarea probabilistică globală a siguranței unei nave avariate se propune aplicarea unui concept probabilistic, care se bazează pe capacitatea de supraviețuire globală a navei după avarie, ca mărime de apreciere a siguranței navei privind rezistența longitudinală reziduală și stabilitatea, denumită în continuare indice efectiv de supraviețuire S_G .

Se poate demonstra prin teoria probabilităților că indicele efectiv de supraviețuire S_G , al navei pentru un caz de încărcare, se poate calcula ca suma probabilităților de apariție a avariei la fiecare compartiment și fiecare grupă de două, trei, etc., compartimente adiacente înmulțite cu probabilitățile de supraviețuire ale navei după asemenea avarii:

$$S_G = \sum p_i r_i s_i \quad (5.2.1)$$

unde:

- i reprezintă indicele fiecărui compartiment sau grup de compartimente luat în considerare,
- p_i indică probabilitatea ca numai compartimentul sau grupul de compartimente luat în considerare să poată fi avariat în urma unei coliziuni sau a unei eșuări. Pentru coliziuni, p_i se determina conform Convenției SOLAS [4], Cap.II-1, Partea B-1.
- r_i indică probabilitatea de supraviețuire din punct de vedere al rezistenței longitudinale reziduale, după avarierea compartimentului sau grupului de compartimente luat în considerare și se determină cu formula:

$$r_i = \left[\text{Max} \left(0; 1 - \frac{|\gamma_{SD} \cdot M_{SW-D} + \gamma_{WD} \cdot M_{WV}|}{\left| \frac{M_{UD}}{\gamma_{RD} \cdot C_{NA}} \right|} \right) \cdot \text{Max} \left(0; 1 - \frac{|\gamma_{SD} \cdot Q_{SW-D} + \gamma_{WD} \cdot Q_{WV}|}{\left| \frac{Q_{UD}}{\gamma_{RD} \cdot C_{NA}} \right|} \right) \right]^{\frac{1}{4}} \quad (5.2.2)$$

Mărimile din formula (5.2.2) au fost definite la 4.1

- s_j indică probabilitatea de supraviețuire din punct de vedere al stabilității, după avarierea compartimentului sau grupului de compartimente luat în considerare, și se determina conform Convenției SOLAS [4], Cap.II-1, Partea B-1;

Criteriul global probabilistic de siguranță de construcție a unei nave maritime pentru asigurarea concomitentă a rezistenței generale și a stabilității în situații de avarie se propune a fi reprezentat (prin similitudine cu criteriul probabilistic de stabilitate de avarie cerut de Convenția SOLAS [4], în Cap.II-1, Partea B-1) de condiția ca suma indicilor parțiali efectivi de supraviețuire S_{Gs} , S_{Gp} și S_{Gl} pentru 3 pescaje reprezentative, să nu fie mai mică decât indicele necesar de supraviețuire globală S_{Go} și de condiția suplimentară ca indicii parțiali S_{Gs} , S_{Gp} și S_{Gl} să nu fie mai mici de $0,9S_{Go}$ pentru navele de pasageri și $0,5S_{Go}$ pentru navele de marfă, adică să fie îndeplinite relațiile:

$$S_G \geq S_{Go} \quad (5.2.3)$$

$$\begin{cases} S_{Gs} \geq 0.9 \cdot S_{Go} \\ S_{Gp} \geq 0.9 \cdot S_{Go} \\ S_{Gl} \geq 0.9 \cdot S_{Go} \end{cases} \text{ pentru navele de pasageri} \quad (5.2.4)$$

$$\begin{cases} S_{Gs} \geq 0.5 \cdot S_{Go} \\ S_{Gp} \geq 0.5 \cdot S_{Go} \\ S_{Gl} \geq 0.5 \cdot S_{Go} \end{cases} \text{ pentru navele de mărfuri} \quad (5.2.5)$$

unde :

$$S_G = 0.4 \cdot S_{Gs} + 0.4 \cdot S_{Gp} + 0.2 \cdot S_{Gl} \quad (5.2.6)$$

S_{Gs} – indicele efectiv de supraviețuire S_G , la pescajul maxim de compartimentare d_s considerat a fi pescajul la linia de încărcare de vară a navei;

S_{Gp} – indicele efectiv de supraviețuire S_G , la pescajul *parțial* de compartimentare considerat a fi pescajul minim de exploatare plus 60% din diferența dintre pescajul minim de exploatare și pescajul maxim de compartimentare;

S_{Gl} – indicele efectiv de supraviețuire S_G , la pescajul *minim de exploatare* considerat a fi pescajul de exploatare corespunzător încărcării minime prevăzute și volumului aferent tancurilor, incluzând totuși și balastul ce poate fi necesar pentru stabilitate și/sau imersiune. Navele de pasageri vor include încărcarea completă cu pasageri și echipaj la bord;

Indicele necesar de supraviețuire globală S_{Go} , se poate determina în conformitate cu "Liniile directe IMO de evaluare a siguranței în procesul de elaborare a reglementărilor" [83].

