

**CERCETĂRI PRIVIND ROȚILE
DINȚATE CU TRANSMITERE
VARIABILĂ A MIȘCĂRII**

**Doctorand:
MARIUS VASIE**

**Conducător științific:
Prof. Dr. Ing. LAURENȚIA ANDREI**

Universitatea „Dunărea de Jos” din Galați

CUPRINS

CUPRINS	2
1. STADIUL ACTUAL AL CERCETĂRILOR ÎN DOMENIU	4
1.1. Introducere	4
1.2. Scurt istoric	5
1.3. Clasificare	5
1.4. Proiectarea curbelor de divizare ale roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării	5
1.5. Generarea danturii	6
1.6. Aplicații ale angrenajelor cu transmitere variabilă a mișcării	6
2. OBIECTIVELE ȘI STRUCTURA TEZEI	2
2.1. Introducere	6
2.2. Obiectivele tezei	7
2.3. Structura tezei	8
3. MODELAREA CURBELOR DE DIVIZARE ALE ROȚILOR DINȚATE CU TRANSMITERE VARIABILĂ A MIȘCĂRII	8
3.1. Introducere	8
3.2. Superforma – curbă de divizare a roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării	9
3.2.1. Studiul continuității și derivabilității funcției ce definește curba de divizare	10
3.2.2. Influența parametrilor definatorii asupra geometriei superformeii	11
3.2.3. Superforma în geometria roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării	12
3.3. Modelarea curbei de divizare a roții dințate conjugate	13
3.3.1. Curbe de divizare exterioare	13
3.3.2. Curbe de divizare interioare	15
3.4. Cinematica rulării	17
3.4.1. Curbe de divizare exterioare	17
3.4.2. Curbe de divizare interioare	19
4. GENERAREA DANTURII ROȚILOR DINȚATE CU TRANSMITERE VARIABILĂ A MIȘCĂRII	20
4.1. Introducere	20
4.2. Generarea analitică a danturii	21
4.2.1. Generarea danturii roții dințate conducătoare	21
4.2.2. Generarea analitică a danturii roții dințate conduse	27

4.3. Generarea danturii prin simularea prelucrării	29
4.3.1. Simularea prelucrării cu cremalieră	29
4.3.2. Simularea prelucrării cu cuțitul roată	31
4.3.3. Generalizarea procesului de simulare a prelucrării prin rulare	33
4.4. Analiza comparativă a proceselor de generare a danturii	37
4.5. Prelucrarea angrenajelor cu transmitere variabilă a mișcării	38
5. ANALIZA ANGRENĂRII ROȚILOR DINȚATE CU TRANSMITERE VARIABILĂ A MIȘCĂRII	41
5.1. Introducere	41
5.2. Analiza petei de contact	41
5.2.1. Simularea angrenării în spațiul 2D	42
5.2.2. Simularea angrenării în spațiul 3D	42
5.3. Analiza stării de tensiuni și deformații	44
5.3.1. Roți dințate cu curbe de divizare convexe	45
5.3.2. Roți dințate cu curbe de divizare convex-concave	46
5.3.3. Influența parametrilor definatorii ai superformei asupra stării de tensiuni și deformații	48
6. CONSIDERAȚII FINALE	49
7. CONTRIBUȚII PERSONALE ȘI PERSPECTIVE DE CERCETARE	51
7.1. Contribuții personale	51
7.2. Perspective de cercetare	52
BIBLIOGRAFIE	53
LISTA LUCRĂRILOR PUBLICATE ȘI PREZENTATE	60

1. STADIUL ACTUAL AL CERCETĂRILOR ÎN DOMENIU

1.1. INTRODUCERE

Angrenajele cu transmitere variabilă a mișcării, o categorie specială a transmisiilor cu roți dințate, de formă necirculară, continuă să reprezinte o provocare pentru oamenii de știință, datorită capacității acestora de a produce mișcări complexe, cu viteză variabilă, într-un mod simplu, compact și sigur [22]. În trecut, roțile dințate cu transmitere variabilă a mișcării reprezentau o curiozitate în industria angrenajelor, cu aplicabilitate limitată, în principal datorită geometriei complexe și a dificultăților de manufacturare [69], [58]. În prezent, datorită facilităților oferite de softurile de modelare și simulare virtuală, cât și a performanțelor mașinilor cu control numeric, proiectarea și prelucrarea roților dințate necirculare au devenit mai fezabile [37], [120], [127]; domeniul de aplicare a acestora este în continuă expansiune [119], vizând posibile substituirii ale camelor, mecanismelor cu articulații, mecansimelor cruce de malta [44], curelelor dințate cu transmitere variabilă a mișcării și chiar ale servomotoarelor electrice [121].

Cel mai des întâlnite aplicații ale roților dințate necirculare sunt cele care necesită fie transformarea unei viteze de intrare constantă într-o viteză de ieșire variabilă, fie asigurarea unor segmente de viteză constantă pe parcursul unei rotații. De asemenea, sunt întâlnite situații în care este necesară alternarea mișcărilor de rotație și translație sau alternarea mișcării cu repaosul.

În mod uzual, generarea legilor de mișcare variabilă se bazează pe mecanisme cu came, lanțuri și pinioane sau pe mecanisme cu articulații, ignorându-se beneficiile introduse de utilizarea roților dințate necirculare, cum ar fi:

- lipsa separărilor grosolane sau a decuplărilor între elemente;
- în comparație cu camele, sistemele cu roți dințate necesită mai puține piese în faza de proiectare și pot produce rapoare forță-greutate mai mari;
- eliminarea limitelor mecanismelor cu articulații, care pot produce doar mișcări plane sau sferice și sunt ineficiente din punct de vedere al spațiului de care au nevoie.

1.2. SCURT ISTORIC

Primul contact cu roțile dințate necirculare datează încă din secolul XV și se rezumă la cateva schițe realizate de Leonardo da Vinci în colecția „Codex Madrid P” [145]. Tot în această carte se menționează despre ideea novatoare a unei roți cu contur necircular și curbă de divizare ce se auto-intersectează.

Lipsa metodelor de generare a roților dințate necirculare a reprezentat un mare obstacol în încercarea de introducere a acestora în industrie, însă au continuat să reprezinte o provocare pentru cercetători. Printre primele persoane, ce au avut ca obiect de studiu aceste mecanisme, se numără Franz Reuleaux, ce prezintă în cartea sa [105], o pereche de roți dințate eliptice.

Manufacturarea roților dințate necirculare primește o nouă perspectivă când Litvin introduce și dezvoltă teoria înfășurării suprafețelor [75], teorie ce va permite danturarea roților dințate necirculare cu aceleași scule folosite pentru roțile circulare.

1.3. CLASIFICARE

În mod uzual, proiectarea roților dințate necirculare ia în considerare curbe de divizare închise, deși există și roți cu curbă de divizare deschisă (spirală logaritmică) [143], care transmit mișcarea doar pe o fracțiune de rotație; de regulă, aceste roți sunt utilizate în dispozitivele computerizate.

Criteriul de bază care clasifică roțile dințate necirculare îl constituie variația vitezei elementului condus. În acest sens, se disting:

- a) Roți dințate necirculare cu viteză variabilă continuu;
- b) Roți dințate necirculare cu trepte de viteză constantă;
- c) Roți dințate necirculare care combină translația cu rotația;
- d) Roți dințate necirculare pentru mișcare intermitentă.

1.4. PROIECTAREA CURBELOR DE DIVIZARE ALE ROȚILOR DINȚATE CU TRANSMITERE VARIABILĂ A MIȘCĂRII

În activitatea de proiectare a unei roți dințate necirculare, primul pas îl constituie generarea curbelor de divizare, de-a lungul cărora vor fi generați dinții. Teoria generării curbelor de divizare/centroidelor necirculare conjugate pune în evidență trei ipoteze de lucru [107]:

- a) Ipoteza legii de variație a raportului de transmitere;
- b) Ipoteza legii de variație a mișcării elementului condus;

c) Ipoteza curbei de divizare conducătoare.

1.5. GENERAREA DANTURII

Studiul literaturii de specialitate pune în evidență trei metode principale de generare a danturii roților dințate necirculare, abordate de specialiști:

- a) generarea matematică a danturii;
- b) generarea bazată pe teoria înfășurării suprafețelor;
- c) simularea prelucrării.

1.6. APLICAȚII ALE ANGRENAJELOR CU TRANSMITERE VARIABILĂ A MIȘCĂRII

Pe lângă problemele legate de metodele de generare a curbelor de divizare sau de modelare a danturii, unele studii au fost direcționate către găsirea posibilelor aplicații în care pot fi folosite aceste tipuri de transmisii.

Aplicabilitatea utilizării roților dințate necirculare este evidențiată prin soluții constructive, avantajoase, propuse de cercetători în industria autovehiculelor [46], [49], în matrierie, pentru aparatură medicală, aparatură hidraulică [60], [62], [67], în robotică, în prese [61], [134], în mașinile de plantat răsaduri [63] etc.

2. OBIECTIVELE ȘI STRUCTURA TEZEI

2.1. INTRODUCERE

Roțile dințate cu transmitere variabilă a mișcării au fost și sunt, în continuare, o categorie de roți dințate mai puțin populare în industria angrenajelor, datorită dificultăților întâlnite în etapele de proiectare și prelucrare. Având la dispoziție o mare diversitate de programe dedicate calculului numeric, proiectării asistate de calculator și analizei cu elemente finite, angrenajele cu transmitere variabilă a mișcării pot fi modelate virtual, analizate și optimizate; modelele virtuale pot fi prelucrate, cu ușurință, pe mașini unelte cu control numeric sau prin procedee neconvenționale, respectiv prin eroziune electrică, prototipare rapidă, tăiere cu laser, plasmă sau jet de apă și abraziv.

2.2. OBIECTIVELE TEZEI

Lucrarea de față propune o metodă de generalizare a procesului de modelare a angrenajelor cu transmitere variabilă a mișcării, în ipoteza cunoașterii curbei de divizare a roții conducătoare, prin utilizarea ecuației superformei propusă de Gielis. Astfel, în situațiile în care o anumită aplicație presupune obținerea unei legi de mișcare specifice, pentru elementul condus, sau sunt necesare roți dințate cu o geometrie anume, prin alegerea optimă a parametrilor definiției ai superformei, se pot modela curbe de divizare conjugate care să îndeplinească condițiile impuse.

Generalizarea procesului de modelare a roților dințate cu raport de transmitere variabil presupune atingerea următoarelor obiective:

- Generarea curbilor de divizare conjugate;
- Generarea danturii, fie prin metoda analitică, fie prin simularea prelucrării;
- Analiza angrenării roților cu transmitere variabilă a mișcării.

În ce privește generarea virtuală a danturii, în literatura de specialitate se întâlnesc trei metode principale de generare a roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării: generarea analitică a flancurilor danturii, generarea danturii pe baza teoriei înfășurării suprafețelor și generarea danturii prin simularea prelucrării. Abordarea analitică este una din metodele utilizate în lucrarea de față și vizează o metodă proprie de generare, bazată pe rularea unui dinte a cremalierii de-a lungul curbei de divizare, obținându-se profilul flancurilor concave și convexe, respectiv, ale dinților roții dințate.

Generarea danturii prin simularea prelucrării, urmărește geometria curbilor de divizare ale roților și face distincție între situațiile:

- când curba de divizare are o formă convexă, prelucrarea danturii se bazează pe procedura standard de generare, prin rularea cremalierii pe curba de divizare a roții de prelucrat;
- când curba de divizare are o formă convex-concavă, utilizarea cremalierii de generare ar duce la apariția interferenței în zonele de concavitate; drept urmare, în această situație, se utilizează prelucrarea prin rulare cu cuțitul roată.

Generarea prototipurilor se realizează prin copierea modelelor CAD obținute analitic, pe mașina de tăiat cu jet de apă.

Continuarea cercetărilor teoretice se bazează pe roțile dințate generate analitic, întrucât manevrarea bazelor de date este mai precisă. În acest sens se analizează angrenarea dintre cele două roți dințate, prin simularea angrenării, pentru studierea petei de contact.

2.3. STRUCTURA TEZEI

Teza este structurată pe trei secțiuni majore: evidențierea cercetărilor în domeniu, generarea roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării, prin îmbinarea metodelor tradiționale cu metode originale, și analiza condițiilor de angrenare. Cele trei secțiuni sunt detaliate pe parcursul a șase capitole, după cum urmează:

Capitolul 1 trece în revistă principalele elemente teoretice privind roțile dințate necirculare.

Capitolul 3 analizează posibilitatea de generalizare a procesului de modelare a curbilor de divizare ale roților dințate cu raport de transmitere variabil. În acest sens, se propune utilizarea ecuației „superformei” pentru a genera curba de divizare a roții dințate conducătoare.

Capitolul 4 abordează generarea danturii roților dințate cu raport de transmitere variabil, atât din perspectiva angrenării roților dințate necirculare, cât și din punct de vedere al prelucrării, dezvoltată în mediul virtual.

Capitolul 5 pune în evidență angrenarea roților dințate cu raport de transmitere variabil, respectiv forma și evoluția petei de contact, în ipoteza unei interferențe controlate, și starea de tensiuni și deformații. Ca suport informatic au fost utilizate mediile Matlab, AutoCAD și SolidWorks.

Concluziile finale, contribuțiile personale și perspectivele de cercetare încheie lucrarea de față.

3. MODELAREA CURBELOR DE DIVIZARE ALE ROȚILOR DINȚATE CU TRANSMITERE VARIABILĂ A MIȘCĂRII

3.1. INTRODUCERE

Dacă un corp execută o mișcare plană arbitrară, în fiecare moment există un punct, numit centru de rotație instantaneu, în jurul căruia se demonstrează că acel corp se rotește. Curba descrisă de centrul de rotație instantaneu, pe parcursul mișcării, relativ la un sistem de coordonate rigid atașat corpului, poartă numele de **centroidă**. În situația în care două corpuri execută o mișcare în același plan, prin rostogolire fără alunecare, unul peste

celălalt, centroidele mișcării relative dintre corpuri sunt locurile geometrice descrise de centrele de rotație instantanee proprii.

Principalele proprietăți ale centroidelor sunt:

- 1) Centroidele conjugate se rostogolesc fără alunecare una față de cealaltă;
- 2) Centroidele conjugate sunt, în permanență, tangente în centrul instantaneu de rotație;
- 3) Orice arc de pe o centroidă se imprimă, în aceeași lungime, pe centroidă conjugată.

3.2. SUPERFORMA – CURBĂ DE DIVIZARE A ROȚILOR DINȚATE CU TRANSMITERE VARIABILĂ A MIȘCĂRII

Pentru a generaliza procesul de modelare a roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării, curba de divizare a roții dințate conducătoare a fost generată cu ajutorul ecuației superformei [1]. Superforma, introdusă de Gielis [40], este o primitivă mai „generoasă” decât o supercuadrică [43]. În literatura de specialitate, superforma este utilizată pentru a descrie o gamă largă de curbe plane cu semnificații biologice [42], [88], și tehnice [32], [109] și reprezintă o continuă sursă de inspirație pentru modelarea geometrică [99], [112].

Ecuația generală a superformei, propusă de Gielis ca o extensie a ecuației super-elipsei, în coordonate polare, se exprimă prin:

$$r(\theta) = \left[\left| \frac{1}{a} \cdot \cos \frac{n\theta}{4} \right|^{n_2} + \left| \frac{1}{b} \cdot \sin \frac{n\theta}{4} \right|^{n_3} \right]^{\frac{1}{n_1}} \quad (3.4)$$

unde a, b sunt numere reale, nenule, ce determină semilungimile axelor elipsei tradiționale;

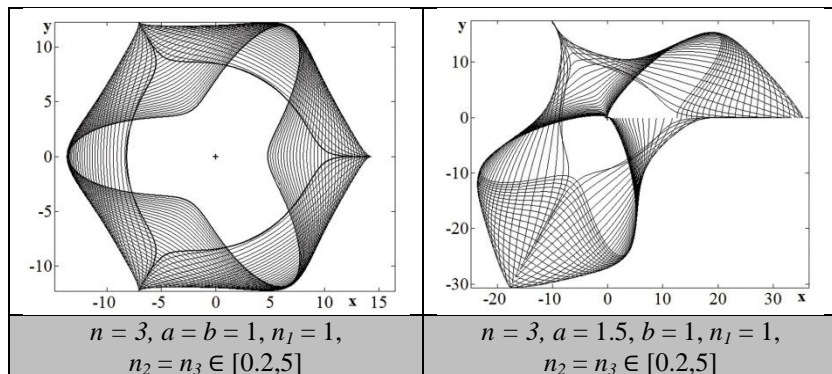
n – număr real, ce introduce o simetrie de rotație (număr de lobi), respectiv o periodicitate a curbei, corespunzătoare unui unghi de $2\pi/n$. Curba este închisă atât pentru valori întregi ale parametrului n , cât și pentru valori raționale, cu condiția ca unghiul θ să fie extins la un multiplu de 2π ;

n_1, n_2, n_3 – numere reale. Prin diverse combinații ale acestor exponenți, pot fi generate curbe ascuțite, bombate, poligoane simetrice sau asimetrice.

Prin variația celor 6 parametri definitorii, ai superformei, se poate obține o gama largă de curbe plane (Tab. 3.1.), însă doar o parte dintre acestea pot fi folosite drept curbe de divizare ale roților dințate.

Selectarea corespunzătoare a geometriei superformei, admisă ca și curbă de divizare a roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării, are la bază limitarea variației parametrilor definatorii, astfel încât formele ascuțite și cele cu raze de curbură foarte mici să fie evitate.

Tabel 3.1. Familii de superforme



Considerând superforma ca o potențială curbă de divizare, influența exponenților asupra omogenității dimensionale a relației (3.4) este exclusă prin parametrizare, utilizând notațiile:

$\bar{a} = a/m$, și $\bar{b} = b/m$, unde m este modulul danturii.

Ca urmare, ecuația (3.4) se poate scrie:

$$\bar{r}(\theta) = \left[\left| \frac{1}{\bar{a}} \cdot \cos \frac{n\theta}{4} \right|^{n_2} + \left| \frac{1}{\bar{b}} \cdot \sin \frac{n\theta}{4} \right|^{n_3} \right]^{-\frac{1}{n_1}} \quad (3.5)$$

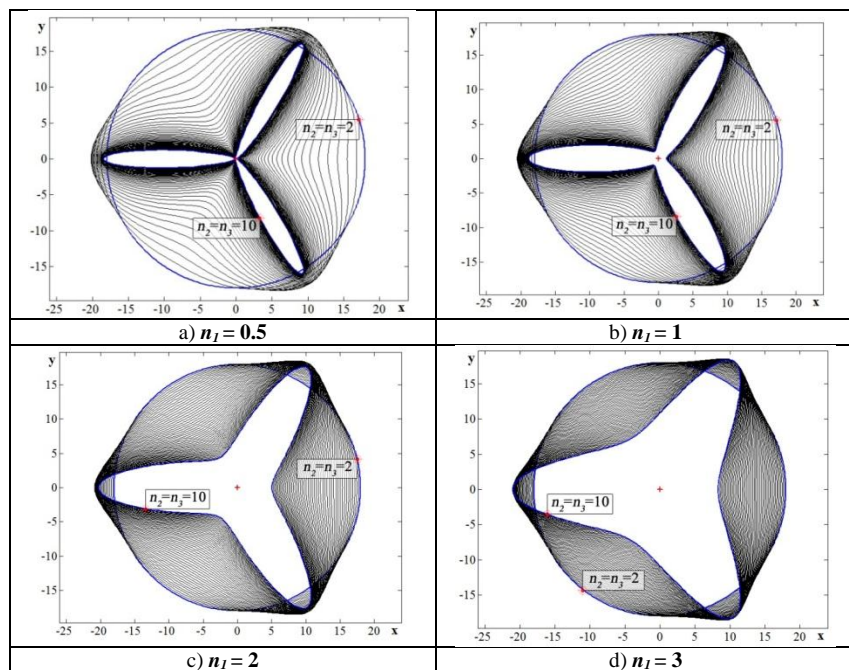
3.2.1. Studiul continuității și derivabilității funcției ce definește curba de divizare

O primă selecție a parametrilor superformei, admisă drept curbă de divizare a roților dințate, are la bază necesitatea ca funcția definatorie (3.4) să fie continuă și derivabilă. Pentru ca funcția definatorie a superformei să fie continuă și derivabilă, cu derivata continuă, este necesar ca $n_2, n_3 \geq 2$ și $n_1 \in \mathbb{R}^*$.

3.2.2. Influența parametrilor definatorii asupra geometriei superformei

Pașul următor în analiza variației acceptate a parametrilor definatorii ai superformei, în calitate de curbă de divizare a roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării, îl constituie reprezentarea grafică a familiilor de curbe și evidențierea modului în care cei șase parametri influențează forma curbelor. Influența parametrilor a , b , n , n_1 , n_2 , n_3 asupra geometriei superformei este prezentată în tabelele 3.2 – 3.9.

Tabel 3.4. Variația geometriei superformei cu 3 lobi, cu axe de lungime egală

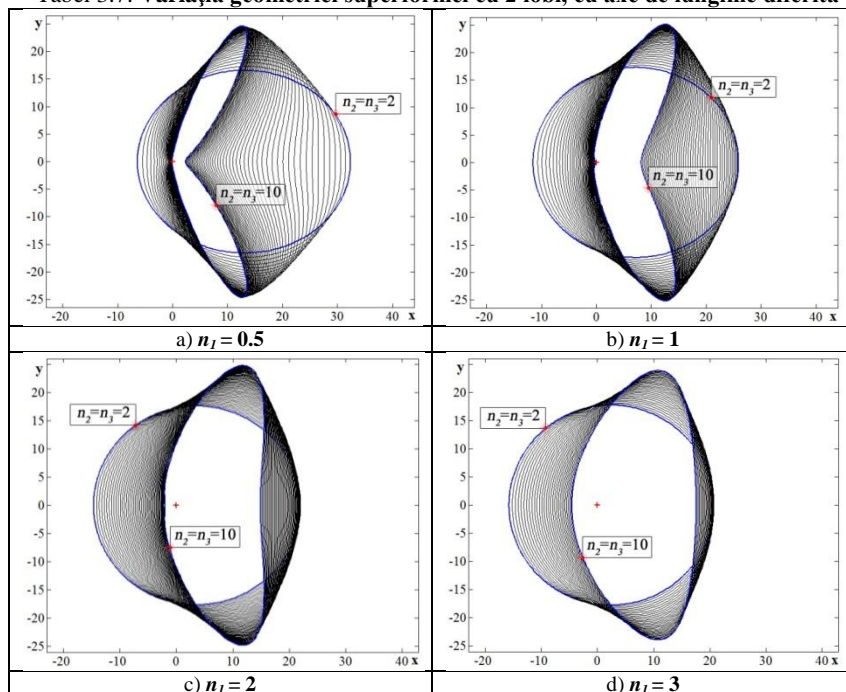


Tabelul 3.4 validează comportarea superformei cu doi lobi. Astfel, pentru valori mici ale parametrilor n_1 , n_2 , n_3 se obțin forme poligonale în care este evidentă existența punctelor de întoarcere și a zonelor cu raze de curbură mici. Forme acceptabile pentru amplasarea exterioară a dinților presupune alegerea unor valori pentru n_2 , n_3 , cu atât mai mari, cu cât n_1 este mai mic.

Pentru familiile de superforme cu axe inegale (Tab. 3.7), geometria curbelor arată că:

- dacă numărul de lobi este impar ($n = 1, 3$), curbele obținute sunt deschise;
- pentru $n = 1$, la valori mici ale exponentului n_1 , variația formei curbei este accentuată și extremitatea curbei ($\theta = 2\pi$) se apropie foarte mult de început;
- pentru a obține forme acceptabile, exponenții n_1 și n_2, n_3 respectiv, ar trebui să se afle într-o relație de invers proporționalitate.

Tabel 3.7. Variația geometriei superformei cu 2 lobi, cu axe de lungime diferită



3.2.3. Superforma în geometria roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării

După alegerea parametrilor optimi, superforma este scalată corespunzător curbei de divizare a unui pinion, cu dantura definită de modul m și număr de dinți z . Pentru aceasta, se introduce factorul de scalare, k :

$$k = \frac{L_{pc}}{L_s} = \frac{\pi \cdot m \cdot z}{\int_0^{2\pi} \sqrt{\bar{r}^2(\theta) + \left(\frac{d\bar{r}(\theta)}{d\theta}\right)^2}} \quad (3.24)$$

unde L_{pc} este lungimea curbei de divizare a pinionului,

L_s - lungimea superformei, pentru $\theta \in [0, 2\pi]$.

Ca urmare, procesul de generalizare a modelării curbei de divizare a unei roți dințate cu transmitere variabilă a mișcării, cu modul m și număr de dinți z , are la bază ecuația:

$$r(\theta) = k \cdot \bar{r}(\theta) \quad (3.25)$$

3.3. MODELAREA CURBEI DE DIVIZARE A ROȚII DINȚATE CONJUGATE

3.3.1. Curbe de divizare exterioare

În algoritmul de modelare a curbelor de divizare conjugate exterioare ale roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării, în ipoteza definirii geometriei curbei de divizare a roții conducătoare, se parcurg următorii pași:

PASUL1: Determinarea distanței dintre axe

În cazul angrenajelor cu transmitere variabilă a mișcării, raportul de transmitere instantaneu se calculează cu relația:

$$m_{12}(\theta_1) = \frac{d\theta_1}{d\theta_2} = \frac{r_2(\theta_2)}{r_1(\theta_1)} = \frac{D - r_1(\theta_1)}{r_1(\theta_1)} \quad (3.26)$$

unde θ_1, θ_2 sunt unghiurile de rotație ale roților conducătoare și conduse, respectiv;

$D = r_1(\theta_1) + r_2(\theta_2)$ - distanța dintre axele/centrelor de rotație ale curbelor de divizare definite de razele polare $r_1(\theta_1), r_2(\theta_2)$.

Din literatura de specialitate [80], se desprind următoarele observații asupra raportului de transmitere instantaneu:

- o funcție periodică asigură închiderea celor două curbe de divizare conjugate;
- variația funcției nu trebuie să depășească anumite limite, pentru a asigura unghiuri de presiune corespunzătoare.

Din ecuația (3.26) rezultă că:

$$\theta_2(\theta_1) = \int \frac{1}{m_{12}(\theta_1)} d\theta_1 \quad (3.27)$$

Dacă se consideră că roata condusă execută N_2 rotații în timp ce pinionul execută N_1 rotații complete, atunci unghiul $\theta_2=2\pi/N_1$ trebuie parcurs de roata condusă în timp ce pinionul se rotește cu $\theta_1=2\pi/N_2$. Ca urmare, ecuația (3.27) devine:

$$\frac{2\pi}{N_1} = \int_0^{\frac{2\pi}{N_2}} \frac{1}{m_{12}(\theta_1)} d\theta_1 = \int_0^{\frac{2\pi}{N_2}} \frac{r_1(\theta_1)}{r_2(\theta_2)} d\theta_1 = \int_0^{\frac{2\pi}{N_2}} \frac{r_1(\theta_1)}{D - r_1(\theta_1)} d\theta_1 \quad (3.28)$$

Rezolvarea numerică a ecuației () are la bază incrementarea distanței de referință dintre axe și iterarea procedurii de calcul al integralei, până la obținerea soluției, cu eroarea ε . Relația (3.28) se transcrie astfel

$$\frac{2\pi}{N_1} - \int_0^{\frac{2\pi}{N_2}} \frac{r_1(\theta_1)}{D - r_1(\theta_1)} d\theta_1 \leq \varepsilon \quad (3.32)$$

PASUL 2: Modelarea curbei de divizare conjugate

Curba de divizare a roții dințate conduse este determinată pe baza următoarelor considerente geometrice și cinematice:

distanța dintre centrele de rotație ale curbelor de divizare, D , este constantă, unde:

$$D = r_1(\theta_1) + r_2(\theta_2) \quad (3.33)$$

- funcția de transmitere a mișcării, $\theta_2(\theta_1)$, este o funcție continuă și derivabilă de ordinul doi, monoton crescătoare, cu derivata $m_{21} = \frac{d\theta_2}{d\theta_1}$ sau

$$m_{12} = \frac{d\theta_1}{d\theta_2};$$

- curbele de divizare ale celor două roți dințate sunt tangente pe tot parcursul rotației, într-un punct coliniar cu cele două centre, ce se deplasează pe dreapta ce le unește;

- curbele de divizare se rostogolesc fără alunecare una peste cealaltă.

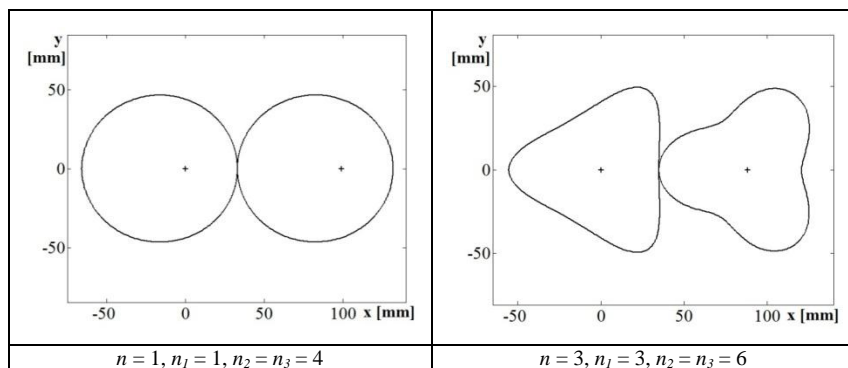
Rezultă astfel ecuațiile definiției ale curbei de divizare conjugate:

$$\theta_2(\theta_1) = \int_0^{\theta_1} \frac{1}{m_{12}} d\theta_1 = \int_0^{\theta_1} \frac{r_1(\theta_1)}{D - r_1(\theta_1)} d\theta_1 \quad (3.34)$$

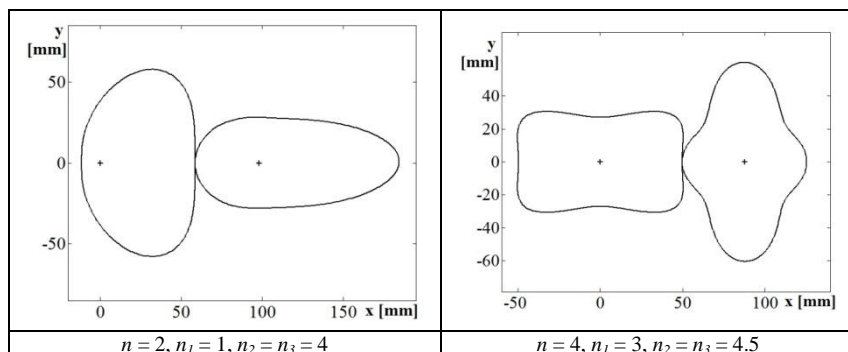
$$r_2(\theta_2(\theta_1)) = D - r_1(\theta_1) \quad (3.35)$$

Tabelele 3.10 și 3.11 prezintă exemple de perechi de curbe de divizare conjugate exterioare. Pentru modelarea acestor curbe au fost considerați următorii parametri inițiali: modulul $m = 2$ mm, numărul de dinți ai pinionului $z_1 = 48$, numărele de rotații $N_1 = N_2 = 1$. Generată ca superprimitivă, curba de divizare a pinionului este caracterizată de $a = b = 1$ (tabelul 3.10) și $a = 1.5$, $b = 1$ (tabelul 3.11), respectiv; Exponenții din funcția de definire a superformei sunt detaliați în tabele.

Tabel 3.10. Exemple de curbe de divizare conjugate exterioare, pentru $a = b$



Tabel 3.11. Exemple de curbe de divizare conjugate exterioare, pentru $a \neq b$



3.3.2. Curbe de divizare interioare

Pentru determinarea curbelor de divizare conjugate ale roților dințate corespunzătoare angrenajelor interioare, se aplică un algoritm asemănător celui utilizat în cazul angrenajelor exterioare [122], cu următoarele modificări:

➤ funcția ce definește raportul de transmitere este:

$$m_{12}(\theta_1) = \frac{d\theta_1}{d\theta_2} = \frac{r_2(\theta_1)}{r_1(\theta_1)} = \frac{r_1(\theta_1) - D}{r_1(\theta_1)} \quad (3.36)$$

➤ ecuația (3.31) devine:

$$\frac{2\pi}{N_1} = \int_0^{\frac{2\pi}{N_2}} \frac{1}{m_{12}(\theta_1)} d\theta_1 = \int_0^{\frac{2\pi}{N_2}} \frac{r_1(\theta_1)}{r_2(\theta_2)} d\theta_1 = \int_0^{\frac{2\pi}{N_2}} \frac{r_1(\theta_1)}{r_1(\theta_1) - D} d\theta_1 \quad (3.37)$$

➤ determinarea distanței dintre axe, prin metoda iterativă, are la bază incrementul:

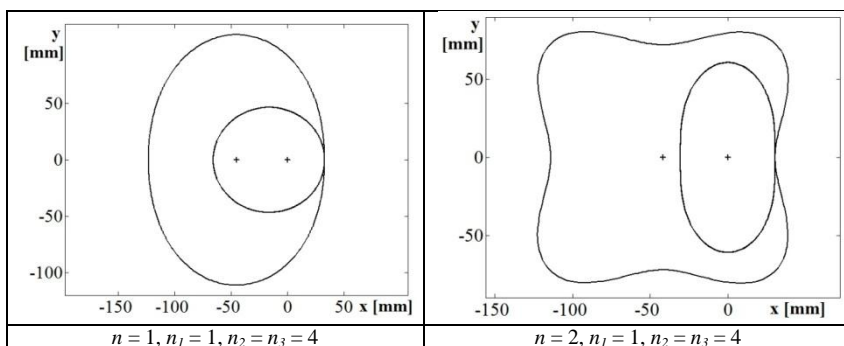
$$\Delta = \frac{2\pi}{N_1} - \int_0^{\frac{2\pi}{N_2}} \frac{r_1(\theta_1)}{D - r_1(\theta_1)} d\theta_1 < 10^{-6} \quad (3.38)$$

➤ modelarea curbei de divizare conjugate și mișcarea acesteia se bazează pe ecuațiile:

$$\theta_2(\theta_1) = \int_0^{\theta_1} \frac{1}{m_{12}} d\theta_1 = \int_0^{\theta_1} \frac{r_1(\theta_1)}{r_1(\theta_1) - D} d\theta_1 \quad (3.39)$$

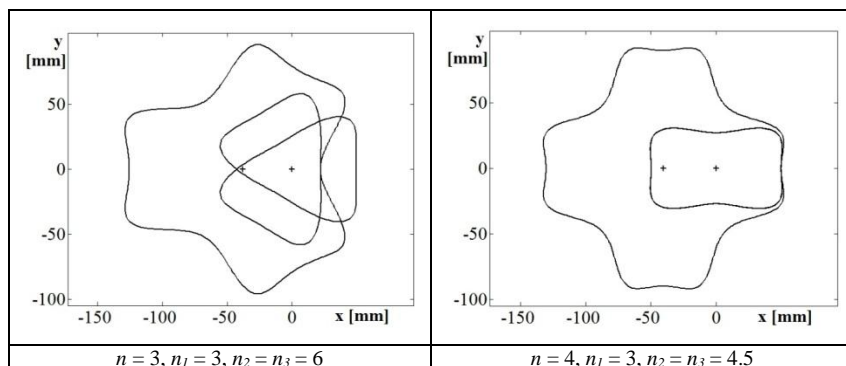
$$r_2(\theta_2(\theta_1)) = r_1(\theta_1) - D \quad (3.40)$$

Tabel 3.12. Exemple de curbe de divizare conjugate interioare, pentru $a = b$



Tabelele 3.12 și 3.13 prezintă perechi de curbe de divizare conjugate interioare, cu axe de lungimi egale și diferite, respectiv. Datele inițiale, luate în considerare în algoritmul de generare a perechii de curbe de divizare sunt: modulul $m = 2$ mm, numărul de dinți ai pinionului $z_1 = 48$, numărele de rotații $N_1 = 2$, $N_2 = 1$. Generată ca superprimitivă, curba de divizare a pinionului este caracterizată de $a = b = 1$ (tabelul 3.12) și $a = 1.5$, $b = 1$ (tabelul 3.13), respectiv; Exponenții din funcția de definiție a superformei sunt detaliați în tabele.

Tabel 3.13. Exemple de curbe de divizare conjugate interioare, pentru $a \neq b$



Se observă că, spre deosebire de rularea exterioară, unde formele curbelor de divizare erau asemănătoare, în modelarea curbelor de divizare conjugate interioare, există diferențe mari între geometria acestora; astfel, curba de divizare a pinionului poate fi excentrică convexă, în timp ce curba de divizare condusă prezintă zone de concavitate accentuate (Tab. 3.13). În plus, în cazul curbelor de divizare interioare, definite de parametrii a și b diferiți, cu parametrul n impar ($n = 1, 3$), curbele conducătoare se autointersectează, fapt ce duce la excluderea acestor exemple.

3.4. CINEMATICA RULĂRII

3.4.1. Curbe de divizare exterioare

Figurile 3.7 - 3.10 ilustrează influența celor șase parametri definitorii ai superformei asupra geometriei curbelor de divizare exterioare ale roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării și, implicit, asupra modului de variație a raportului de transmitere instantaneu. Exemplele surprinse pun în evidență următoarele:

- pe măsură ce numărul de lobi n este mărit (Fig. 3.7), curbele de divizare își modifică geometria, variind de la forme convexe-excentrice ($n = 1$), la forme convexe-concave, de tip poligonal, cu colțuri rotunjite, cu centru de simetrie ($n = 2, 3$). Raportul de transmitere înregistrează aceeași amplitudine, indiferent de numărul de lobi, n , ai curbelor de divizare, dar variația lui se repetă ciclic, pe parcursul unei perioade de rotație, de un număr de ori egal cu numărul de lobi.