Dacă se impune același nivel de siguranță probabilistică pentru supraviețuirea globală după avarie ca și pentru stabilitatea de avarie, atunci indicele de rezistență longitudinală reziduală necesar R_{Lo} , se poate determina cu aceleași formule din Convenția SOLAS, Cap.II-1, Partea B-1, Regula 6.

5.3 Comentarii și concluzii

Evaluarea pe baza criteriului global probabilistic de supraviețuire a navelor maritime avariate propus la 5.2, reprezintă o modalitate modernă, elegantă și sintetică de apreciere a siguranței de construcție a acestora, ce completează modul de analiză probabilistică a stabilității navelor avariate reglementat de Convenția SOLAS 1974 [4] și care și-a dovedit eficacitatea prin aplicarea sa.

Prin luarea în considerare a unui număr mare de cazuri de avarie, a căror influență este regăsită în indicele de supraviețuire globală S_G , funcție de probabilitatea de producere și de gradul de afectare a rezistenței longitudinale reziduale și a stabilității, se realizează o evaluare mai completă a siguranței de construcție a navei avariate.

6 CONCLUZII GENERALE, CONTRIBUȚII ORIGINALE ȘI PERSPECTIVE

6.1 Concluzii generale

Scopul principal al tezei a fost ca, în urma unei activități de documentare și cercetare, să facă propuneri de îmbunătățire a cerințelor privind siguranța de construcție a navelor din reglementările internaționale și naționale și de creare de metode și instrumente de calcul care să permită evaluarea siguranței de construcție a navelor.

În acest sens au fost realizate următoarele:

1. analiza stadiului actual al cerințelor tehnice din reglementările privind siguranța de construcție a navelor și modul cum sunt puse în aplicare începând cu faza de proiectare, continuând pe timpul construcției, până în faza de exploatare. În afară de lucrările consultate și la care s-au făcut referințe, menționate în capitolele anterioare, au mai fost consultate și lucrările [84] – [115];
2. propuneri de îmbunătățire a siguranței de construcție a navelor maritime prin:
 - mărirea rezistenței longitudinale a corpului acestora în urma revizuirii metodei actuale din reglementările internaționale, de calcul al eforturilor secționale induse de valuri. Această revizuire este necesară pentru că în urma analizei rezultatelor calculelor efectuate cu formulele actuale IACS de determinare a acestor eforturi și cele determinate prin calcule directe, s-a constatat că structura longitudinală a corpului navelor este subdimensionată și în special la forfecare, fapt confirmat de pierderile semnificative de vrachiere cu simplu corp. Din aceste considerente, IMO a impus ca navele de acest tip, care depășesc lungimea de 150 m, să fie cu dublu corp;
 - evaluarea probabilistică a rezistenței longitudinale reziduale a acestora în situații de avarie. O astfel de evaluare reprezintă o modalitate modernă, elegantă și sintetică de apreciere a siguranței de construcție a acestora, aliniată la modul de analiză probabilistică a stabilității navelor avariate reglementat de Convenția SOLAS 1974 [4] și care și-a dovedit eficacitatea prin aplicarea sa. Luarea în considerare a unui număr mare de cazuri de avarie, a căror influență este regăsită în indicii efectiv de rezistență longitudinală reziduală R_L , funcție de probabilitatea de producere și de gradul de afectare a rezistenței longitudinale reziduale, permite o mai bună evaluare a siguranței de construcție a navei avariate;
 - evaluarea probabilistică a supraviețuirii globale a acestora în situații de avarie. O astfel de evaluare reprezintă o modalitate modernă, elegantă și sintetică de apreciere a siguranței de construcție a acestora, ce completează modul de analiză probabilistică a stabilității navelor avariate reglementat de Convenția SOLAS 1974 [4] și care și-a dovedit eficacitatea prin aplicarea sa. Prin luarea în considerare a unui număr mare de cazuri de avarie, a căror influență este regăsită în indicii efectiv de supraviețuire globală S_G , funcție de probabilitatea de producere și de gradul de afectare a rezistenței longitudinale reziduale și a stabilității, permite o evaluare mai completă a siguranței de construcție a navei avariate ;