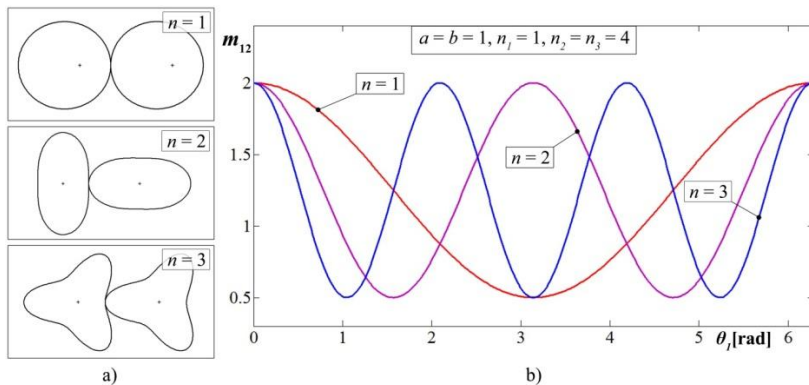


Fig. 3.7. Influența parametrului n asupra geometriei curbei de divizare (a) și asupra raportului de transmitere (b)

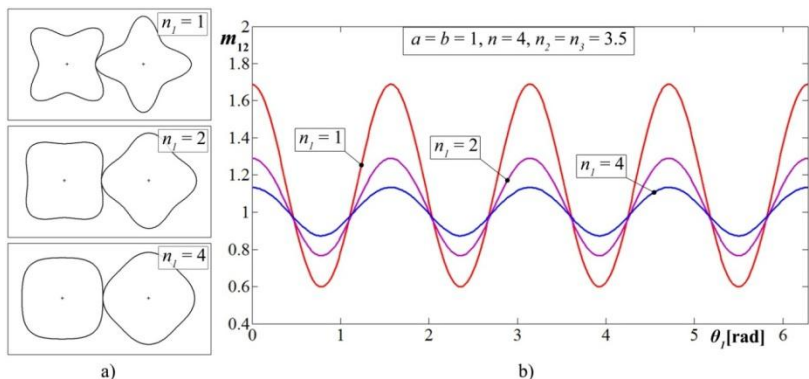


Fig. 3.8. Influența parametrului n_1 asupra geometriei curbei de divizare (a) și asupra raportului de transmitere (b)

- pe măsură ce exponentul n_1 este mărit (Fig. 3.8), concavitățile curbelor de divizare se diminuează, până la obținerea curbelor convexe, ce tind spre forme circulare. Amplitudinea raportului de transmitere scade odată cu

creșterea exponentului n_1 ; o creștere de 4 ori a valorii lui n_1 , duce la o scădere cu 233% a amplitudinii raportului de transmitere.

3.4.2. Curbe de divizare interioare

Figurile 3.11 – 3.14 prezintă influența celor șase parametri definitorii ai superformei asupra geometriei curbelor de divizare interioare ale roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării și, implicit, asupra modului de variație a raportului de transmitere.

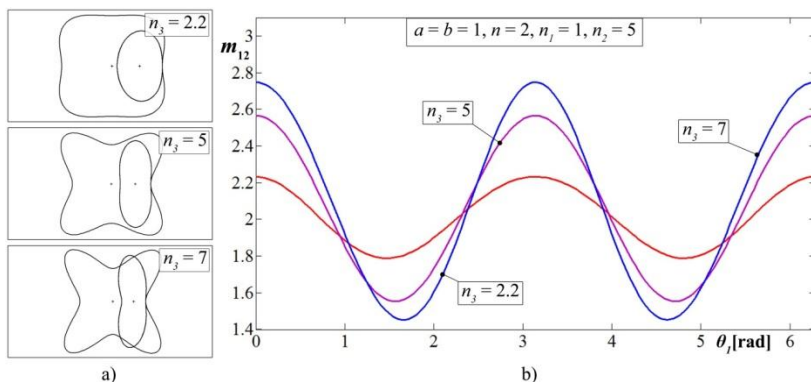


Fig. 3.13. Influența parametrului n_3 asupra geometriei curbei de divizare (a) și asupra raportului de transmitere (b)

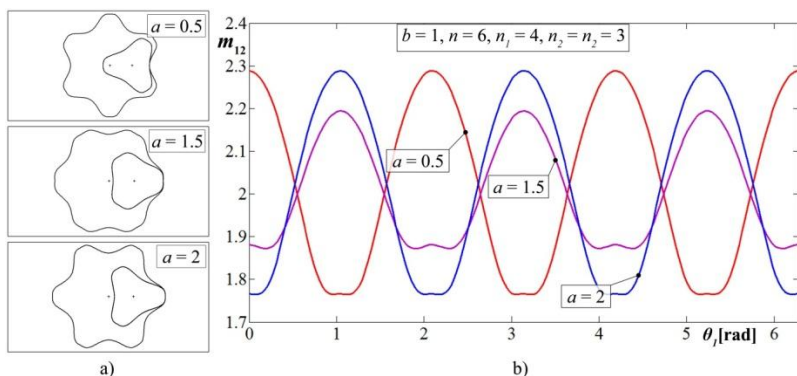


Fig. 3.14. Influența parametrului a asupra geometriei curbei de divizare (a) și asupra raportului de transmitere (b)

Analizând aceste figuri se poate observa că efectele modificării unuia dintre parametri sunt aceleași ca și în cazul angrenării exterioare:

- asemănător cazului variației numărului de lobi, creșterea exponentului n_3 (Fig. 3.13) implică modificarea geometriei curbilor de divizare, de la convexe, la convex-concave, și creșterea amplitudinii raportului de transmitere. Pe măsură ce exponentul n_3 se diferențiază de n_2 , simetria curbilor se modifică, iar punctele de minim și maxim, ale raportului de transmitere, se decalează.
- modificarea uneia din lungimile axelor (Fig. 3.14) implică modificarea alternanțelor convex-concav și diferențierea vârfurilor de amplitudine. De asemenea, tipul raportului a/b (subunitar sau supraunitar) influențează simetria curbilor de divizare și frecvența variației raportului de transmitere.

4. GENERAREA DANTURII ROȚILOR DINȚATE CU TRANSMITERE VARIABILĂ A MIȘCĂRII

4.1. INTRODUCERE

Studiul literaturii de specialitate pune în evidență trei metode principale de generare a danturii roților dințate transmitere variabilă a mișcării: generarea analitică a danturii, generarea bazată pe teoria înfășurării suprafețelor, simularea prelucrării.

Pentru a contrui modelul CAD al roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării, este considerată, într-o primă variantă, generarea analitică a danturii. Complexitatea expresiei analitice a curbei de divizare a roților transmitere variabilă a mișcării impune desfășurarea calculului matematic în mediul MATLAB® [40], [55], [96], [104], [125] cu precizie ridicată, pentru generarea flancurilor convexe și concave ale dinților; ulterior, curbele geometrice plane obținute sunt importate în mediul AutoCAD® [110], prin intermediul limbajului de programare AutoLISP [8], [94], [95], [111], [113] și editate în vederea generării modelelor solide.

În varianta simulării prelucrării roților cu transmitere variabilă a mișcării, prin rulare, se optează pentru scule de tip cremalieră și cuțit roată, în funcție de geometria curbei de divizare: convexă sau convex-concavă, respectiv. Analiza formei curbei de divizare și limitarea variației curbării acesteia sunt esențiale pentru alegerea corectă a sculei așchietoare și generarea danturii în condiții corecte.

4.2. GENERAREA ANALITICĂ A DANTURII

Pentru generarea analitică a danturii, se consideră un angrenaj cu roți dințate cu curbele de divizare definite de parametrii superformei: a, b, n, n_1, n_2, n_3 , modulul m , numărul de dinți z și numărul de rotații N_1 , respectiv N_2 , pentru pinion și roata condusă

4.2.1. Generarea danturii roții dințate conducătoare

Pentru generarea profilurilor flancurilor dinților roții conducătoare, se urmărește rularea dintelui cremalierii generatoare pe curba de divizare a roții dințate cu transmitere variabilă a mișcării. Poziționarea și rularea sculei, la nivelul fiecărui dinte, respectă condițiile geometrice și cinematice ale angrenării roată dințată – cremalieră.

4.2.1.1. Generarea profilurilor flancurilor concave

Se consideră curba de divizare a unei roți dințate transmitere variabilă a mișcării, modelată ca superprimitivă și scalată corespunzător unor date de proiectare prestabilite: modulul m și numărul de dinți z . Se poziționează fiecare flanc concav al dinților prin punctul P_i (Fig. 4.1 a), punct în care flancul intersectează curba de divizare și care, la un moment dat, devine centrul instantaneu de rotație în mișcarea de rulare a curbelor de divizare conjugate, ale roții și cremalierii, respectiv. Dispunerea corectă a dinților pe circumferința curbei de divizare impune ca:

$$l_{arc}(P_i, P_{i+1}) = \pi m, \quad i = 1 \dots (z - 1) \quad (4.1)$$

unde $l_{arc}(P_i, P_{i+1})$ este lungimea arcului de curbă între punctele omoloage ale flancurilor consecutive concave (pasul danturii).

În punctul P_i se determină tangenta la curbă, ce este totodată linia de divizare a cremalierii (l.d.c.); tangenta formează, cu raza vectoare a punctului P_i , unghiul μ_i . În ipoteza unui unghi de presiune α constant, la nivelul fiecărui dinte, la înclinarea cu unghiul α față de (l.d.c.), se poziționează linia de angrenare (l.a.). Se notează cu ψ_i unghiul pe care linia de angrenare îl formează cu axa Ox . Linia de angrenare este perpendiculară pe flancul cremalierii, în punctul E_{if} .

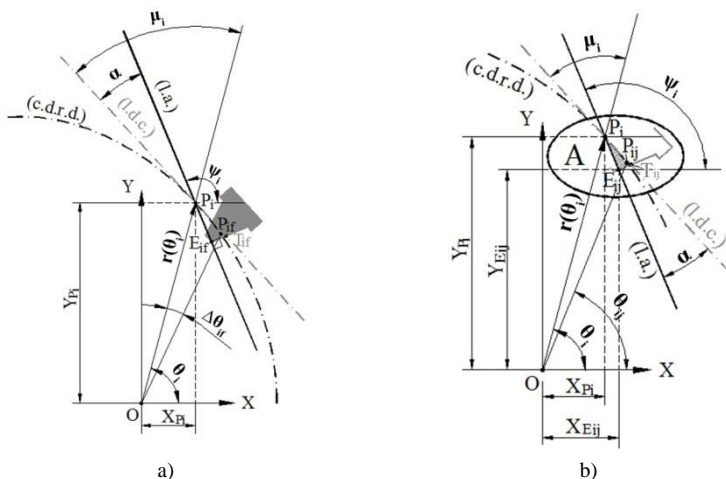
Profilul evolventic al flancului concav, al dintelui “ i ” se obține prin rularea cremalierii generatoare standard, în vecinătatea punctului P_i , în limitele unghiulare $[\theta_{if}, \theta_{iv}]$ (Fig. 4.1 b), definite prin:

$$\begin{aligned}\theta_{if} &= \theta_i - \Delta\theta_{if} \\ \theta_{iv} &= \theta_i + \Delta\theta_{iv}\end{aligned}\quad (4.2)$$

unde θ_i este unghiul polar corespunzător punctului P_i ;

$\Delta\theta_{if}$ – incrementul unghiular corespunzător rulării dintelui cremalierii pentru generarea piciorului dintelui;

$\Delta\theta_{iv}$ – incrementul unghiular corespunzător rulării dintelui cremalierii pentru generarea vârfului dintelui;



A
scara 2:1

Notații utilizate:

(c.d.r.d.) – curba de divizare a roții dințate

(l.d.c.) – linia de divizare a cremalierii generatoare

(l.a.) – linia de angrenare curentă

Fig. 4.1. Generarea piciorului flancului concav al dintelui roții cu transmitere variabilă a mișcării

a) începutul generării flancului concav; b) determinarea analitică a profilului evolventei;

Ca urmare, generarea flancului concav al dintelui necesită:

i) determinarea limitelor unghiulare între care se generează flancul dintelui. Incrementele unghiulare $\Delta\theta_{if}$ și $\Delta\theta_{iv}$ se obțin din condiția ca piciorul dintelui

și capul dintelui să fie obținute ca zone conjugate ale capului și piciorului flancului cremalierii, respectiv, în timpul rulării;
 ii) stabilirea ecuațiilor analitice corespunzătoare.

I.a) Determinarea profilului flancului concav, în zona de picior a dintelui roții

Fie X_{P_i} , Y_{P_i} coordonatele punctului P_i , relativ la sistemul de coordonate OXY, fix (Fig. 4.1 b). Pentru generarea flancului piciorului dintelui, rularea are loc de-a lungul arcului P_iP_{if} , pe curba de divizare a roții, și a segmentului P_iT_{if} , respectiv, pe linia de divizare a cremalierii. Astfel:

$$l_{arc}(P_i, P_{if}) = \|P_iT_{if}\| \quad (4.3)$$

unde $\|P_iT_{if}\|$ este lungimea segmentului $|P_iT_{if}|$.

Relațiile analitice finale ce definesc profilul evolventic al piciorului flancului concav al dintelui „i” al roții dințate cu transmitere variabilă a mișcării, poziționat la unghiul θ_i , sunt:

$$X_{E_{ij}} = r(\theta_i) \cdot \cos\theta_i \mp \int_{\theta_{ij}}^{\theta_i} \sqrt{r^2(\theta) + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2} d\theta \cdot \cos\alpha \cdot \cos\psi_i \quad (4.13)$$

$$Y_{E_{ij}} = r(\theta_i) \cdot \sin\theta_i \mp \int_{\theta_{ij}}^{\theta_i} \sqrt{r^2(\theta) + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2} d\theta \cdot \cos\alpha \cdot \sin\psi_i$$

I.b) Determinarea profilului flancului concav, în zona de vârf a dintelui roții

Pentru generarea flancului vârfului dintelui, rularea are loc de-a lungul arcului P_iP_{iv} , pe curba de divizare a roții, și a segmentului P_iT_{iv} , respectiv, pe linia de divizare a cremalierii (Fig. 4.2 a). Ca urmare:

$$l_{arc}(P_i, P_{iv}) = \|P_iT_{iv}\| \quad (4.14)$$

Se pot scrie relațiile analitice finale ce definesc profilul evolventic al vârfului dintelui „i” al roții dințate cu transmitere variabilă a mișcării, poziționat la unghiul θ_i :

$$X_{E_{ik}} = r(\theta_i) \cdot \cos\theta_i \pm \int_{\theta_i}^{\theta_{ik}} \sqrt{r^2(\theta) + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2} d\theta \cdot \cos\alpha \cdot \cos\psi_i \quad (4.21)$$

$$Y_{E_{ik}} = r(\theta_i) \cdot \sin\theta_i \pm \int_{\theta_i}^{\theta_{ik}} \sqrt{r^2(\theta) + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2} d\theta \cdot \cos\alpha \cdot \sin\psi_i$$

unde $\theta \in [\theta_i, \theta_i + \Delta\theta_{iv}]$, semnul „+“ este folosit dacă $r(\theta_i) \leq r(\theta_{i+1})$, iar semnul „-“ este folosit dacă $r(\theta_i) > r(\theta_{i+1})$.

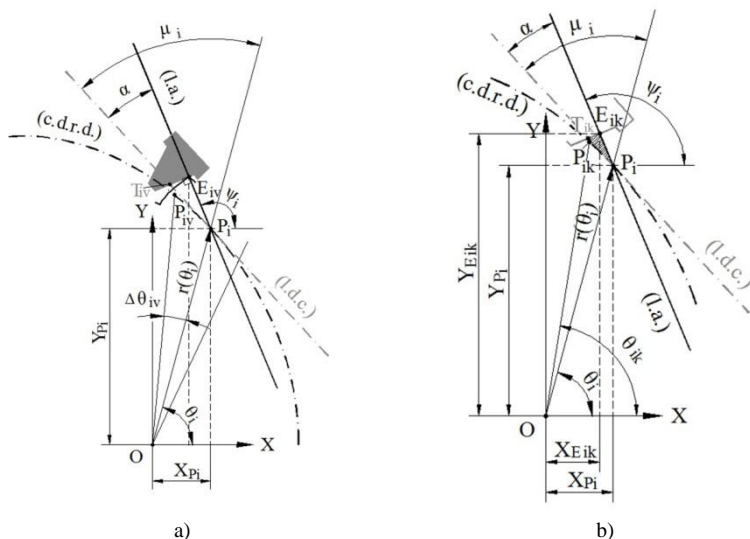


Fig. 4.2. Generarea vârfului flancului concav al dintelui roții cu transmitere variabilă a mișcării

a) sfârșitul generării flancului concav; b) determinarea analitică a profilului evolventic

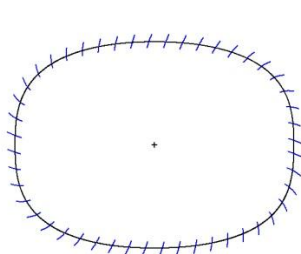


Fig. 4.4. Flancurile concave ale dinților unei roți dințate cu transmitere variabilă a mișcării, cu curbă de divizare convexă.

Parametrii definatorii: $a = 1.5, b = 1, n = 4, n_1 = 4, n_2 = n_3 = 3, m = 2 \text{ mm}, z = 48$

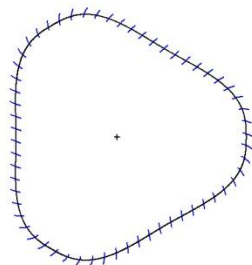


Fig. 4.5. Flancurile concave ale dinților unei roți dințate cu transmitere variabilă a mișcării, cu curbă de divizare convex-concavă. Parametrii definatorii:

$a = 1.5, b = 1, n = 6, n_1 = 4, n_2 = n_3 = 2.5, m = 2 \text{ mm}, z = 60$

I.c) Reprezentarea grafică a flancurilor concave

Figurile 4.4 și 4.5 ilustrează curbele de divizare ale unor roți dințate cu transmitere variabilă a mișcării, cu geometrie convexă și respectiv convex-concavă, de-a lungul cărora sunt generate profilurile flancurilor concave ale dinților, în mediul Matlab.

4.2.1.2. Generarea profilurilor flancurilor convexe

II.a) Determinarea profilului flancului convex, în zona de vârf a dintelui roții

O procedură similară celei prezentate la punctul Ia permite determinarea ecuațiilor analitice ale profilului flancului convex al dinților roții dințate cu transmitere variabilă a mișcării, cu particularitățile (Fig. 4.6):

➤ Poziția de referință a punctului $P_i'(r(\theta_i'))$, situat deopotrivă pe curba de divizare a roții și pe flancul convex al dintelui „i”, este determinată astfel încât grosimea dintelui, $l_{arc}(P_i, P_i')$, măsurată pe curba de divizare, să fie jumătate din pasul danturii:

$$\int_{\theta_i}^{\theta_i'} \sqrt{r^2(\theta) + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2} d\theta = \frac{\pi m}{2} \quad (4.22)$$

➤ Unghiul pe care îl formează linia de angrenare, ce trece prin punctul P_i' , cu axa OX este:

$$\psi_i' = \theta_i' \pm \mu_i' + \alpha \quad (4.23)$$

unde semnul „+” este folosit dacă $r(\theta_i) \leq r(\theta_{i+1})$, iar semnul „-” este folosit dacă $r(\theta_i) > r(\theta_{i+1})$.