3. adoptarea într-un mod specific în vederea automatizării calculelor, a unei metode de determinare a eforturilor secționale din corpul navei la așezarea în apă calmă și la așezarea cvasistatică pe val cosinusoidal și trohoidal, precum și a liniei elastice a corpului, pe baza căreia a fost elaborat programul RLS-V1. Validarea metodei și a programului s-a realizat prin calcule directe. Aceste instrumente s-au dovedit deosebit de eficiente în activitatea de cercetare desfășurată în vederea stabilirii propunerilor de îmbunătățirea a siguranței de construcție a navei din punct de vedere al rezistenței longitudinale;
4. adoptarea într-un mod specific în vederea automatizării calculelor, a unei metode de determinare lineară a parametrilor de oscilație ai navei și a eforturilor secționale din corpul navei la așezarea dinamică pe val pe baza căreia a fost elaborat programul RLD-V1. Validarea metodei și a programului s-a realizat prin compararea rezultatelor calculelor obținute cu măsurătorile pe 3 modele. Aceste instrumente au constituit un etalon pentru celelalte metode și programe realizate având în vedere numărul mare de validări la care a fost supus și s-au dovedit eficiente în activitatea de cercetare desfășurată în vederea stabilirii propunerilor de îmbunătățirea a siguranței de construcție a navei din punct de vedere al rezistenței longitudinale;
5. adoptarea într-un mod specific în vederea automatizării calculelor, a unei metode de determinare neliniară a parametrilor de oscilație ai navei și a eforturilor secționale din corpul navei la așezarea dinamică pe val pe baza căreia a fost elaborat programul RLD-V1N, considerând amortizarea liniară în funcție de viteza de oscilație a navei. Validarea metodei și a programului s-a realizat prin compararea rezultatelor calculelor obținute cu măsurătorile pe un model. Aceste instrumente au permis o evaluare mai apropiată de realitate a eforturilor secționale, asigurând obținerea de rezultate utile în activitatea de cercetare desfășurată în cadrul tezei;
6. elaborarea unei metode originale de determinare neliniară a parametrilor de oscilație ai navei și a eforturilor secționale din corpul navei la așezarea dinamică pe val, pe baza căreia a fost elaborat programul RLD-V2, considerând amortizarea neliniară în funcție de pătratul vitezei de oscilație a navei. Luarea în considerare în acest mod a amortizării constituie o noutate în studiul oscilațiilor verticale cuplate cu cele de tangaj ale navei, fiind o apreciere a fenomenului mai apropiată de realitate. Validarea metodei și a programului s-a realizat prin compararea rezultatelor calculelor obținute cu măsurătorile pe un model. Aceste instrumente permit o evaluare mai apropiată de realitate a eforturilor secționale, asigurând obținerea de rezultate deosebit de interesante în activitatea de cercetare desfășurată în vederea îmbunătățirii siguranței de construcție a navei;
7. afișarea grafică în timp a oscilațiilor navei pe valuri și a eforturilor secționale în lungul navei de către programele menționate mai sus.

Din cele prezentate mai sus rezultă că în cadrul tezei, printr-o activitate de studiu și cercetare intensă, s-au realizat o serie de instrumente eficiente de calcul ce au permis atingerea scopului lucrării de a contribui prin propuneri fundamentate la îmbunătățirea

cerințelor privind siguranța de construcție a navelor din reglementările internaționale și naționale.

Se poate considera că prezenta teză contribuie și la o mai bună cunoaștere și înțelegere a fenomenelor complexe de hidrodinamică și rezistență longitudinală, ce apar la deplasarea navelor pe valuri și la o mai bună evaluare probabilistică a siguranței de construcție a acestora în condiții de avarie, deschizând noi perspective de aprofundare a acestor domenii pentru activitatea de cercetare viitoare.

6.2 Contribuții originale

Pentru atingerea scopului propus al tezei, am adus o serie de contribuții originale dintre care mai importante au fost:

1. studiul referitor la stadiului actual al reglementărilor privind siguranța de construcție a navelor și modul cum sunt puse în aplicare începând cu faza de proiectare, continuând pe timpul construcției, până în faza de exploatare;
2. adoptarea într-un mod specific în vederea automatizării calculului, a unei metode de determinare a eforturilor secționale din corpul navei la așezarea în apă calmă și la așezarea cvasistatică pe val cosinusoidal și trochoidal, precum și a liniei elastice a corpului;
3. elaborarea programului RLS-V1 pe baza metodei menționate mai sus;
4. adoptarea într-un mod specific în vederea automatizării calculului, a unei metode de determinare lineară a parametrilor de oscilație ai navei și a eforturilor secționale din corpul navei la așezarea dinamică pe val;
5. elaborarea programului RLD-V1 pe baza metodei menționate mai sus;
6. adoptarea într-un mod specific în vederea automatizării calculului, a unei metode de determinare neliniară a parametrilor de oscilație ai navei și a eforturilor secționale din corpul navei la așezarea dinamică pe val, considerând amortizarea lineară în funcție de viteza de oscilație a navei;
7. elaborarea programului RLD-V1N pe baza metodei menționate mai sus;
8. elaborarea unei metode originale de determinare neliniară a parametrilor de oscilație ai navei și a eforturilor secționale din corpul navei la așezarea dinamică pe val, considerând amortizarea neliniară în funcție de pătratul vitezei de oscilație a navei. Metoda poate fi aplicată în studiul altor fenomene fizice la care amortizarea este neliniară;
9. elaborarea programului RLD-V2 pe baza metodei menționate mai sus;
10. afișarea grafică în timp a oscilațiilor navei pe valuri și a eforturilor secționale în lungul navei de către programele menționate mai sus;
11. rezolvarea într-un mod specific a sistemelor de ecuații diferențiale neliniare ce descriu oscilațiile navei prin metoda aproximațiilor succesive;
12. rezolvarea într-un mod specific a sistemelor de ecuații diferențiale neliniare ce descriu oscilațiile navei prin metoda β -Newmark;

13. propunerea fundamentată de îmbunătățire a siguranței de construcție a navelor maritime prin modificarea formulelor IACS de determinare a eforturilor secționale induse de valuri;
14. propunere de îmbunătățire a siguranței de construcție a navelor maritime prin evaluarea probabilistică a rezistenței longitudinale reziduale a acestora în situații de avarie;
15. propunere de îmbunătățire a siguranței de construcție a navelor maritime prin evaluarea probabilistică a supraviețuirii globale a acestora în situații de avarie.