Ecuațiile ce definesc profilul evolventic al flancului convex al dintelui roții dințate cu transmitere variabilă a mișcării, în zona de vârf, poziționat la unghiul θ_i' , sunt:

$$\begin{aligned} X_{E'_{ik}} &= r(\theta_i') \cdot \cos\theta_i' \mp \int_{\theta'_{ik}}^{\theta_i'} \sqrt{r^2(\theta) + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2} d\theta \cdot \cos\alpha \cdot \cos\psi_i' \\ Y_{E'_{ik}} &= r(\theta_i') \cdot \sin\theta_i' \mp \int_{\theta'_{ik}}^{\theta_i'} \sqrt{r^2(\theta) + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2} d\theta \cdot \cos\alpha \cdot \sin\psi_i' \end{aligned} \quad (4.24)$$

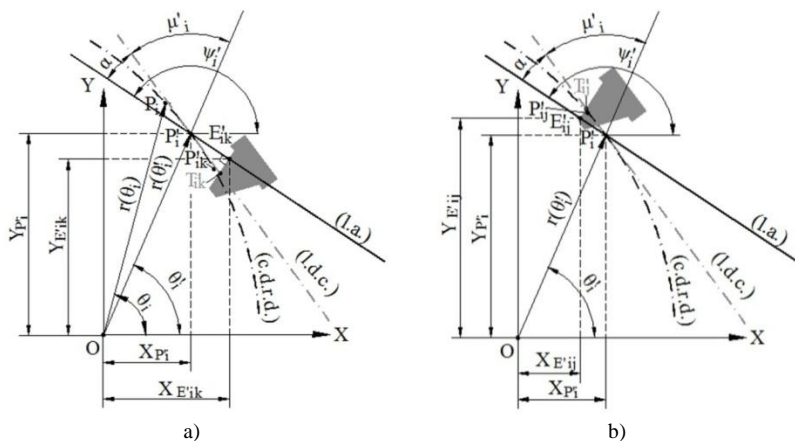


Fig. 4.6. Generarea profilului flancului convex al dintelui roții cu transmitere variabilă a mișcării

a) generarea zonei de vârf a flancului; b) generarea zonei de picior a flancului

II.b) Determinarea profilului flancului convex în zona de picior a dintelui roții

Pentru zona de picior a dintelui (Fig. 4.6 b) ecuațiile ce definesc profilul convex al flancului, determinate asemănător cu cele din zona de picior a flancului concav, sunt:

$$X_{E'ij} = r(\theta'_i) \cdot \cos\theta'_i \pm \int_{\theta'_{ij}}^{\theta'_{ij}} \sqrt{r^2(\theta) + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2} d\theta \cdot \cos\alpha \cdot \cos\psi'_i \quad (4.25)$$

$$Y_{E'ij} = r(\theta'_i) \cdot \sin\theta'_i \pm \int_{\theta'_{ij}}^{\theta'_{ij}} \sqrt{r^2(\theta) + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2} d\theta \cdot \cos\alpha \cdot \sin\psi'_i$$

II.c) Reprezentarea grafică a profilului flancurilor convexe

Figurile 4.8 și 4.9 ilustrează curbele de divizare ale unor roți dințate cu transmitere variabilă a mișcării, cu geometrie convexă și respectiv convex-concavă, pe care sunt dispuse ambele flancuri ale dinților, generate în mediul Matlab.

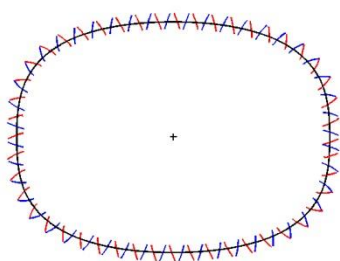


Fig. 4.8. Profilurile dinților unei roți cu transmitere variabilă a mișcării, cu curbă de divizare convexă. Parametri definitorii: $a = 1.5, b = 1, n = 4, n_1 = 4, n_2 = n_3 = 3, m = 2 \text{ mm}, z = 48$

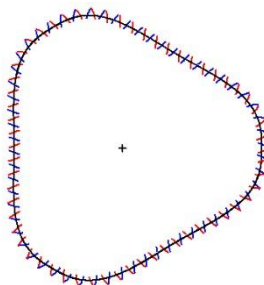


Fig. 4.9. Profilurile dinților unei roți cu transmitere variabilă a mișcării, cu curbă de divizare convex-concavă. Parametri definitorii: $a = 1.5, b = 1, n = 6, n_1 = 4, n_2 = n_3 = 2.5, m = 2 \text{ mm}, z = 60$

4.2.1.3. Modelarea solidă a roții dințate conducătoare

Pentru a obține modelul virtual al roții, s-au creat baze de date cu parametrii $X_{E'_{ij}}, Y_{E'_{ij}}$ (ec. 4.13), $X_{E'_{ik}}, Y_{E'_{ik}}$ (ec. 4.18), $X_{E'_{l'_{ij}}}, Y_{E'_{l'_{ij}}}$ (ec. 4.25), $X_{E'_{l'_{ik}}}, Y_{E'_{l'_{ik}}}$ (ec. 4.24), după care, cu ajutorul unui nou cod (Anexa 10), creat în limbaj AutoLISP, vectorii au fost importați în mediul AutoCAD®, generându-se astfel profilurile flancurilor dinților, sub forma unor polilinii. Curbele de cap și de picior ale danturii au fost construite prin decalarea curbei de divizare, la distanțele $1 \cdot m$, pentru curba de cap, respectiv $1,25 \cdot m$ pentru curba de picior.

4.2.2. Generarea analitică a danturii roții dințate conduse

Se consideră curba de divizare (c.d.r.d.1) a roții dințate conducătoare (Fig. 4.11), cu centrul de rotație în O_1 .

Pentru a determina flancurile danturii roții dințate conduse, se consideră principalele elemente geometrice și cinematice ale rulării:

- distanța dintre centrele roților, D , este constantă;
- în momentul generării flancului concav al dintelui (i) al roții conducătoare, având ca reper punctul P_{1i} , curbele de divizare sunt în contact în punctul I_0 . Linia de angrenare corespunzătoare punctului P_i , (I.a.1), formează cu axa X a sistemului de referință fix, XO_1Y , unghiul ψ_{1i} ;
- fie P_{2i} punctul corespondent punctului P_{1i} , pe flancul convex al dintelui (i) al roții dințate conduse. După rotația roții conducătoare, cu unghiul θ_{1i} , și a roții conduse, cu unghiul θ_{2i} , respectiv, punctele P_{1i} și P_{2i} se suprapun și reprezintă centrul instantaneu de rotație. În acel moment, dinții roților sunt

în contact în punctele $E'_{1ij} = E'_{2ik}$; pentru ca punctele E'_{1ij} și E'_{2ik} să fie conjugate, ele sunt generate de același flanc al cremalierii.

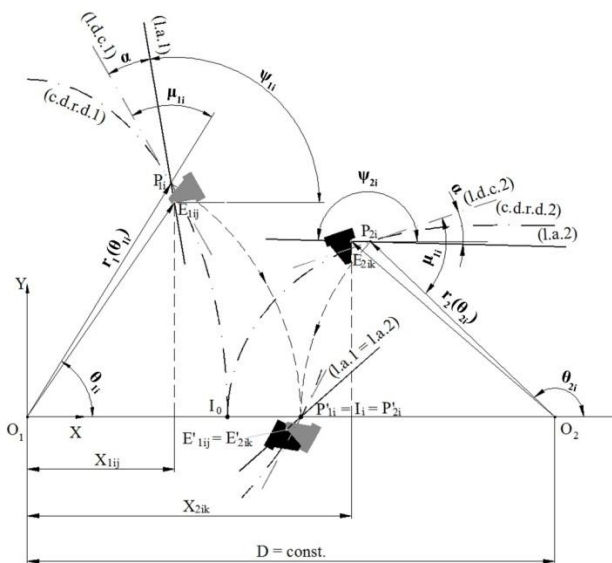


Fig. 4.11. Generarea flancului roții dințate conjugate

Pe baza acestor considerente, din Fig. 4.11, se pot scrie relațiile:

$$X_{2ij}^{(cx)} = D + r_2(\theta_{2i}) \cdot \cos\theta_{2i} \mp \int_{\theta_{1ij}}^{\theta_{1i}} \sqrt{r_1^2(\theta_1) + \left(\frac{dr_1}{d\theta_1}\right)^2} d\theta_1 \cdot \cos\alpha \cdot \cos\psi_{2i} \quad (4.28)$$

$$Y_{2ij}^{(cx)} = r_2(\theta_{2i}) \cdot \sin\theta_{2i} \mp \int_{\theta_{1ij}}^{\theta_{1i}} \sqrt{r_1^2(\theta_1) + \left(\frac{dr_1}{d\theta_1}\right)^2} d\theta_1 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\psi_{2i}$$

pentru flancurile convexe, respectiv:

$$X_{2ij}^{(cv)} = D + r_2(\theta'_{2i}) \cdot \cos\theta'_{2i} \pm \int_{\theta_{1i}}^{\theta'_{1ij}} \sqrt{r_1^2(\theta'_1) + \left(\frac{dr_1}{d\theta'_1}\right)^2} d\theta'_1 \cdot \cos\alpha \cdot \cos\psi'_{2i} \quad (4.29)$$

$$Y_{2ij}^{(cv)} = r_2(\theta'_{2i}) \cdot \sin\theta'_{2i} \pm \int_{\theta_{1i}}^{\theta'_{1ij}} \sqrt{r_1^2(\theta'_1) + \left(\frac{dr_1}{d\theta'_1}\right)^2} d\theta'_1 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\psi'_{2i}$$

pentru flancurile concave,

unde:

$$\begin{aligned}\psi_{2i} &= \theta_{2i} \pm \mu_i - \alpha \\ \psi'_{2i} &= \theta'_{2i} \pm \mu'_i - \alpha\end{aligned}\quad (4.30)$$

(*cx*), (*cv*) – exponenți ce indică tipul flancului (convex sau concav);
i – indice atribuit numărului dintelui;
j – indice atribuit incrementului unghiului.

Figurile 4.12 și 4.13 ilustrează curbele de divizare ale unor perechi de roți dințate cu transmitere variabilă a mișcării, cu geometrie convexă și respectiv convex-concavă, având profilurile flancurilor dinților generate în mediul Matlab și importate în AutoCAD. Sunt captate și detalii din mediul AutoCAD, după “editarea” flancurilor.

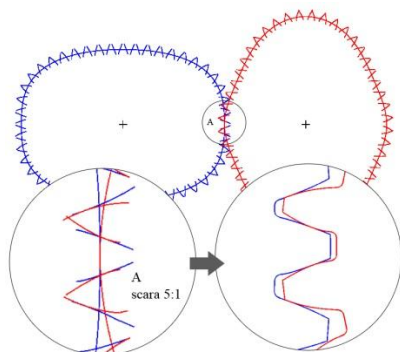


Fig. 4.12. Flancurile unui angrenaj de roți dințate necirculare, cu curbe de divizare convexe. Parametrii definitorii:

$$a = 1.5, b = 1, n = 4, n_1 = 4, \\ n_2 = n_3 = 3, m = 2 \text{ mm}, z = 48$$

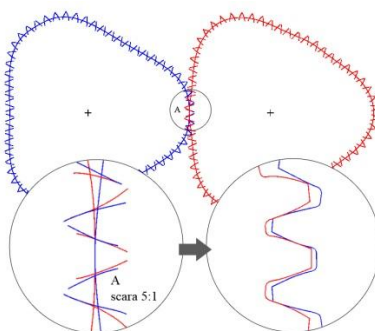


Fig. 4.13. Flancurile unui angrenaj de roți dințate necirculare, cu curbe de divizare convex-concave. Parametrii definitorii:

$$a = 1.5, b = 1, n = 6, n_1 = 4, \\ n_2 = n_3 = 2.5, m = 2 \text{ mm}, z = 60$$

4.3. GENERAREA DANTURII PRIN SIMULAREA PRELUCRĂRII

4.3.1. Simularea prelucrării cu cremalieră

Generarea danturii cu profil evolventic a roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării, în ipoteza unghiului α constant, cu ajutorul cremalierii [123], [124], se bazează pe cinematica din Fig. 4.14.

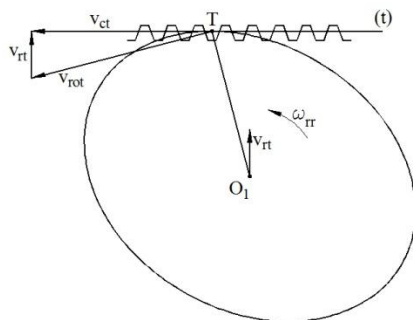


Fig. 4.14. Cinematica danturării cu cremalieră (reprezentarea vitezelor) [80]

Se consideră, astfel, următoarele elemente geometrice și cinematice:

- semifabricatul roții are conturul exterior o curbă decalată cu un modul față de curba de divizare, o superformă scalată astfel încât perimetrul său să fie egal cu un număr întreg de pași ai danturii de prelucrat ($\pi \cdot m \cdot z$);
- cremaliera de generare are profilul standard, definit de modulul m și unghiul de presiune α ;
- mișcarea semifabricatului și a cremalierii sunt raportate la trei sisteme de coordonate (Fig. 4.15a): $O_f X_f Y_f$ – sistem fix, cu originea în punctul inițial de contact între curba de divizare a semifabricatului și dreapta de divizare a cremalierii –, $O_1 X_1 Y_1$ – sistem mobil, atașat semifabricatului –, $O_c X_c Y_c$ – sistem mobil, atașat sculei.

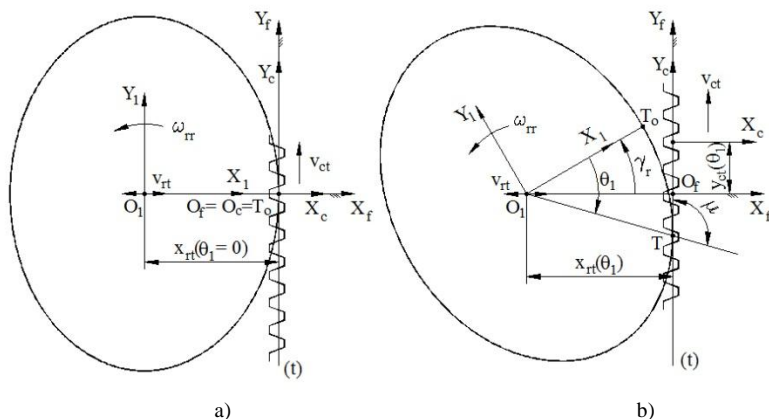
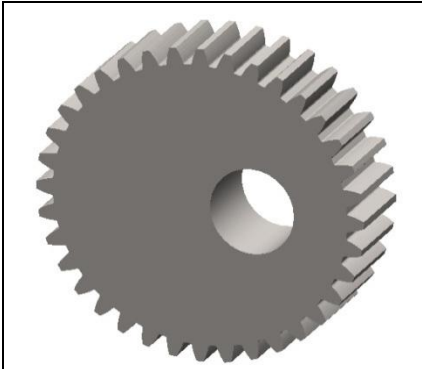
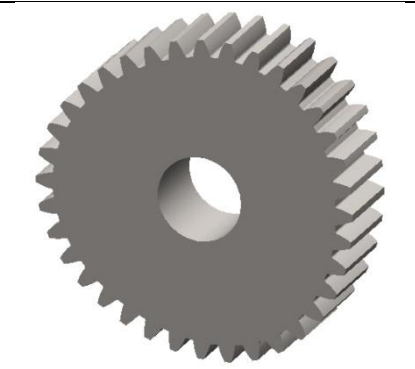


Fig. 4.15. Cinematica danturării roților dințate cu transmiterea variabilă a mișcării cu cremaliera în poziție inițială (a) și curentă (b)

În tabelul 4.1. sunt prezentate exemple de roți dințate cu transmitere variabilă a mișcării, caracterizate de curbe de divizare convexe, generate

prin simularea prelucrării cu cremaliera. Modulul danturii s-a considerat $m=2$ mm.

Tabel 4.1. Exemple de roți dințate necirculare generate cu cremaliera

	
$a = b = 1, n = 1, n_1 = 1, n_2 = n_3 = 4, z = 36$	$a = b = 1, n = 3, n_1 = 5, n_2 = n_3 = 3, z = 36$

4.3.2. Simularea prelucrării cu cuțitul roată

Cuțitul roată este recomandat pentru danturarea roților cu transmitere variabilă a mișcării, cu curbă de divizare convex-concavă. Cinematica procesului de prelucrare este considerată relativ la sistemele de coordonate (Fig. 4.17a): $O_f X_f Y_f$ – sistem fix, cu originea în punctul inițial de contact, T_0 , între curbele de divizare ale semifabricatului și cuțitului, respectiv, cu axa Y_f pe direcția tangentei comune la cele două curbe, în punctul T_0 ; $O_1 X_1 Y_1$ – sistem mobil, atașat semifabricatului, cu originea în centrul polar al curbei și orientarea inițială identică cu cea a sistemului fix; $O_c X_c Y_c$ – sistem mobil, atașat cuțitului roată, cu originea pe axa X_f .

Simularea danturării cu cuțitul roată are la bază următoarea cinematică:

– semifabricatul se rotește în jurul centrului O_1 , cu viteza ω_r , respectiv unghiul γ_r , și translat de-a lungul axelor X_f și Y_f , pe distanțele x_{rt} și y_{rt} , respectiv (Fig. 4.17b):

$$\gamma_r(\theta_1) = \theta_1 + \mu(\theta_1) - \pi/2 \quad (4.36)$$

$$x_{rt}(\theta_1) = r(\theta_1) \cdot \sin \mu(\theta_1) \quad (4.37)$$

$$y_{rt}(\theta_1) = r(\theta_1) \cdot \cos \mu(\theta_1) \quad (4.38)$$

– cuțitul roată execută doar mișcare de rotație cu viteza ω_c , respectiv unghiul γ_c :

$$\gamma_c(\theta_1) = \frac{s(\theta_1)}{R_s} \quad (4.39)$$

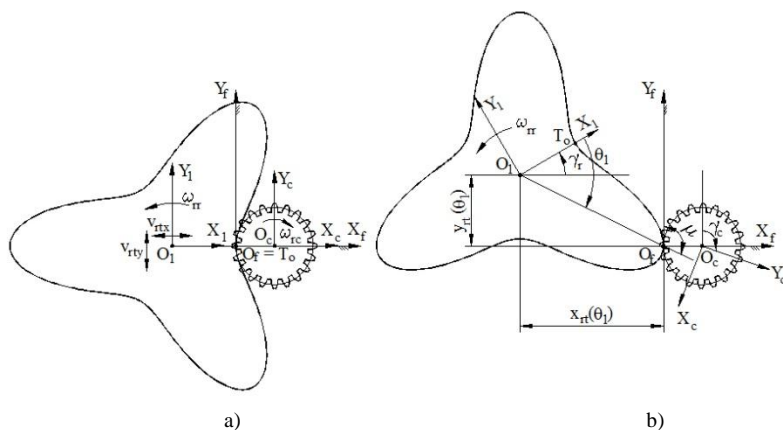


Fig. 4.17. Cinematica danturării roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării cu cuțitul roată în poziție inițială (a) și curentă (b)

Tabelul 4.2 ilustrează exemple de roți dințate cu transmitere variabilă a mișcării, caracterizate de curbe de divizare convex-concave, danturate cu „cuțitul roată”. Modulul danturii este $m = 2$ mm.

Tabel 4.2. Exemple de roți dințate necirculare generate cu cuțitul roată

$a = b = 1, n = 2, n_1 = 1, n_2 = n_3 = 5, z = 40$	$a = b = 1, n = 3, n_1 = 1, n_2 = n_3 = 4, z = 42$

4.3.3. Generalizarea procesului de simulare a prelucrării

4.3.3.1. Analiza geometriei curbei de divizare

Curbele de divizare ale roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării, ca superforme, pot fi curbe convexe sau convex-concave, în funcție de valorile parametrilor definatorii. Luând în considerare necesitatea prelucrării danturii, în condiții corecte, raza de curbură a superformei este un element prioritar în controlul fenomenului de subtăiere.

Un cod Matlab dedicat (Anexa 3) permite calcularea razelor de curbură, evaluarea acestora relativ la valoarea 0 și determinarea zonelor de concavitate ale curbei.

Analiza convexității curbei de divizare este un prim pas în procedura de selecție a sculei așchietoare corecte. Următorul pas are în vedere condiția de prelucrabilitate a danturii, respectiv evitarea subtăierii.

a) Danturare cu cremalieră

Din teoria roților dințate cilindrice [14], evitarea subtăierii, în cazul prelucrării cu cremalieră, presupune ca (Fig. 4.20):

$$h_a \leq \|IA\| \Leftrightarrow m \leq R \cdot \sin^2 \alpha \quad (4.42)$$

unde h_a este înălțimea capului dintelui;

R – raza cercului de divizare a roții cilindrice;

α – unghiul de presiune al cremalierii.

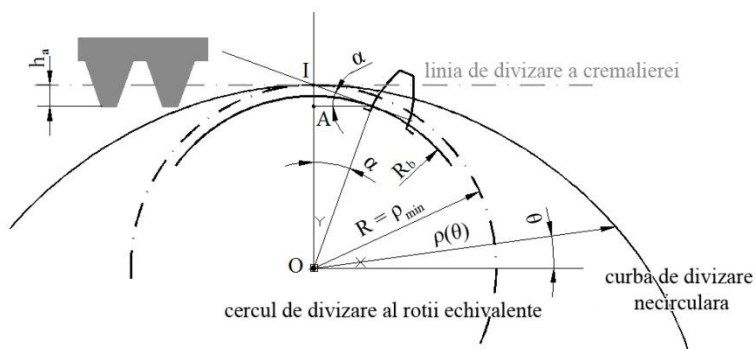


Fig. 4.20. Evitarea subtăierii la prelucrarea cu cremalieră

Întrucât curba de divizare necirculară este definită de o rază variabilă, riscul apariției subtăierii este luat în calcul pentru raza minimă a

curbei, ρ_{min} ; considerând-o ca raza unei roți dințate cilindrice echivalente, R , inecuația (4.42) devine:

$$\bar{\rho}_{min} = \frac{\rho_{min}}{m} \geq \frac{1}{\sin^2 \alpha_c} \quad (4.43)$$

Domeniile de variație a parametrilor definitorii, ce satisfac condiția (4.43), și exemple de curbe se regăsesc în figurile 4.20 – 4.27. Analizând aceste figuri se observă că:

– pentru curbe de divizare convexe cu un lob ($n = 1$), cu $a = b$ (Fig. 4.21), domeniul de variație a razei minime de curbură se mărește pe măsură ce exponenții n_2 și n_3 cresc. Pentru o valoare prestabilită a exponenților n_2, n_3 , raza minimă de curbură crește odată cu creșterea exponentului n_1 . În situația în care exponentul n_1 crește de 6 ori, limita superioară a intervalului admisibil de variație a exponenților n_2, n_3 , crește de 2,25 ori. Din exemplele de curbe de divizare se observă că pentru exponenți n_2 și n_3 diferiți simetria curbelor se modifică.

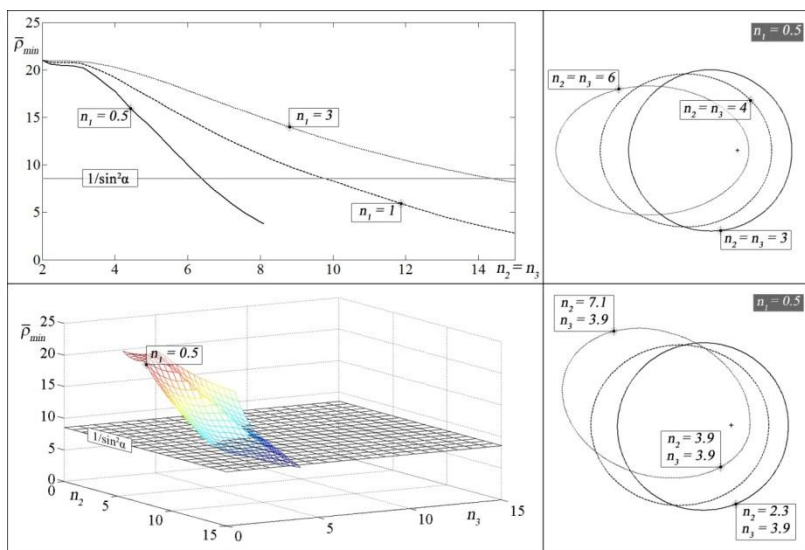


Fig. 4.21. Variația razei de curbură pentru curbe de divizare cu 1 lob și $a = b$

b) Danturarea cu cuțit roată

Considerând generarea danturii pe semifabricat cu secțiune convex-concavă prin rularea cu un cuțit roată, definit de modulul m și număr de

dinți z_s , subțierea apare în zona concavă a curbei, caracterizată de raza minimă, ρ_{min} .

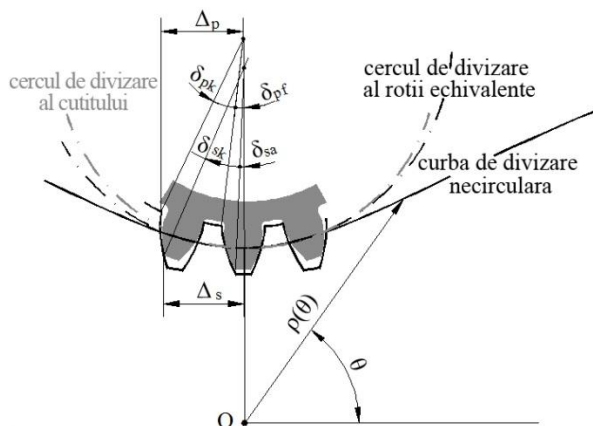


Fig. 4.29. Evitarea subțierii la prelucrarea cu cuțit roată

Pentru a evita subțierea, teoria generării roților dințate cilindrice impune ca ca (Fig. 4.29) [26]:

$$\Delta_p \geq \Delta_s \quad (4.44)$$

unde

$$\bar{\Delta}_s = \bar{R}_{as} \cdot \sin \delta_s \quad (4.45)$$

\bar{R}_{as} , raza de cap a danturii cuțitului roată, este exprimată adimensional:

$$\bar{R}_{as} = \frac{z_s}{2} + 1 \quad (4.46)$$

iar

$$\delta_s = \delta_{sk} + \delta_{sa} = \left(\frac{2\pi}{z_s} \cdot k \right) + \left(\frac{\pi}{2z_s} + inv\alpha - inv\alpha_{as} \right), \quad (4.47)$$

$$k = 1, 2, 3$$

unde α_{as} este unghiul de presiune al danturii cuțitului roată.

$$\bar{\Delta}_p = \bar{R}_{fp} \cdot \sin \delta_p \quad (4.48)$$

\bar{R}_{fp} , raza de cap a roții echivalente, este exprimată adimensional:

$$\bar{R}_{fp} = \frac{z_e}{2} - 1 \quad (4.49)$$

iar

$$\delta_p = \delta_{pk} + \delta_{pf} = \left(\frac{2\pi}{z_e} \cdot k \right) + \left(\frac{\pi}{2z_e} + inv\alpha - inv\alpha_{fp} \right), \quad (4.50)$$

$k = 1, 2, 3$

unde α_{fp} este unghiul de presiune al roții echivalente

z_e - număr de dinți ai roții dințate cilindrice echivalente:

$$z_e = \left\lceil \frac{2 \cdot \rho_{min}}{m} \right\rceil \quad (4.51)$$

Verificarea relației (4.44) permite obținerea domeniilor de variație admisibilă a parametrilor n_2, n_3 , astfel încât în zonele concave ale roții de prelucrat să fie evitată subțaierea (Tab. 4.5 – 4.10).

Tabel 4.5. Variația exponenților n_1, n_2, n_3 și exemple de curbe pentru $a = b$ și $n = 2$

n_1	$n_2=n_3$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$n_1 = 0.5$															
$n_1 = 1$															
$n_1 = 3$															

		<ul style="list-style-type: none"> - forma convexa - admisibil - subtaiere
--	--	--

Pentru $k = 1, 2, 3$, parametrii definatorii ai superformei pot varia conform tabelor 4.5 – 4.10. Analizând aceste tabele, se pot trage următoarele concluzii:

- Pe măsură ce parametrul n_1 ia valori mai mari, domeniul de variație admisibil, a parametrilor n_2 și n_3 , se mărește;
- Creșterea numărului de lobi implică necesitatea alegerii unui parametru n_1 mai mare, astfel încât să se poată obține forme adecvate;
- În cazurile în care parametrii a și b sunt diferiți, iar parametrul n are valoare impară, curbele rezultate sunt deschise.

4.4. ANALIZA COMPARATIVĂ A PROCESELOR DE GENERARE A DANTURII

După generarea danturii roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării, prin cele două metode, generarea analitică și generarea prin simularea rulării, analiza comparativă a danturilor generate permite a

evidențierea preciziei de generare a profilului dinților. Astfel, prin suprapunerea secțiunilor transversale ale roților dințate, se pot observa diferențele ce apar între cele două profile.

În particular, au fost selectate:

- o roată dințată cu curbă de divizare convexă, definită de parametrii: $a = b = 1$, $n = 1$, $n_1 = 1$, $n_2 = n_3 = 4$, $m = 2$ mm, $z_1 = 36$, $N_1 = 1$;
- o roată dințată cu curbă de divizare convex-concavă, definită prin: $a = b = 1$, $n = 2$, $n_1 = 1$, $n_2 = n_3 = 5$, $m = 2$ mm, $z_1 = 40$, $N_1 = 1$;

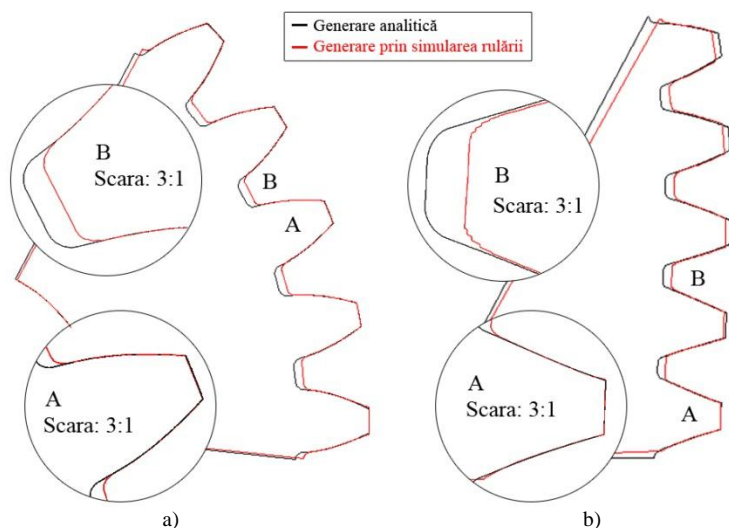


Fig. 4.31. Dantura generată analitic și prin simularea rulării

a – roată cu curbă de divizare convexă; b - roată cu curbă de divizare convex-concavă

Se constată că, în cazul roții dințate cu curbă de divizare convexă, generată prin simularea prelucrării cu cremaliera (Fig. 4.30a), profilurile flancurilor se suprapun – detaliul A; apar diferențe doar la înălțimea dintelui, fapt explicat prin editarea suplimentară a profilului generat analitic (prelungirea flancului până la cercul de picior și realizarea racordării). Precizia de generare la piciorul dintelui este nesatisfăcătoare în cazul simulării prelucrării – detaliul B –, depinzând de incrementul de deplasare a cremalierii. În ceea ce privește roata dințată cu curbă de divizare convex-concavă (Fig. 4.30b), se constată diferențe la nivelul grosimii și înălțimii dinților – detaliul A. Este evident că precizia de generare în cazul simulării prelucrării cu cuțitul roată este afectată atât de precizia de calcul a

cinematicii procesului, din mediul Matlab, cât și de precizia de editare și manipulare a solidelor cu configurație complexă, în mediul AutoCAD.

În concluzie, rezultă că metoda analitică de generare a danturii roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării este mai precisă și conduce la modele solide ce pot fi mai ușor manipulate în cercetările ulterioare.

4.5. PRELUCRAREA ANGRENAJELOR CU TRANSMITERE VARIABILĂ A MIȘCĂRII VARIABIL

Prelucrarea roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării se poate realiza prin metode clasice, specifice danturilor standard – rulare, copiere – cu echipamente tehnologice modificate corespunzător geometriei roților [13]; aceasta presupune, însă, utilizarea unor roți șablon, a lanțurilor cinematice suplimentare etc, ce influențează negativ precizia de prelucrare și complexitatea echipamentului.

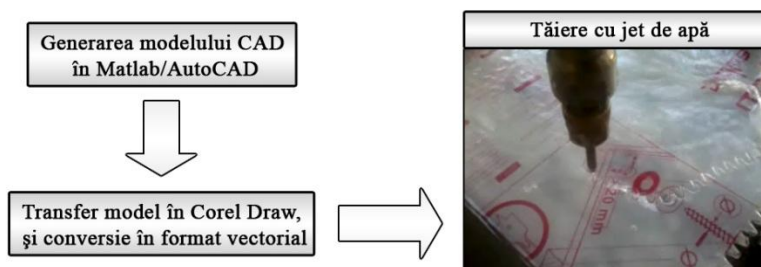


Fig. 4.32. Prelucrarea roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării prin tăiere cu jet de apă

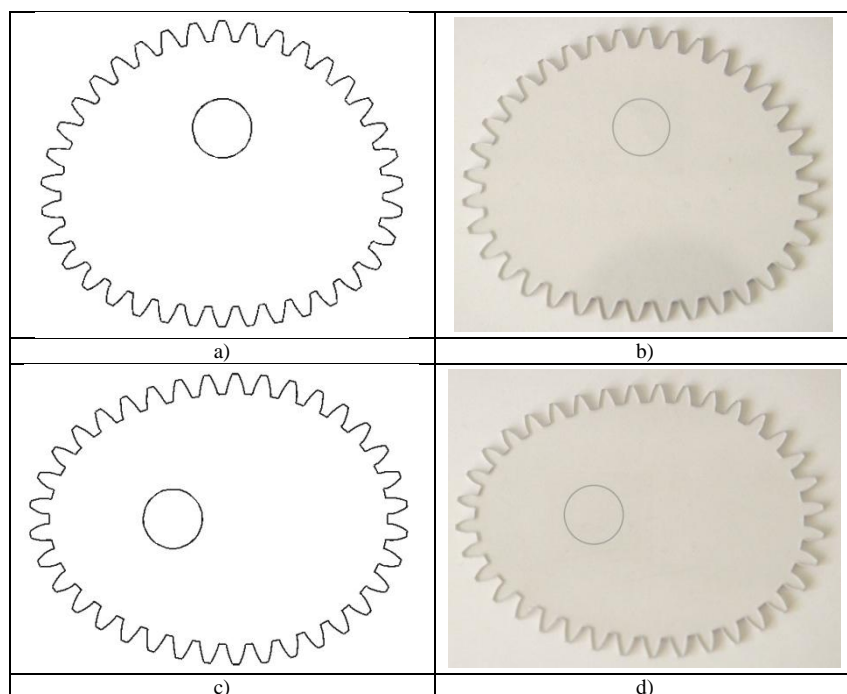
În literatura de specialitate, metoda de prelucrare a roților dințate transmitere variabilă a mișcării, menționată frecvent, este metoda bazată pe modelul CAD al roților, respectiv tăierea prin eroziune electrică, tăierea cu laser și tăierea cu jet de apă și material abraziv. În acest context, pentru finalizarea cercetărilor privind modelarea/generarea roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării, au fost prelucrate angrenaje cu curbe de divizare convexe și convex-concave, respectiv, prin tăiere cu jet de apă (fără abraziv). Prelucrarea prin tăiere cu jet de apă și abraziv este recomandată prelucrării unor materiale de tipul: oțel, sticlă, plastic, lemn etc, cu grosimi de până la 10 cm. Acest procedeu de prelucrare este recomandat de gama largă de materiale ce pot fi tăiate, rapiditatea configurării și a programării, numărul mic de dispozitive de prindere necesare, căldura mică degajată în

timpul prelucrării, absența solicitărilor mecanice în piese, siguranța ridicată din timpul prelucrării.

În Fig. 4.32 este prezentată schema de lucru pentru tăierea roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării, din policarbonat, cu grosimea de 3 mm. Presiunea de lucru a apei a fost reglată la 4 Mpa.

Tabelele 4.11 și 4.12 ilustrează angrenaje cu transmitere variabilă a mișcării (Tab. 4.11 – roți dințate cu curbe de divizare convexe; Tab. 4.12 – roți dințate cu curbe de divizare convex-concave), ce au fost prelucrate prin tăiere cu jet de apă.