6.3 Perspective viitoare de cercetare

Prezenta lucrare poate fi considerată o mică punte de legătură între rezultatele activității de cercetare desfășurate până în prezent și cea viitoare, creând perspectiva abordării unor noi teme, cum ar putea fi:

1. perfecționarea metodelor și programelor de calcul elaborate în cadrul tezei prin efectuarea de măsurători la nave reale;
2. aprofundarea cercetărilor pentru îmbunătățirea formulelor IACS de rezistență longitudinală pentru a se construi nave mai sigure în exploatare;
3. completarea metodei de analiză probabilistică a rezistenței longitudinale reziduale a navelor maritime avariate, cu studii privind probabilitățile de localizare a avariilor la fund și stabilirea criteriilor de evaluare conform [83];
4. completarea metodei de analiză probabilistică a stabilității navelor maritime avariate, cu studii privind probabilitățile de localizare a avariilor la fund și stabilirea criteriilor de evaluare conform [83];
5. îmbunătățirea metodelor de determinare a variației în timp a maselor de apă adiționale și a coeficienților de amortizare în timpul oscilației navei;
6. îmbunătățirea metodelor de determinare a coeficienților de amortizare în funcție de pătratul vitezei de oscilație a navei;
7. perfecționarea metodelor matematice de rezolvare a sistemelor de ecuații diferențiale neliniare în care și matricea sistemului și termenii liberi depind de soluție;
8. perfecționarea metodelor și programelor de calcul de așezare dinamică pe valuri prin luarea în considerare a slamming-ului și a vibrațiilor corpului ;
9. perfecționarea metodelor și programelor de calcul de așezare dinamică pe valuri statistice după diverse spectre în vederea efectuării de analize la oboseală.

LISTA CU LUCRĂRI PUBLICATE ȘI PREZENTATE

1. D. Lupașcu, Studiu asupra robusteții generale a navei pe mare agitată în vederea programării calculului - Buletinul Tehnic RNR, Nr.1, 1978;
2. D. Lupașcu, Analiza torsiunii structurilor elastice cilindrice cu pereți subțiri – Buletinul Tehnic RNR, Nr. 4, 1979;
3. D. Lupașcu, Preocupări ale Registrului Naval Roman privind torsiunea navelor maritime cu deschideri mari în punți - Buletinul Tehnic RNR, Nr. 3, 1981;
4. D. Lupașcu, Analiza stării de solicitare la torsiune în apă calmă datorită distribuției asimetrice a greutateilor față de planul diametral - Buletinul Tehnic RNR, Nr. 2, 1986;
5. D. Lupașcu, Optimizarea profilelor elementelor de osatură ale navelor în conformitate cu Regulile RNR - Buletinul Tehnic RNR, Nr. 3, 1986;
6. D. Lupașcu, Considerații asupra aplicării cerințelor de rezistență longitudinală din Regulile RNR în realizarea unor nave sigure în exploatare și cu o structură de rezistență optimizată - Buletinul Tehnic RNR, Nr. 3, 1989;
7. D. Lupașcu, Sistemul informatic de urmărire a comportării în exploatare a produselor navale - parte integrantă din sistemul de asigurare a calității navelor - Buletinul Tehnic RNR, Nr. 4, 1989;
8. D. Lupașcu, Desfășurarea activității de reclasificare continuă sub asistența calculatoarelor personale compatibile IBM-PC - Buletinul Tehnic RNR, Nr. 3, 1991;
9. D. Lupașcu, Strength Analysis of Legs of Self Elevating Drilling Units in Transit Conditions - Analele Universitatii Dunarea de Jos din Galati, Fasc. X-Mecanica Aplicata, 2008 - ISSN 1221-4612;
10. I. Chirica, D. Lupascu, Aspect on structural scantlings of small crafts building from composite materials – 5th Conference "Advanced Composite Materials Engineering" COMAT 2014 16 – 17 October 2014, Brașov;
11. I. Chirica, D. Lupascu, Transom strengthening of rigid inflatable boat (RIB) to increase propulsion power– 5th Conference "Advanced Composite Materials Engineering" COMAT 2014 16 – 17 October 2014, Brașov;
12. I. Chirica, D. Lupascu, E.F. Beznea, Design Solutions for Jack up Platform Retrofitting, *World Journal of Engineering and Technology*, Vol.3, No.3, pag.134-148, August 26, 2015 (ISI:0.22) (ISSN Print: 2331-4222),
<http://www.scirp.org/Journal/ PaperInformation.aspx?PaperID=59149>
13. D. Lupascu, I. Chirica, Assessment of Seagoing Ships Longitudinal Strength in the Context of International Rules, Important Factor for Safe Operation, *World Journal of Engineering and Technology*, Vol.3, No.4 (2015), Paper ID 61617, pag.291-310. doi:10.4236/wjet.2015.34029.
<http://www.scirp.org/Journal/wjet/http://dx.doi.org/10.4236.43029>

BIBLIOGRAFIE

- [1] IMO, *Rezoluția MSC.287(87) din 20 mai 2010 - Adoptarea standardelor internaționale de construcție bazate pe obiective pentru vrachiere și tancuri petroliere*
- [2] IMO, *Rezoluția MSC.296(87) din 20 mai 2010- Adoptarea de linii directoare pentru verificarea conformității cu standardele internaționale de construcție bazate pe obiective pentru vrachiere și tancuri petroliere cu corp dublu*
- [3] IMO, *Rezoluția MSC.290(87) din 21 mai 2010- Adoptarea de amendamente la Convenția internațională din 1974 pentru ocrotirea vieții omenești pe mare*
- [4] IMO, *Convenția internațională din 1974 pentru ocrotirea vieții omenești pe mare (SOLAS 1974) împreună cu Protocolul din 1978 (SOLAS PROT 1978) și cu Protocolul din 1988 (SOLAS PROT 1988) privind această convenție, așa cum au fost amendate*
- [5] IACS, *Common structural rules for bulk carriers and double hull oil tankers*, 2017
- [6] View Market Reports 2015 - *Electronic document*, http://www.allcountries.org/usensus/1095_merchant_vessels_ships_and_tonnage_lost.html
- [7] ***, *Safety and Shipping Review 2014 - Electronic document*, https://www.allianz.com/v_1394634022000/media/press/document/AGCS_Shipping_Review_2014_5mb.pdf
- [8] Ship Structure Committee - *BULK CARRIERS: Design, Operation, and Maintenance Concerns for Structural Safety of Bulk Carriers*. Electronic document, http://www.shipstructure.org/case_studies/BulkCarriers.pdf and <http://maritime-connector.com/ship/eurobulker-x-7386295/>
- [9] Steamship Mutual – *Erika, The Black Tide*, *Electronic document*, <http://www.steamshipmutual.com/loss-prevention/ErikaDVD.htm>
- [10] Ship Structure Committee - *PRESTIGE: Complete hull failure in a single-hull tanker*. Electronic document, http://www.shipstructure.org/case_studies/Prestige.pdf
- [11] IMO, *Protocolul din 1988 la Convenția privind Liniile de Încărcare din 1966*
- [12] IMO, *Rezoluția IMO A.744(18) din 4 noiembrie 1993 - Liniile directoare privind programul intensificat de inspecții din timpul supravegherii vrachierelor și petrolierelor*
- [13] IMO, *Rezoluția IMO A.787(19) din 23 noiembrie 1995, - Proceduri pentru Controlul statului de pavilion*
- [14] IMO, *Rezoluția IMO A.862(20) din 27 noiembrie 1997 a – Cod de proceduri pentru încărcarea și descărcarea în siguranță a vrachierelor (Codul BLU)*
- [15] IMO, *Convenția internațională asupra liniilor de încărcare, încheiată la Londra la 5 aprilie 1966, modificată de protocolul din 1988, așa cum au fost amendate*
- [16] IMO, *Convenția internațională din 1973 pentru prevenirea poluării de către nave, așa cum a fost modificată prin Protocolul din 1978 referitor la aceasta (MARPOL 73/78) împreună cu Protocolul din 1997 privind amendarea convenției (MARPOL PROT 1997), așa cum au fost amendate*
- [17] IMO, *Codul internațional pentru siguranța navelor de mare viteză din 1994 (Codul HSC 1994), modificat de amendamente*
- [18] IMO, *Codul internațional pentru siguranța navelor de mare viteză din 2000 (Codul HSC 2000), modificat de amendamente*
- [19] IMO, *Codul pentru efectuarea în siguranță a transportului mărfurilor și persoanelor de către navele de aprovizionare (Codul OSV), modificat de amendamente*
- [20] IMO, *Codul de siguranță pentru nave cu destinație specială (Codul SPS), modificat de amendamente*
- [21] IMO, *Codul pentru construcția și echipamentul unităților mobile de foraj marin (Codul MODU 1979), modificat de amendamente*