**Tabel 4.11. Roți dințate necirculare cu curbe de divizare convexe
(a,b – roată dințată conducătoare; c,d – roată dințată condusă)**

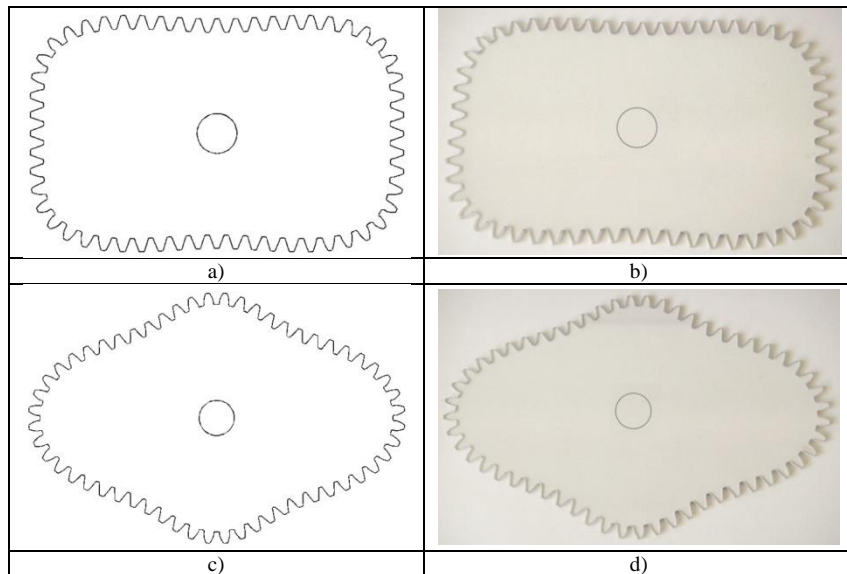


Prima coloană prezintă modelul CAD al roților, iar cea de a doua coloană prezintă produsul finit. Parametrii definitorii ai geometriei roților sunt:

– $a = 1.3$, $b = 1$, $n = 2$, $n_1 = 2$, $n_2 = 5$, $n_3 = 3$, $m = 3$ mm, $z_1 = 36$, $N_1 = N_2 = 1$ (Tab. 4.11);

– $a = 1.5$, $b = 1$, $n = 4$, $n_1 = 3$, $n_2 = n_3 = 3.75$, $m = 3$ mm, $z_1 = 56$, $N_1 = N_2 = 1$ (Tab. 4.12).

Tabel 4.12. Roți dințate necirculare cu curbe de divizare convex-concave (a,b – roată dințată conducătoare; c,d – roată dințată condusă)



5. ANALIZA ANGRENĂRII ROȚILOR DINȚATE CU TRANSMITERE VARIABILĂ A MIȘCĂRII

5.1. INTRODUCERE

Modelarea virtuală a roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării permite continuarea unei vaste cercetări teoretice asupra condițiilor de angrenare, cu obiective precum analiza petei de contact, câmpul de tensiuni și deformații, influența parametrilor geometrici definitorii ai danturii și ai erorilor de generare și poziționare a roților dințate asupra stării de tensiuni și deformații etc. Din acest punct de vedere, literatura de specialitate este lacunară, în comparație cu analiza roților dințate standard

[9], [10], [27], [56], [64-66], [97], [98] [137], lipsa informațiilor fiind justificată, poate, prin varietatea largă de forme și materiale, lipsa unor proceduri standardizate etc. Utilizarea roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării, în industrie, certifică însă performanțele acestor roți și generează, după caz, idei de îmbunătățire a condițiilor de funcționare.

5.2. ANALIZA PETEI DE CONTACT

Analiza angrenării roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării, în mediul virtual, se bazează pe corectitudinea și precizia calculului geometrice și cinematice prezentate în cap. 3 și urmărește, ca prim element de studiu, evoluția petei de contact.

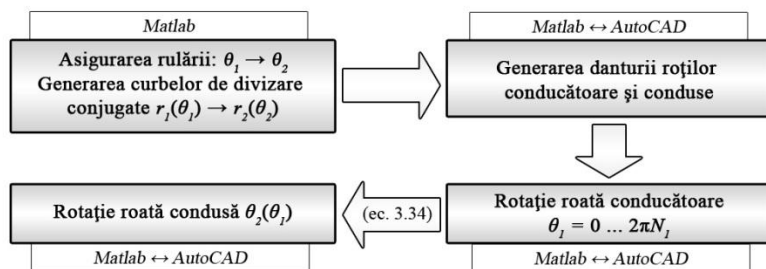


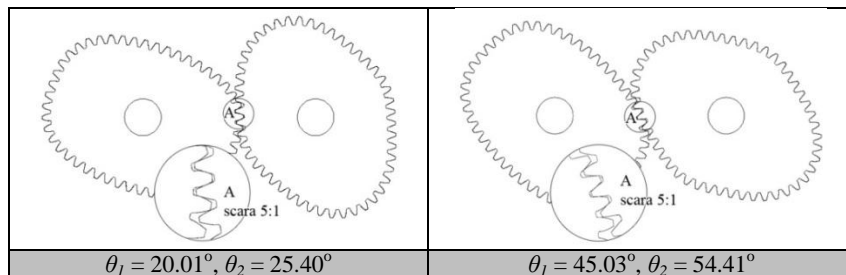
Fig. 5.1. Algoritm pentru simularea rulării

5.2.1. Simularea angrenării în spațiul 2D

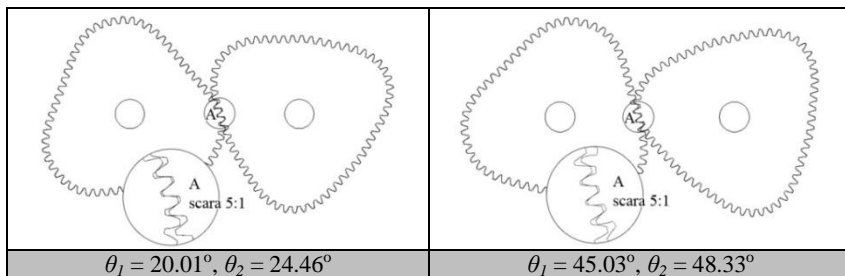
Simularea angrenării roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării, cu dantură dreaptă, se derulează în spațiul 2D, conform algoritmului prezentat în Fig. 5.1.

Tabelele 5.1 și 5.2 surprind poziții particulare ale roților dințate în angrenare, atât pentru roți dințate cu curbe de divizare convexe, cât și pentru cele cu curbe de divizare convex-concave.

Tabel 5.1. Angrenarea roților dințate, cu curbe de divizare convexe



Tabel 5.2. Angrenarea roților dințate, cu curbe de divizare convex-concave



5.2.2. Simularea angrenării în spațiul 3D

Analiza petei de contact, desfășurată la nivelul modelelor solide ale roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării, este necesară atât pentru a obține informații calitative referitoare la angrenarea danturii, cât și pentru studiul ulterior privind starea de tensiuni și deformații. Simularea 3D a angrenării pune în evidență distribuția și evoluția contactului între flancurile conjugate ale dinților.

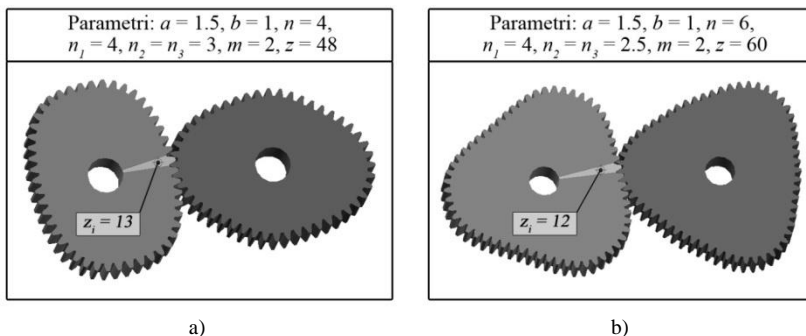


Fig. 5.2. Angrenaje cu roți dințate cu curbe de divizare convexe (a) și curbe de divizare convex-concave (b)

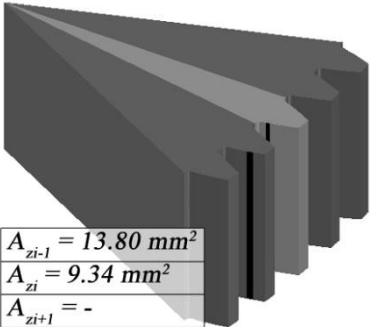
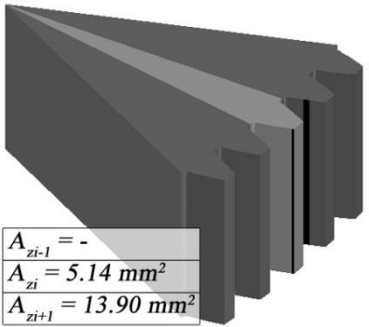
Studiul virtual al angrenării se desfășoară conform procedurii:

- se generează analitic profilul flancurilor dinților unui angrenaj cu roți cu curbe de divizare specificate, în Matlab, și se importă în AutoCAD, unde, prin editare 2D și extrudare, se obțin modelele solide ale roților (Fig. 5.2);
- se analizează, pe roata conducătoare, poziția dintelui corespunzător razei minime a curbei de divizare și se extrage, din Matlab, intervalul unghiular definit de poziția de intrare în angrenare a dintelui și poziția de ieșire,

respectiv. În acest interval sunt selectate șase unghiuri, la nivelul cărora a fost evidențiată și investigată pata de contact, sub aspectul distribuției pe dinte și a ariei corespunzătoare. Se menționează că pata de contact analizată este obținută prin rotația pinionului în sens orar și corespunde unei interferențe impuse prin rotirea suplimentară a acestuia.

Tabelul 5.3 prezintă evoluția petei de contact în angrenarea unor roți dințate cu curbe de divizare convexe (Fig. 5.2a). Se constată că, pe raza minimă a curbei de divizare specifice roții dințate conducătoare, este plasat dintelui 13, al cărui flanc activ este generat în intervalul unghiular $[79.98^\circ, 96.14^\circ]$. După rotirea elementelor angrenajului până la intrarea în contact a dintelui 13 de pe roata conducătoare, aceasta este rotită cu un unghi suplimentar de $0,014^\circ$. Studiul petei de contact vizează distribuția acesteia la nivelul dinților și variația corespunzătoare a ariei. Astfel, se constată că dintelui intră în angrenare cu o arie a petei de contact de $9,34 \text{ mm}^2$, atinge valoarea maximă de $14,87 \text{ mm}^2$, în poziția 5, în urma unei rotații cu $93,12^\circ$ a pinionului și de $92,12^\circ$ a roții conduse și părăsește angrenarea cu o valoare minimă a ariei petei de contact de $5,14 \text{ mm}^2$. De asemenea, se constată că angrenarea este bipară.

Tabel 5.3. Pata de contact în angrenarea roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării, cu curbe de divizare convexe

 <table border="1" data-bbox="162 1037 364 1141"> <tbody> <tr> <td>$A_{zi-1} = 13.80 \text{ mm}^2$</td> </tr> <tr> <td>$A_{zi} = 9.34 \text{ mm}^2$</td> </tr> <tr> <td>$A_{zi+1} = -$</td> </tr> </tbody> </table> <p>$\theta_1 = 79.98^\circ, \theta_2 = 82.99^\circ$</p>	$A_{zi-1} = 13.80 \text{ mm}^2$	$A_{zi} = 9.34 \text{ mm}^2$	$A_{zi+1} = -$	 <table border="1" data-bbox="588 1037 789 1141"> <tbody> <tr> <td>$A_{zi-1} = -$</td> </tr> <tr> <td>$A_{zi} = 5.14 \text{ mm}^2$</td> </tr> <tr> <td>$A_{zi+1} = 13.90 \text{ mm}^2$</td> </tr> </tbody> </table> <p>$\theta_1 = 96.14^\circ, \theta_2 = 94.28^\circ$</p>	$A_{zi-1} = -$	$A_{zi} = 5.14 \text{ mm}^2$	$A_{zi+1} = 13.90 \text{ mm}^2$
$A_{zi-1} = 13.80 \text{ mm}^2$							
$A_{zi} = 9.34 \text{ mm}^2$							
$A_{zi+1} = -$							
$A_{zi-1} = -$							
$A_{zi} = 5.14 \text{ mm}^2$							
$A_{zi+1} = 13.90 \text{ mm}^2$							

5.3. ANALIZA STĂRII DE TENSIUNI ȘI DEFORMAȚII

Unul din elementele specifice geometriei roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării, care fac dificilă proiectarea standardizată a danturii și prognosticarea evoluției angrenării, este profilul dintelui; fiecare dinte are un profil diferit și poate angrena doar cu dintelui conjugat. În acest

sens, analiza stării de tensiuni și deformații joacă un rol important în urmărirea modului în care se comportă aceste roți.

Pentru analiza stării de tensiuni și deformații, prin metoda elementelor finite [35], se utilizează softul SolidWorks [47], [83], [106], [133], [117] și modelele prezentate în cazul analizei petei de contact. Materialul ales este oțel, cu coeficientul lui Poisson $\nu = 0,29$ și modulul de elasticitate $E = 2,05 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$.

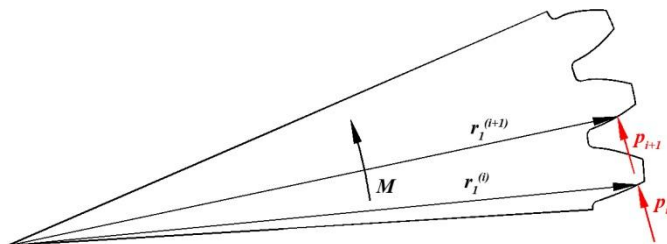


Fig. 5.3. Aplicarea forțelor pe dinții roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării

Forța este aplicată pe suprafața rezultată în urma analizei petei de contact, pe direcția liniei de angrenare. Se aplică pinionului un cuplu $M = 10^3 \text{ Nmm}$. Pe baza analizei petei de contact, se stabilește o schemă de încărcare a danturii (Fig. 5.3), astfel încât:

$$M = p_i \cdot A_i \cdot r_1^{(i)} + p_{i+1} \cdot A_{i+1} \cdot r_1^{(i+1)} \quad (5.1)$$

unde p_i, p_{i+1} sunt presiunile aplicate dinților aflați în angrenare. Presiunea p_i este aplicată dintelui situat la distanța minimă de centrul de rotație, la ieșirea din angrenare;

A_i, A_{i+1} – suprafețele petelor de contact pe dinții $i, (i+1)$;

$r_1^{(i)}, r_1^{(i+1)}$ – lungimea razelor vectoriale ale punctelor de aplicație a forțelor, ca rezultate ale presiunilor considerate uniform distribuite pe suprafața de contact.

În ipoteza aplicării unei presiuni $p_i = 1 \text{ N/mm}^2$, pe dintele care iese din angrenare, se determină presiunea p_{i+1} corespunzătoare dintelui vecin. Astfel, celui de al doilea dinte i se aplică o presiune de 1.1103 N/mm^2 , în cazul roților dințate convexe, și o presiune de 0.3828 N/mm^2 , în cazul roților dințate convex-concave.

5.3.1. Roți dințate cu curbe de divizare convexe

Figura 5.4 prezintă discretizarea cu elemente tetraedrice a danturii roții dințate convexe, rezultând un total de 434839 elemente și 610880 noduri.

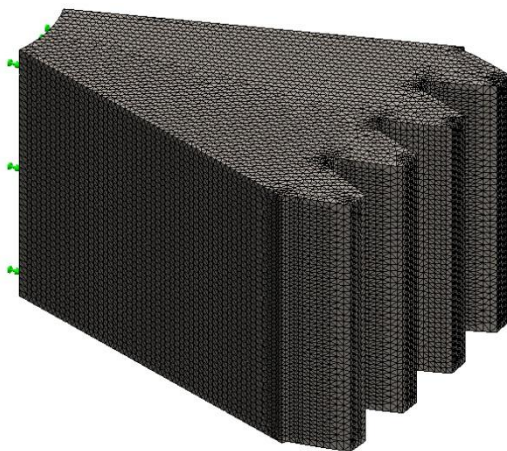


Fig. 5.4. Discretizarea danturii roții dințate convexe

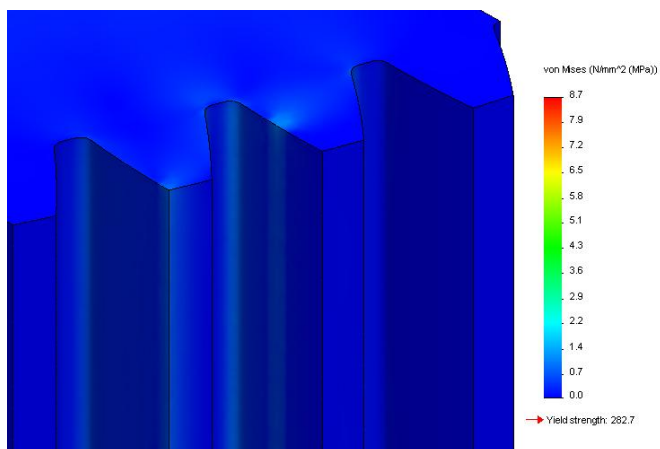


Fig. 5.5. Distribuția tensiunilor echivalente Von Mises în cazul danturii roții dințate convexe

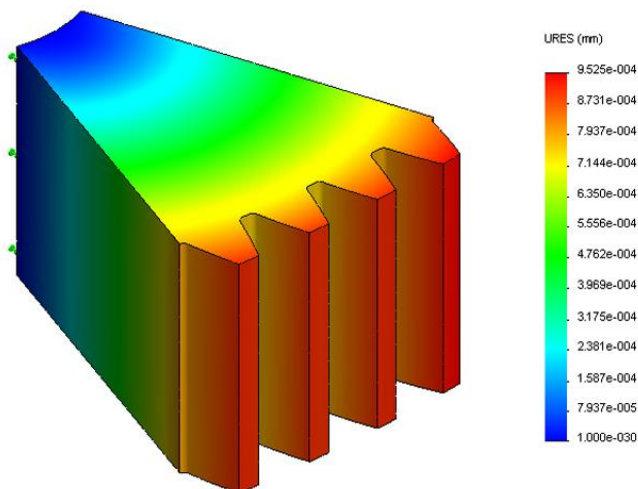


Fig. 5.6. Câmpul deformațiilor în cazul danturii roții dințate convexe

Figura 5.5 prezintă distribuția tensiunilor echivalente Von Mises pentru roata dințată convexă. Întrucât obiectivul principal al analizei este dantura, se ignoră tensiunile transmise în butuc. Din figură se observă că, în urma contactului dintre cei doi dinți conjugați, tensiunile apar pe suprafața de contact și la baza dinților. Tensiunile maxime se înregistrează la baza dinților și au valorile de 0.7 N/mm^2 , în cazul dintelui (*i*), și 1 N/mm^2 în cazul celui de al doilea dinte, pentru roata cu curbă de divizare convexă.

Figura 5.6 prezintă starea de deformații pentru roata dințată convexă. În mod evident, deformațiile maxime apar în varful dinților, atingând valoarea maximă de 0.0009525 mm , pe dintele (*i*) al roții dințate convexe.

5.3.2. Roți dințate cu curbe de divizare convex-concave

Figura 5.7 prezintă discretizarea cu elemente tetraedrice a danturii roții dințate convex-concave, rezultând un total de 532648 elemente și 745635 noduri.

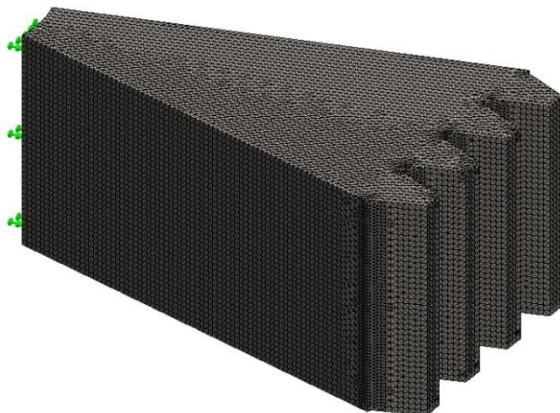


Fig. 5.7. Discretizarea danturii roții dințate concav-convexe

În cazul roții dințate convex-concave (Fig. 5.8), tensiunile maxime sunt de 0.8 N/mm^2 , la nivelul dintelui (i), respectiv 0.3 N/mm^2 , pe dintele ($i+1$).