- [22] IMO, *Codul pentru construcția și echipamentul unităților mobile de foraj marin (Codul MODU 1989), modificat de amendamente*
- [23] IMO, *Codul pentru construcția și echipamentul unităților mobile de foraj marin (Codul MODU 2009), modificat de amendamente*
- [24] IMO, *Codul internațional pentru construcția și echipamentul navelor pentru transportul în vrac al gazelor lichefiate (Codul IGC), modificat de amendamente*
- [25] IMO, *Codul internațional pentru construcția și echipamentul navelor pentru transportul în vrac al produselor chimice periculoase (Codul IBC), modificat de amendamente*
- [26] IMO, *Codul pentru construcția și echipamentul navelor pentru transportul în vrac al produselor chimice periculoase, (Codul BCH), modificat de amendamente*
- [27] IMO, *Rezoluția MEPC.94(46) - Sistemul de evaluare a stării navei, modificat de amendamente*
- [28] IMO, *Codul internațional pentru transportul în siguranță al combustibilului nuclear iradiat, plutoniului și deșeurilor cu nivel ridicat de radioactivitate, în formă ambalată (Codul INF), modificat de amendamente*
- [29] IMO, *Rezoluția MSC.268(85) din 4 decembrie 2008, - Codul pentru transportul în siguranță a mărfurilor în vrac (Codul IMSBC)*
- [30] IMO, *Norme de calcul al dimensiunilor peretelui transversal etanș, gofrat vertical, dintre cele două magazine de marfă situate cel mai în prova și Norme de calcul al cantității admisibile de marfă din magazia situată cel mai în prova*
- [31] IMO, *Rezoluția MSC.168(79) – Standarde și criterii aplicabile construcției bordajului vrachierelor cu simplu bordaj*
- [32] IMO, *Rezoluția MSC.169(79) – Standarde pentru proprietarii de nave cu privire la inspecția și întreținerea capacelor gurilor de magazie de la vrachiere*
- [33] IMO, *Rezoluția A.1049(27) din 30 noiembrie - Codul internațional din 2011 privind programul intensificat de inspecții efectuate cu ocazia vizitelor la vrachiere și petroliere (Codul ESP 2011)*
- [34] IMO, *Codul internațional pentru transportul în siguranță al cerealelor în vrac*
- [35] IMO, *Codul de reguli practice de siguranță din 2011 pentru navele care transportă încărcături de lemn pe punte (Codul TDC 2011)*
- [36] IMO, *Codul IS 2008 – Codul internațional din 2008 privind stabilitatea navei în starea intactă*
- [37] CE, *Directiva 2009/45/CE a Parlamentului European și a Consiliului din 6 mai 2009 privind normele și standardele de siguranță pentru navele de pasageri, modificată de amendamente*
- [38] CE, *Directiva 97/70/CE a Consiliului din 11 decembrie 1997 referitoare la stabilirea unui regim armonizat de siguranță pentru navele de pescuit cu lungimea de 24 m sau mai mare, modificată de amendamente*
- [39] ANR, *Norme tehnice privind clasificarea și construcția navelor maritime, cod MLPTL.ANR - NM-2002, aprobate prin Ordinul ministrului lucrărilor publice, transporturilor și locuinței nr. 1901/2002*
- [40] ANR, *Norme tehnice privind clasificarea și construcția unităților mobile de foraj marin, cod MLPTL.ANR - UMF-2002, aprobate prin Ordinul ministrului lucrărilor publice, transporturilor și locuinței nr. 1901/2002*
- [41] CE, *Directiva 2016/1629 a Parlamentului European și a Consiliului din 14 septembrie 2016 de stabilire a cerințelor tehnice pentru navele de navigație interioară, modificată de amendamente*
- [42] CEE-ONU, *Acordul european privind transportul internațional al mărfurilor periculoase*

- pe căile navigabile interioare (ADN), adoptate de Comisia Economică a Națiunilor Unite pentru Europa (CEE-ONU), la Geneva, modificat de amendamente*
- [43] CCR, *Regulamentul pentru inspecția navelor pe Rhin, modificat de amendamente*
- [44] CD, *Recomandările Comisiei Dunării privind cerințele tehnice pentru navele de navigație interioară, modificate de amendamente*
- [45] CEE-ONU, *Rezoluția CEE – ONU Nr. 61, Recomandări privind cerințele tehnice pentru navele de navigație interioară, modificată de amendamente*
- [46] ANR, *Norme tehnice privind clasificarea și construcția navelor de navigație interioară - cod MT.RNR - NI – 99, aprobate prin Ordinul ministrului transporturilor nr. 306/1999, modificat de amendamente*
- [47] ANR, *Cerințe tehnice pentru navele de navigație interioară aprobate prin Ordinul ministrului transporturilor nr. 1447/2008*
- [48] Năstase C., *Calculul și construcția navei - Editura Didactică și Pedagogică, – 1964*
- [49] Popovici O., Domnișoru L., Ioan Al. – *Rezistența generală a corpului navei - Editura EVRIKA, Brăila – 1998*
- [50] Stoicescu, L., *Rezistența Materialelor, Vol I+ Vol II, Ed. Evrika Brăila, 2004*
- [51] Beschea N., *Rezistența materialelor, capitole speciale, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1971*
- [52] Modiga M., *Mecanica construcțiilor de nave, Universitatea din Galați, 1978*
- [53] Stoicescu, L., Modiga M., *Metode matriceale în teoria structurilor de nave, Institutul Politehnic Galați - 2004*
- [54] Chircă, I., *Analiză cu elemente finite în ingineria structurilor, Ed. Fund. Univ. Dunărea de Jos, Galați, 2001*
- [55] Bidoaie I., Iona O., *Complemente de Arhitectură Navală. Dinamica navei, Editura Porto-Franco, 1998*
- [56] Mayer V., *Mecanica și construcția navei, Editura Tehnică, București, 1988*
- [57] Rawson K. J., Tupper E. C., *Basic ship theory - Vol.I, Butterworth Heinemann Publishing Ltd, 2001*
- [58] Domnișoru L. – *Dinamica navei în mare reală - Editura EVRIKA, Brăila – 1997*
- [59] Domnișoru L. – *Dinamica navei, oscilații și vibrații ale corpului navei - Editura Tehnică, București – 2001*
- [60] Domnișoru L., Lungu A., Dragomir D., Ioan Al. – *Complemente de analiză structurală și hidrodinamică navală – Galați University Press, București – 2008*
- [61] Jensen N. M., *Regular waves, Bogelovsvej, Brede, Denmark, 1977*
- [62] Gerritsma J., Beukelman W., *Analysis of the Modified Strip Theory for the Calculation of Ship Motion and Wave Bending Moments, International Shipbuilding Progress, Delft, 1967*
- [63] Bishop R.E.D., Price W.G., *Hydroelasticity of ships, Cambridge University Press, 1979*
- [64] B. Barrass, R. Derrett, *Ship Stability for Masters and Mates, 6th ed., Ed. Elsevier, London, 2006*
- [65] Journée J.M.J., L.J.M. Adegeest L.J.M., *Theoretical Manual of Strip Theory Program “SEAWAY for Windows”, Delft University of Technology, TUD Report No. 1370, 2003*
- [66] Journée J.M.J., *Experiments and Calculations on four Wigley Hullforms in Head Waves, Delft University of Technology, TUD Report No. 0909-P, 1992*
- [67] Journée J.M.J., *Discrepancies in hydrodynamic Coefficients of Wigley Hull Forms, Delft University of Technology, TUD Report No. 1275-P, 2001*
- [68] Kukkanen T., *Summary report of the project LAINE: Nonlinear wave loads of ships, VTT Research Report No. VTT-R-02391-09, 2009*

- [69] Kukkanen T., *Numerical and experimental studies of nonlinear wave loads of ships*, Doctoral dissertation at the Aalto University School of Engineering (Espoo, Finland), 2012, <https://aaltodoc.aalto.fi/handle/123456789/5283>
- [70] Yoshio A., Kazuo O., *Model Experiment on the Strength of Ships Moving in Waves*, The Society of Naval Architects and Marine Engineers – New York, 1955
- [71] Blevins, Robert D., *Applied Fluid Dynamics Handbook*, Krieger Publishing Co, 2003
- [72] DNV-GL, *Environmental Conditions and Environmental Loads Guidance*, cod: DNV-RP-C205, Electronic document, <http://www.dnv.com>
- [73] Bereteu L., *Vibrațiile sistemelor mecanice*, Universitatea Politehnică Timișoara, 2009, http://www.mec.upt.ro/meca/poz10staff/LB/vibratiile_sistemelor_mecanice.pdf
- [74] IACS, *Requirements concerning strength of ships*, <http://www.iacs.org.uk>
- [75] Parunov J., Senjanović I., Pavićević M., *Use of vertical wave bending moments from hydrodynamic analysis in design of oil tankers*, International Journal of Maritime
- [76] ABS, *Guidance notes on spectral-based fatigue analysis for vessels*, Electronic document, http://ww2.eagle.org/content/dam/eagle/rules-and-guides/current/design_and_analysis/125_sfaforvessels/SFA-Vessels_Guide_e.pdf
- [77] IMO Maritime Safety Committee, MSC 75/5/2, *Report of FSA Study on Bulk Carrier Safety*, 12 February 2002
- [78] Andreas I., *Ultimate longitudinal strength of corroded and damaged bulk carriers*, Doctorate thesis, "Dunărea de Jos" University of Galați, 2010
- [79] IMO, *Rezoluția MSC.168(79) din 9 Decembrie 2004 – Standarde și criterii pentru structurile de bordaj ale vrachierelor construite cu înveliș simplu*
- [80] IACS, *Recommendation No.34, Standard Wave Data, Rev.1*, June 2000
- [81] IMO, *Resolution A.684(17) Explanatory Notes to the SOLAS Regulations on Subdivision and Damage Stability of Cargo Ships of 100 Meters in Length and Over*
- [82] IMO, SLF 55/INF.7 - *The GOAL based Damage Stability project (GOALDS) – Derivation of updated probability distributions of collision and grounding damage characteristics for passenger ships*
- [83] IMO, MSC-MEPC.2/Circ.12, *Revised guidelines for formal safety assessment (FSA) for use in the IMO rule-making process*
- [84] Blagovescensky S., *Theory of ship Motion*, Sudostroenie, Sankt Petersburg, 1981.
- [85] Buzdugan, Gh. *Rezistența materialelor*. Ed. Tehnică, București, 1980.
- [86] Buzdugan, Gh., Fetcu, L., Radeș, M., *Vibrații mecanice, Rezistența materialelor*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.
- [87] Chirică, I., Stoicescu L. *A finite element of thin-walled beam used for torsional bending behaviour analysis of ship hull*. The Annals of University of Galati, Fascicle X, Appl. Mechanics, 1991, pg.3-12.
- [88] Chirică, I., Stoicescu, L. *Investigations in Torsional-Bending Dynamic Analysis of the Containerships*. Proceedings of the 2-nd Congress of Croatian Society of Mechanics SUPETAR - Croatia 1997, pp.505-512.
- [89] Chirică, I., Beznea, E. F., *Elasticitatea materialelor anizotrope*, Ed. Fund. Univ. Dunărea de Jos, Galați, 2004.
- [90] Chirică, I., Beznea E.F., Gavrilescu I., *Metode moderne de calcul al structurilor compozite*, Ed. Cermi, Iași, 2007, 260 pag., ISBN 978-973-667-283-5
- [91] Chirică, R.I., *Contribuții privind modelarea la torsiune a comportării statice a structurilor compozite cu pereți subțiri utilizate în domeniul naval, Teză de doctorat*, Universitatea "Dunărea de Jos", Galați, 2010.
- [92] Domnișoru L., *Metoda elementului finit în construcții navale*, Editura Tehnică,