Figura 5.9 prezintă starea de deformații pentru roata dințată convex-concavă. Deformațiile maxime, în cazul roții dințate convex-concave, apar în varful dinților și ating valoarea de 0.00294 mm .

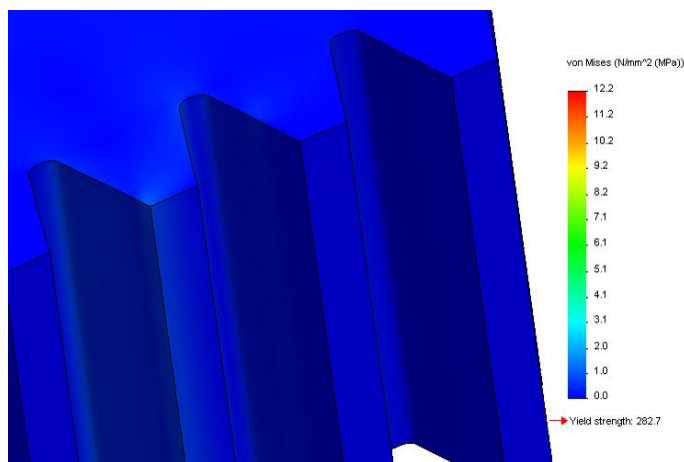


Fig. 5.8. Distribuția tensiunilor echivalente Von Mises în cazul danturii roții dințate convex-concave

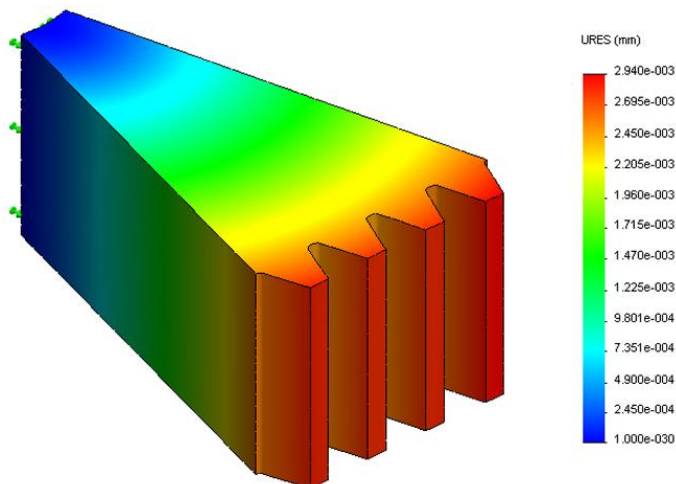


Fig. 5.9. Câmpul deformațiilor în cazul danturii roții dințate convex-concave

5.3.3. Influența parametrilor definatorii ai superformei asupra stării de tensiuni și deformații

Odată stabilită procedura de analiză a stării de tensiuni și deformații se urmărește modul în care parametrii definatorii ai superformei influențează tensiunea echivalentă Von Mises maximă, ce apare la baza dintelui, și deformația maximă, ce apare la vârful dintelui.

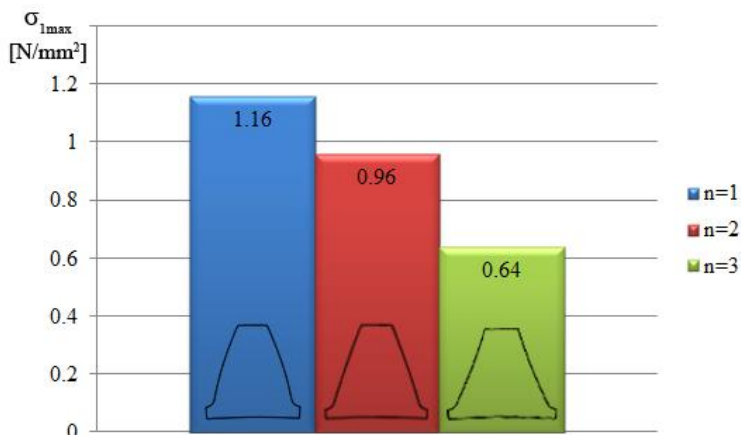


Fig. 5.10. Influența parametrului n asupra tensiunii maxime Von Mises

Figurile 5.10 – 5.13 prezintă valorile maxime calculate ale tensiunilor echivalente Von Mises, în cazul variației parametrilor definiției ai superformei. Din figura 5.10 se observă că, pe măsură ce valoarea parametrului n crește, tensiunea echivalentă maximă ($\sigma_{I_{max}}$) scade, de la 1,16 N/mm², când $n = 2$, până la 0,64 N/mm², pentru $n = 4$.

În mod similar este analizată influența parametrilor n_1 , n_2 , n_3 și a asupra tensiunii maxime Von Mises.

Figurile 5.14 – 5.17 prezintă evoluția deformațiilor maxime, pentru variația parametrilor n , n_1 , $n_2 = n_3$ și a .

Din figura 5.14 se observă că pe măsură ce valoarea parametrului n crește, deformațiile maxime scad. Când $n = 1$, valoarea deformației maxime ($D_{I_{max}}$), la nivelul capului dintelui, este de 0.0017984 mm, în timp ce pentru $n = 3$, aceasta scade la 0.0014203 mm.

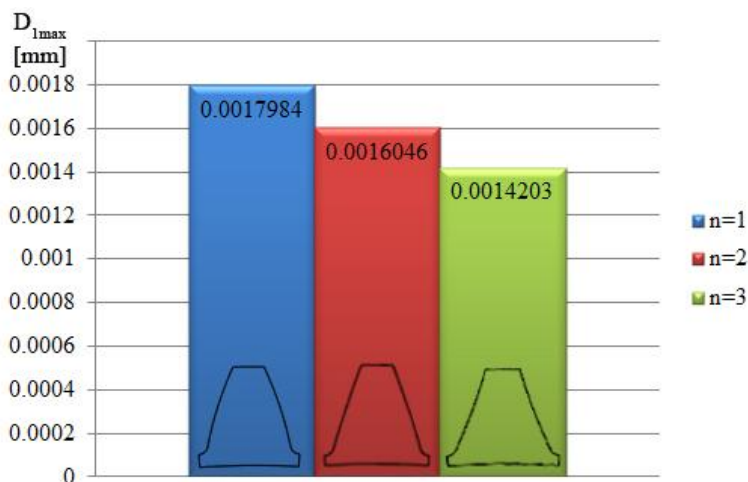


Fig. 5.14. Influența parametrului n asupra deformației maxime

În mod similar este analizată influența parametrilor n_1 , n_2 , n_3 și a asupra deformației maxime.

6. CONSIDERAȚII FINALE

Lucrarea de față are ca obiectiv generarea roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării pornind de la ipoteza definirii curbei de divizare a roții conducătoare. În ideea de generalizare a procesului de

modelare a acestor roți, se introduce superforma definită de Gielis. Un prim criteriu în alegerea valorilor optime ale parametrilor definitorii ai superformei urmărește respectarea anumitor condiții analitice și geometrice, respectiv:

- continuitatea și derivabilitatea funcției de definire (cu derivata continuă), este asigurată de valori reali ale exponenților: $n_1 \in \mathbb{R}^*$, $n_2, n_3 \geq 2$;
- închiderea curbei când coeficientul unghiular polar, n , este impar necesită egalitatea semilungimilor axelor și a exponenților n_2 și n_3 ;
- evitarea punctelor de întoarcere în geometria curbelor și a valorilor reduse a razelor de curbura este asigurată de valori ale exponenților n_1, n_2, n_3 cu atât mai mari cu cât coeficientul polar, n , este mai mare.

Algoritmul de modelare a curbelor de divizare conjugate ale unui angrenaj cu roți dințate cu transmitere variabilă a mișcării, în ipoteza definirii curbei de divizare conducătoare, urmărește determinarea distanței dintre axe și respectarea condițiilor de rulare. Datorită complexității ecuației superformei, pentru a determina distanță dintre axe, se concepe un procedeu iterativ, de calcul numeric, cu precizia impusă de 10^{-6} . Cunoscând distanța dintre axe, se generează curba de divizare a roții dințate conduse și se studiază influența parametrilor definitorii asupra formelor curbelor de divizare conjugate și asupra legii de variație a raportului de transmitere.

Studiul influenței parametrilor definitorii ai superformei asupra geometriei și cinematicii curbelor de divizare conjugate ale angrenajelor cu transmitere variabilă a mișcării se bazează pe algoritmi și coduri originale, în Matlab, care afișează rezultate atât numeric, cât și grafic.

Odată cu rezolvarea problemei de generare a curbelor de divizare conjugate, parcurgerea etapei de determinare a profilului dinților introduce un al doilea criteriu de selecție a familiei de superforme, respectiv condiția de evitare a subțâierii. Simularea prelucrării danturii, cu scule tip cremalieră, pentru curbele convexe, și scule de tip cuțit roată, pentru curbele convex-concave, este posibilă dacă:

- raza minimă de curbura a curbelor de divizare convexe este mai mare decât raportul $m/\sin^2\alpha$;
- lungimea peste 1,2,3 dinți ai cuțitului roată este mai mare decât lungimea peste 1,2,3 dinți, respectiv, ai semifabricatului.

Generarea analitică a danturii roților dințate ale angrenajelor cu transmitere variabilă a mișcării are la bază o metodă originală de determinare a ecuațiilor analitice definitorii ale flancurilor dinților, bazată pe relații algebrice simple în contextul unei configurații geometrice adecvate, a respectării contactului între flancurile conjugate ale dinților roții conducătoare și conduse, a poziționării corecte și variabile a liniei de angrenare. Codul original, conceput în Matlab, generează profilul

flancurilor dinților, indiferent de convexitatea/concavitatea curbilor de divizare. Importate în AutoCAD, flancurile sunt editate – sunt limitate între curbele de picior și de cap și se execută racordările la piciorul dintelui – și dantura este extrudată în vederea obținerii modelelor solide ale roților dințate. Secțiunea transversală a roților unui angrenaj cu transmitere variabilă a mișcării este ulterior introdusă în softul unei mașini de tăiat cu jet de apă și se obțin prototipurile unor angrenaje cu roți cu profil convex și convex-concav, respectiv.

Simularea rulării în spațiul bidimensional și analiza evoluției petei de contact, în spațiul tridimensional, are drept scop validarea relațiilor cinematice, pe baza cărora au fost generate roțile dințate cu raport de transmitere variabil.

Analiza petei de contact permite studiul stării de tensiuni și deformații, prin plasarea corectă a încărcărilor în zonele maxim solicitate. Pentru aceasta, este considerat un cuplu de 10^3 Nm și este aplicată o presiune, pe primul dinte aflat în angrenare, de 1 N/mm^2 . Presiunea este aplicată pe suprafața rezultată în urma analizei petei de contact, iar pentru o distribuție corectă a sarcinii, este determinată presiunea pentru cel de al doilea dinte, în funcție de suprafețele de contact și de brațele forțelor. Este urmărită de asemenea influența parametrilor definatorii ai superformei asupra stării de tensiuni și deformații.

7. CONTRIBUȚII PERSONALE ȘI PERSPECTIVE

7.1. CONTRIBUȚII PERSONALE

Lucrarea de față introduce, ca element novator, superforma lui Gielis pentru definirea curbei de divizare a roții dințate conducătoare, în încercarea de generalizare a procesului de modelare a roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării. Traseul de desfășurare a cercetărilor a vizat următoarele puncte cheie: trecerea în revistă a cercetărilor actuale în domeniu, conectarea abordărilor originale privind generarea curbilor de divizare și generarea danturii, la metodele tradiționale, și investigarea angrenării. Îndeplinirea obiectivelor de cercetare a pus în evidență următoarele contribuții originale:

1. Pentru definirea curbei de divizare a roților cu transmitere variabilă a mișcării, **este introdusă ecuația superformei**. Generarea

famiiliilor de superforme și analiza geometriei optime a acestora, în vederea satisfacerii condițiilor geometrice impuse de necesitatea de amplasare ulterioară a danturii, are la bază un **cod original, în Matlab** (Anexa 1);

2. **Modelarea curbelor de divizare conjugate** ale angrenajelor cu transmitere variabilă a mișcării, pe baza ipotezei definirii curbei de divizare a roții conducătoare are la bază algoritmul tradițional de modelare. Complexitatea ecuației superformei conduce la abordări numerice și iterative, susținute de **noi coduri în Matlab** (Anexele 1 și 2), atât pentru rularea exterioară, cât și pentru cea interioară;

3. **Generarea danturii** roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării, **în variantă analitică**, are la bază o **metodă proprie și coduri originale, în Matlab și AutoLISP** (Anexele 4 și 5), care permit obținerea, în mediul virtual, a profilului danturii roților conducătoare și conduse, respectiv rezolvarea problemelor numerice, transferul bazelor de date între mediile de programare, editarea grafică finală a dinților;

4. **Generarea danturii** roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării, **prin simularea prelucrării**, a necesitat un studiu prealabil asupra geometriei curbei de divizare, susținut de un **noi coduri Matlab, în vederea alegerii corespunzătoare a sculei și evitării subtăierii** (Anexele 6-8). **Automatizarea procesului de simulare** s-a realizat în mediul AutoCAD, pe baza unor **coduri proprii în Matlab și AutoLISP** (Anexele 9-12) care să calculeze cinematica „așchierii”, să transfere datele între mediile de lucru și să animeze prelucrarea;

5. Literatura de specialitate privind angrenarea roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării este lacunară. Din acest motiv, studiul realizat în lucrarea de față poate fi considerat unic și original; acesta constă în **simularea angrenării** perechilor de roți dințate, cu dantură exterioară, în spațiile 2D și 3D, pentru **urmărirea corectitudinii angrenării și evoluției petei de contact**. În acest sens este conceput un **cod original AutoLISP** (Anexa 13);

6. Analiza petei de contact facilitează **studiul stării de tensiuni și deformații**, prin plasarea corectă a încărcărilor în zonele maxim solicitate. Caracterul original al analizei constă în utilizarea și **sintetizarea informațiilor obținute în mediul SolidWorks** pentru formularea unor concluzii privind influența parametrilor definitorii ai superformei asupra stării de tensiuni și deformații.

7.2. PERSPECTIVE DE CERCETARE

Activitatea de cercetare desfășurată în vederea îndeplinirii obiectivelor propuse pentru lucrarea de față a permis identificarea

problemelor complementare de studiu a danturii roților dințate cu transmitere variabilă a mișcării, cum ar fi:

- proiectarea curbelor de divizare în ipoteza generalizării legii de mișcare a elementului condus;
- proiectarea danturii în ipoteza unghiului de presiune variabil, de la un dinte la altul și chiar de la un flanc la altul, la nivelul aceluiași dinte;
- proiectarea danturii înclinată;
- proiectarea unor echipamente tehnologice speciale care să permită prelucrarea pe mașini unelte tradiționale etc.

BIBLIOGRAFIE

- [1] **Andrei L. și Vasie M.** *Using supershape in noncircular gear centrode modeling process*, The Annals of Dunarea de Jos University of Galati, Fascicle II, Mathematics, Physics, Theoretical Mechanics, 2010, Vol. 2, pg. 259-266.
- [2] **Bae K.-Y. și Yang Y.-S.** *Design of a non-circular planetary-gear-train system to generate an optimal trajectory in a rice transplanter*, Journal of engineering design, 2007, Vol. 18, pg. 361-372.
- [3] **Bair B.-W.** *Tooth profile generation and analysis of crowned elliptical gears*, Journal of mechanical design, 2009, Vol. 131, pg. 074503-1 - 074503-6.
- [4] **Bair B.-W.** *Computer aided design of elliptical gears*, Journal of mechanical design, 2002, Vol. 124, pg. 787-793.
- [5] **Bair B.-W.** *Computer aided design of elliptical gears with circular-arc teeth*, Mechanism and machine theory, 2004, Vol. 39, pg. 153-168.
- [6] **Bair B.-W. ș. a.** *Tooth profile generation and analysis of oval gears with circular-arc teeth*, Mechanism and machine theory, 2009, Vol. 44, pg. 1306-1317.
- [7] **Barkah D. ș. a.** *3D mesh generation for static stress determination in spiral noncircular gears used for torque balancing*, Journal of Mechanical Design, 2002, Vol. 124, pg. 313-319.
- [8] **Bousfield T.** *A practical Guide to AutoCAD AutoLISP*, Ed. Longman, 1998.
- [9] **Bracci A. ș. a.** *Geometric contact pattern estimation for gear drives*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2009, Vol. 198, pg. 1563-1571.
- [10] **Bruyere J. ș. a.** *Statistical tolerance analysis of bevel gear by tooth contact analysis and Monte Carlo simulation*, Mechanism and Machine Theory, 2007, Vol. 42, pg. 1326-1351.
- [11] **Ceccarelli M. ș. a.** *Numerical and experimental analysis of non-circular gears and cam-follower systems as function generators*, Mechanism and machine theory, 2008, Vol. 43, pg. 996-1008.
- [12] **Chang S.-L. și Tsay C.-B.** *Computerized tooth profile generation and undercut analysis of noncircular gears manufactured with shaper cutters*, Journal of mechanical design, 1998, Vol. 120, pg. 92-99.
- [13] **Cioară R. și Pisarciuc C.** *Danturi necirculare și mașini de danturat pe contur necircular*, Brașov, Editura Universității, 2001.
- [14] **Danieli G. A.** *Analytical description of meshing of constant pressure angle teeth profiles on a variable radius gear and its applications*, Journal of mechanical design, 2000, Vol. 122, pg. 203-217.
- [15] **Danieli G. A. și Mundo D.** *New developments in variable radius gears using constant pressure angle*

- teeth*, Mechanism and machine theory, 2005, Vol. 40, pg. 203-217.
- [16] **Danieli G. A.** *Toward a greater industrial application of variable radius gearing*, 12th IFToMM World Congress, Besancon (France), 2007.
- [17] **Dawei L. și Tingzhi R.** *Study on deformed limaçon gear and motion optimization of its serial mechanism*, Journal of mechanical design, 2011, Vol. 133, pg. 061004-1 - 061004-8.
- [18] **Doege E și Hindersmann M** *Optimize kinematics of mechanical presses with non-circular gears*, Annals of the CIRP, 1997, Vol. 46, pg. 213-216.
- [19] **Doege E. ș. a.** *Numerical design of a new forging press drive incorporating non-circular gears*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B, Journal of Engineering Manufacture, 2001.
- [20] **Dooner D. B.** *Function generation utilizing an eight-link mechanism and optimized non-circular gear elements with application to automotive steering*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 2001.
- [21] **Dooner D. B. ș. a.** *Kinematic considerations for reducing the circulating power effects in gear-type continuously variable transmissions*, Journal of Automobile Engineering, 1998, Vol. 212, pg. 663-678.
- [22] **Dooner D. B. și Seireg A.** *The kinematic geometry of gearing*, John Wiley & Sons, 1995.
- [23] **Dooner D. B.** *Use of noncircular gears to reduce torque and speed fluctuations in rotating shafts*, Journal of mechanical design, 1997, Vol. 119, pg. 299-306.
- [24] **Doric J. ș. a.** *One approach for modelling intermittent motion mechanism with noncircular gears*, Machine design, 2011, Vol. 3, pg. 121-126.
- [25] **Emura T. și Arakawa A.** *A new steering mechanism using noncircular gears*, Japan Society of Mechanical Engineers International Journal, 1992, Vol. 35.
- [26] **Epureanu A., Pruteanu O. și Gavrilas I.** *Tehnologia constructiei de masini*, București, EDP, 1983.
- [27] **Eritenel T. și Parker R. G.** *An investigation of tooth mesh nonlinearity and partial contact loss in gear pairs using a lumped-parameter model*, Mechanism and Machine Theory, 2012, Vol. 2012, pg. 28–51.
- [28] **Fam Y. L. ș. a.** *Concurrent mechanism and control design for the slewing of flexible space structures*, Journal of Mechanical Design, 1994, Vol. 116, pg. 944-951.
- [29] **Fanghella P.** *Kinematic synthesis and design of non-circular gears through a symbolic-numeric modeling approach*, Proceedings of IDETC/CIE, Long Beach, California, 2005.
- [30] **Fellows E. R.** *Gear generating cutting machine [Brevet] : 1516524, SUA, noiembrie 1924.*
- [31] **Figliolini G. și Angeles J.** *The synthesis of elliptical gears generated by shaper cutters*, Journal of mechanical design, 2003, Vol. 125, pg. 793-801.
- [32] **Fougerolle Y. D. ș. a.** *Supershape recovery from 3d data sets*, Proc. IEEE International conference on image processing ICIP2006, Atlanta, 2006.
- [33] **Freudenstein F. și Chen C.-K.** *Variable-ratio chain drives with noncircular sprockets and minimum slack - theory and application*, Journal of mechanical design, 1991, Vol. 13, pg. 253-262.
- [34] **G.m.b.H. Bopp & Reuther** *Improvements in or relating to milling toothed gears [Brevet] : DE668897, Decembrie 1938.*
- [35] **Gafiteanu M. ș. a.** *Elemente finite si de frontiera cu aplicatii in calculul organelor de masini*, București, Ed. Tehnica, 1987.
- [36] **Gao S. ș. a.** *Design and analysis of shapes of elliptic gears*, 12th international conference on geometry and graphics, Salvador, Brazil, 2006.