- București, 2001.
- [93] Hadăr, A., Jiga, G., Bayer, M., *The configuration optimization of a glass fibre reinforced laminate*, Mat. Plast., 42 (2), pp. 100-105, 2005.
- [94] Journée J.M.J., Pinkster J., *Introduction in ship hydromechanics*, Delft University of Technology, 2002.
- [95] Năstăsescu, V., *Metoda elementului finit*, Editura Militară, București, 1995.
- [96] Nedelcuț, F., *Contribuții originale privind comportarea pe valuri a navelor de suprafața studiată prin simulare numerică, Teză de doctorat*, Universitatea "Dunărea de Jos", Galați, 2003.
- [97] Paik, J.K., Thayamballi, A.K., Che, J.S., *Ultimate strength of ship hulls under combined vertical bending, horizontal bending and shearing forces*, Trans. SNAME 104, 31–59, 1996.
- [98] Paik, J.K., Thayamballi, A.K., P. Terndrup, Pedersen P.T., Park. Y.I., *Ultimate strength of ship hulls under torsion*, Ocean Engineering 28, 2001.
- [99] Petre, A., Atanasiu, M. *Bare cu pereți subțiri*. Ed. Tehnică. București, 1960.
- [100] Pârvulescu, R., *Contribuții la studiul rezistenței generale a petrolierelor cu dublu înveliș, Teză de doctorat*, Universitatea "Dunărea de Jos", Galați, 2006.
- [101] Popa, M., *Determinarea solicitărilor generale și locale ale corpului navei în cazul oscilațiilor din plan vertical, prin modelarea numerică a fluidului, Teză de doctorat*, Universitatea "Dunărea de Jos", Galați, 1999.
- [102] Popescu, G., *Contribuții la studiul solicitărilor dinamice ale corpului navei, datorate impactului probei cu valul, Teză de doctorat*, Universitatea "Dunărea de Jos", Galați, 2001.
- [103] Popovici, O., Ioan Al., Domnișoru L., *Construcția, amenajarea și exploatarea navei*, Universitatea din Galați, 1991.
- [104] Popovici, O., Domnișoru L., Ioan Al., *Vibrația generală a corpului navei*, Editura EVRIKA, Brăila, 1997.
- [105] Popovici, O., Domnișoru L., *Metode moderne de calcul în construcții navale*, Editura EVRIKA, Brăila, 2001.
- [106] Soares, G., C., Luis, R.M., Nikolov, P., Downes, Jonathan, Taczala, M., Modiga, M., Quesnel, T., Toderan, C. and Samuelides, M., *Benchmark study on the use of simplified structural codes to predict the ultimate strength of a damaged ship hull*, International Shipbuilding Progress, 55, (1-2), pp. 87-107. ([doi:10.3233/ISP-2008-0040](https://doi.org/10.3233/ISP-2008-0040)), 2008.
- [107] Stoicescu, L., Chirică, I., *Finite Element of Thin-Walled Beam Used for the Shear and Torsion Calculation of the Ship Hull*. Buletinul Institutului Politehnic din Iași, Tom XLVIII (XLVII), 1997, pag. 38-42. A IV-a Conferință Internațională de Elemente finite și de frontieră, SIAC 1997, Iași, Secția V, Construcții de mașini, 1997.
- [108] Tanaka, Y., Ando, T., Anai, Y., Yao, T., Fujikubo, M., Iijima, K., *Longitudinal Strength of Container Ships under Combined Torsional and Bending Moments*, Proceedings of the Nineteenth (2009) International Offshore and Polar Engineering Conference Osaka, Japan, June 21-26, 2009.
- [109] Timoshenko, St.P., Goodier, J.N., *Theory of elasticity*, McGraw Hill Book, NY, 1970.
- [110] Timoshenko, St.P., *Theory of Plates and Shells*, McGraw Hill Book Comp., NY, 1940.
- [111] Timoshenko, S.P. and Gere, J.M., *Theory of elastic stability*, McGraw Hill, NY, 1961.
- [112] Vlasov, V. Z., *Thin-walled elastic beams*, Natural Science Found, Washington, 1961.
- [113] Voitkounski, Y.I., *Ship theory handbook*, Sudostroenie, Sankt Petersburg, 1985.
- [114] Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., *The finite element method. Basic formulation and linear problems*, MacGraw-Hill Book Company, London, 1988.
- [115] Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., *The finite element method. Solid and Fluid Mechanics. Dynamics and Non-linearity*, MacGraw-Hill Book Company, London, 1989.