- [37] **Gao X.-Q. ș. a.** *Computer aided design of the noncircular gear meshing transmission*, Journal of Engineering Graphics, 2007, Vol. 4.
- [38] **Garban V., Sibiceanu M și Doncea R.** *Geometrie analitică și diferențială*, București, Editura universității Titu Maiorescu, 2006.
- [39] *Gears and Gear Drives*, Motion System Design, 2001.
- [40] **Ghinea M. și Firețeanu V.** *Matlab - calcul numeric, grafică, aplicații*, Teora, 2008.
- [41] **Gielis J.** *A generic geometric transformation that unifies a wide range of natural and abstract shapes*, American journal of botany, 2003, pg. 90:333-338.
- [42] **Gielis J. și Gerats T.** *A botanical perspective on modeling plants and plant shapes in computer graphics*, Plant genetics website, Section plant genetics, Radboud University Nijmegen, Olanda.
- [43] **Gielis J., Beirinx B. și Bastiaens E.** *Superquadrics with rational and irrational symmetry*, Symposium on Solid Modeling and Applications, 2003.
- [44] **Gu S.-H. și Geng Q.** *Design and application of elliptic gear in the geneva mechanism*, Journal of Machine Design, 2009, Vol. 8.
- [45] **Guo C. ș. a.** *Design of the pitch curves of noncircular gears for quick return mechanism*, Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, Vol. 41, pg. 221-227.
- [46] **Han Z. și Peng J.** *Preparation of fuel consume sensor with oval shaped gears for trucks*, Journal of Translucation Technology, 2002, Vol. 2.
- [47] **Hansen L. S.** *Applied SolidWorks*, Industrial Press Inc., 2006.
- [48] **Jia C. ș. a.** *Analysis method for noncircular bevel gearing based on geodesic curvature preserving mapping*, Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, Vol. 44, pg. 54-57.
- [49] **Jiang H. și Wang X.** *Research on design and working principles of three-pitch fluctuating gear ratio limited slip differential*, Transactions of the Chinese Society of Agricultural Machinery, 2007, Vol. 38, pg. 31-34.
- [50] **Jianjun Y. ș. a.** *Working principle and CAD/CAE of the separating-planting mechanism with differential elliptic gear system of high-performance rice transplanter*, Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2003, Vol. 3.
- [51] **Jing L.** *A pressure angle function method for describing tooth profiles of planar gears*, Journal of mechanical design, 2009, Vol. 131, pg. 051005-1 - 051005-8.
- [52] **Jing L. ș. a.** *Direct-profile-design method for generating noncircular gear pairs*, Journal of northeastern University, 2003, Vol. 9.
- [53] **Jiqian H. L. X. ș. a.** *Kinematics analysis of transplanting mechanism with non-circular planetary gears*, Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2007, Vol. 12.
- [54] *Kinematic Models for Design. Digital Library*. [Interactiv]. - Cornell University College of Engineering, 2012, kmoddl.library.cornell.edu.
- [55] **Knight A.** *Basics of MATLAB and Beyond*, 2000, Chapman & Hall/CRC.
- [56] **Kolivand M. și Kahraman S. L. A.** *Prediction of mechanical gear mesh efficiency of hypoid gear pairs*, Mechanism and Machine Theory, 2010, Vol. 45, pg. 1568-1582.
- [57] **Kowalczyk L. și Urbanek S.** *The geometry and kinematics of a toothed gear of variable motion*, Fibres & textiles in Eastern Europe, 2003, Vol. 11, pg. 60-62.
- [58] **Li B. și Zhang Y.** *The application and development trend of noncircular gear*, Machine Tool & Hydraulics, 2008, Vol. 4.
- [59] **Li J.-G. ș. a.** *Numerical computing method of noncircular gear tooth profiles generated by shaper cutters*, The international journal of advanced manufacturing technology, 2007, Vol. 33, pg. 1098-

- 1105.
- [60] **Li L. ș. a.** *The development of hydraulic motor with non-circular planetary gear and its application in coal-mining machinery*, Chinese Hydraulics & Pneumatics, 2007, Nr. 9.
- [61] **Li M. ș. a.** *Kinematic characteristic of press with ellipse gear transmitting*, Forging & Stamping Technology, 2006, Nr. 6.
- [62] **Li. B. ș. a.** *Research on new-type high pressure bi-directional elliptical gear flowmeter*, Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2007, Nr. 1.
- [63] **Li. G. ș. a.** *Kinematic analysis on Fourier curve non-circular gears transplanting mechanism*, Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2011, Nr. 8.
- [64] **Li S.** *Effect of addendum on contact strength, bending strength and basic performance parameters of a pair of spur gears*, Mechanism and Machine Theory, 2008, Vol. 43, pg. 1557-1584.
- [65] **Li S.** *Effects of machining errors, assembly errors and tooth modifications on loading capacity, load-sharing ratio and transmission error of a pair of spur gears*, Mechanism and Machine Theory, 2007, Vol. 42, pg. 698-726.
- [66] **Li S.** *Finite element analyses for contact strength and bending strength of a pair of spur gears with machining errors, assembly errors and tooth modifications*, Mechanism and Machine Theory, 2007, Vol. 42, pg. 88-114.
- [67] **Liao X. ș. a.** *Noncircular planet gear pitch curve design based on Matlab*, Mechanical Engineer, 2006, Nr. 12.
- [68] **Librovich B., Tucker R. W. și Wang C.** *On gear modelling in multistage rotary vane engines*, Meccanica, 2004, Vol. 39, pg. 47-61.
- [69] **Limei W. și Mown L.** *Development and application of noncircular gear technology*, Journal of Shenyang Institute of Aeronautical Engineering, 2000, Nr. 1.
- [70] **Lin C. ș. a.** *Design and Analysis of transmission mode for high-order deformed elliptic bevel gears*, Journal of Mechanical Engineering, 2011, Vol. 13.
- [71] **Lin C. ș. a.** *Design and manufacture of noncircular bevel gear*, 13th World Congress in Mechanism and Machine Science, Guanajuato, Mexico, 2011.
- [72] **Lin C. ș. a.** *Study and experimental analysis of oval bevel transmission*, Applied Mechanics and Materials, 2012, Vol. 121-126, pg. 2263-2267.
- [73] **Lin. C. ș. a.** *The design and experiment of oval bevel gears*, Applied Mechanics and Materials, 2011, Vol. 86, pg. 297-300.
- [74] **Lin C. ș. a.** *Design and finite element mode analysis of noncircular gear*, The 6th International Conference on Manufacturing Research, Brunel, UK, 2008.
- [75] **Litvin F. L.** *Gear geometry and applied theory*, Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice Hall, 1994.
- [76] **Litvin F. L. ș. a.** *Generation of planar and helical elliptical gears by application of rack-cutter, hob and shaper*, Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg., 2007, Vol. 196, pg. 4321-4336.
- [77] **Litvin F. L. ș. a.** *Tandem design of mechanisms for function generation and output speed variation*, Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg., 2009, Vol. 198, pg. 860-876.
- [78] **Litvin F. L. și Fuentes A.** *Gear geometry and applied theory*, Second edition, Cambridge University Press, 2004.
- [79] **Litvin F. L. ș. a.** *Design and investigation of gear drives with non-circular gears applied for speed variation and generation of functions*, Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg., 2008, Vol. 197, pg. 3783-3802.
- [80] **Litvin F. L. ș. a.** *Noncircular Gears. Design and generation*, Cambridge University Press, 2009.

- [81] **Liu J.-Y. ș. a.** Study on the use of a non-circular gear train for the generation of Figure-8 patterns [Conferință] // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering. - 2006.
- [82] **Liu J.-Y. și Chen Y.-C.** *A design for the pitch curve of noncircular gears with function generation*, Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists, Hong Kong, 2008.
- [83] **Lombard M.** *SolidWorks (2010) Bible*, John Wiley & Sons Ltd., 2010.
- [84] **Luo M. și Ying G.** *Exploring NC hobbing of noncircular gears*, Journal of Fujian University of Technology, 2007, Nr. 3.
- [85] **Mckinley J. R. ș. a.** *Planar motion generation incorporating a 6-link mechanism and non-circular elements*, ASME 29th Mechanism and Robotics Conference, Long Beach, 2005.
- [86] **Mckinley J. R. ș. a.** *Three-dimensional rigid body guidance using gear connections in a robotic manipulator with parallel consecutive axes*, Lucrare de disertație, 2007.
- [87] **Mikhailov E. și Tarabarin V.** *Models of the gears with variable transmission ratio in the collection of Bauman Moscow State Technical University*, 13th World Congress in Mechanism and Machine Science, Guanajuato, Mexico, 2011.
- [88] **Mieszkalci L.** *A mathematical model for the garlic (*Allium sativum*) bulb solid shape expressed with space curve*, Annals of Warsaw University of Life Sciences - SGCW Agriculture, 2012, Vol. 59, pg. 77-82.
- [89] **Modler K.-H. ș. a.** *General method for the synthesis of geared linkages with non-circular gears*, Mechanism and machine theory, 2009, Vol. 44, pg. 726-738.
- [90] **Mundo D.** *Geometric design of a planetary gear train with non-circular gears*, Mechanism and machine theory, 2006, Vol. 41, pg. 456-472.
- [91] **Mundo D. și Danieli G. A.** *Use of non-circular gears in pressing machine driving systems*, Proceedings of IASME International Conference on Mechanics and Mechatronics, Udine, Italy, 2004.
- [92] **Mundo D. și Gatti G.** *A graphical-analytical technique for the synthesis of non-circular gears in path generating geared five-bar mechanisms*, Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, 2008, Nr. 3-4, Vol. 32, pg. 487-498.
- [93] **Mundo D. și Yan H. S.** *Kinematic optimization of ball-screw transmission mechanism*, Mechanism and machine theory, 2007, Nr. 1, Vol. 42.
- [94] **Oancea G.** *Proiectarea parametrizată asistată de calculator: Visual LISP/AutoLISP prezentare și aplicații*, Brașov, Editura Universității, 2003.
- [95] **Omura G** *The ABC's of AutoLISP*, Sybex Inc., 1990.
- [96] **Otto S. R. și Denier J. P.** *An introduction to programming and Numerical Methods in Matlab*, Springer, 2005.
- [97] **Pedrero J. I. ș. a.** *Load distribution model along the line of contact for involute external gears*, Mechanism and Machine Theory, 2010, Vol. 45, pg. 780-794.
- [98] **Perez I. G. ș. a.** *Implementation of Hertz theory and validation of a finite element model for stress analysis of gear drives with localized bearing contact*, Mechanism and Machine Theory, 2011, Vol. 46, pg. 765-783.
- [99] **Preen R. J. și Bull L.** *Evolution of supershapes for the generation of three-dimensional designs*, Neural and Evolutionary Computing, 2011, arXiv:1204.4107.
- [100] **Qing L. ș. a.** *Application of Eccentric gear in transplant rice seedlings machine lateral movement framework*, Chinese Agricultural Mechanization, 2008, Nr. 4.
- [101] **Quintero H. F. ș. a.** *Kinestatic comparison of a noncircular gear and a double-crank linkage with*

- the same transmission ratio*, 12th IFToMM World Congress, Besancon, Franta, 2007.
- [102] **Quintero H. F. ș. a.** *An analytical model for the tooth profile generation of noncircular gears*, 12th IFToMM World Congress, Besacon, Franța, 2007.
- [103] **Quintero H. F. ș. a.** *The synthesis of an N-lobe noncircular gear using Bezier and B-Spline nonparametric curves in the design of its displacement law*, Journal of mechanical design, 2007, Vol. 129, pg. 981-985.
- [104] **Register A. H.** *A guide to MATLAB. Object-Oriented Programming*, Chapman & Hall/CRC, 2007.
- [105] **Reuleaux F. și Kennedy A. B. W.** *Kinematics of machinery: Outlines of a Theory of Machines*, London, Macmillan and Co., 1876.
- [106] **Ruiz A. ș. a.** *SolidWorks 2010: No Experience Required*, John Wiley & Sons Ltd., 2010.
- [107] **Sclater N. și Chironis N. P.** *Mechanism and mechanical devices*, New York, McGraw-Hill, 2001.
- [108] **Sheng C. Y. ș. a.** *A non-circular gear hydraulic motor*, Construction machinery and equipment, 1999, Nr. 10.
- [109] **Simeoni M. ș. a.** *Plastic supershapes dielectric resonator antennae for wide-band applications*, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2011.
- [110] **Simion I.** *AutoCAD 2009 pentru ingineri*, București, Teora, 2009.
- [111] **Stăncescu C.** *AutoLISP - Manual de programare*, București, FAST, 1996.
- [112] **Talu M. ș. a.** *CAD representations of 3D shapes with superellipsoids and convex polyhedrons*, Annals of Faculty of Engineering, 2011, Nr. 3, Vol. IX, pg. 349-352.
- [113] **Tiucă T.** *Dezvoltarea aplicațiilor cu AutoCAD și AutoLISP*, Ardealul, 1995.
- [114] **Tong S.-H. ș. a.** *Design of deviation-function based gerotors*, Mechanism and machine theory, 2009, Vol. 44, pg. 1595-1606.
- [115] **Tong S.-H. și Yang D. C. H.** *Generation of identical noncircular pitch curves*, Journal of mechanical design, 1998, Vol. 120, pg. 337-341.
- [116] **Tsay M.-F. și Fong Z.-H.** *Study on the generalized mathematical model of noncircular gears*, Mathematical and computer modelling, 2005, Vol. 130, pg. 555-569.
- [117] **Udrea M. și Păunescu R.** *Grafică asistată 2D-3D: curs și aplicații: AutoCAD-SolidWorks*, Brașov, Editura Universității Transilvania din Brașov, 2005.
- [118] **Vanegas U. L. V. ș. a.** *Design of noncircular gears to minimise shaft accelerations*, Proceedings of ESDA, Torino, Italia, 2006.
- [119] **Vasie M. și Andrei L.** *Industrial applicatins of non-circular gears*, The Annals of Dunarea de Jos University of Galati, Fascicle X, Applied Mechanics, 2010, Nr. 2.
- [120] **Vasie. M. și Andrei L.** *Technologies for non-circular gear generation and manufacture*, The Annals of Dunarea de Jos University of Galati, Fascicle V, Technologies in Machine Building, 2010, Vol. 2, pg. 167-172.
- [121] **Vasie M., Andrei L. și Cristescu A.** *A brief synthesis of noncircular gears*, Constanta Maritime University Annals, 2011, Vol. 16, pg. 191-195.
- [122] **Vasie M., Andrei L. și Mundo D.** *General model for internal mating centrodes of noncircular gears*, The Annals of Dunarea de Jos University of Galati, Fascicle II, Mathematics, Physics, Theoretical Mechanics, 2011, Vol. 2, pg. 183-190.
- [123] **Vasie M. și Andrei L.** *Noncircular gear design and generation by rack cutter*, The Annals of Dunarea de Jos University of Galati, Fascicle V, Technologies in Machine Building, 2011, Vol. 1, pg. 69-74.
- [124] **Vasie M., Andrei L. și Mundo D.** *New algorithm for variable speed gear generation*, The 4th

- International conference on Power Transmissions, Sinaia, 2012, (in curs de publicare).
- [125] **Wilson H. B. ș. a.** *Advanced Mathematics and Mechanics Applications Using MATLAB*, Chapman & Hall/CRC, 2003.
- [126] **Xia J. ș. a.** *Noncircular bevel gear transmission with intersecting axes*, Journal of mechanical design, 2008, Vol. 130, pg. 054502-1 - 054502-7.
- [127] **Xie Y.-H. și Wang S.-Z.** *Parametrical design and machining simulation of elliptical gear based on SolidWorks API*, Journal of Doughtua University (Natural Science), 2009, Nr. 4.
- [128] **Xiong Z. Q. ș. a.** *A research on oil distribution design of hydraulic motors with non-circular planetary gear*, Mechanical Science and Technology, 2004, Nr. 5.
- [129] **Xiong Z. Q. ș. a.** *Parameters design of hydraulic motor with non-circular planetary gear*, Machine Tool and Hydraulics, 2004, Nr. 5.
- [130] **Yan J., Yang D. C. H. și Tong S.-H.** *On the generation of analytical noncircular multilobe internal pitch curves*, Journal of mechanical design, 2008, Vol. 130, pg. 092601-1 - 092601-7.
- [131] **Yao Y.-A. și Yan H.-S.** *A new method for torque balancing of planar linkages using non-circular gears*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2003.
- [132] **Yazar M. și Ozdemir A.** *Comparative analysis of the pressure variations and the flow rates of a hydraulic pump made of a pair of elliptical and cylindrical spur gears*, Technology, 2011, Nr. 1, Vol. 14, pg. 1-10.
- [133] **Yoofi G.-A.** *Unleashing SolidWorks*, AuthorHouse, 2005.
- [134] **Yu D.-J. ș. a.** *The design of drive mechanism for precision press based on non-circular gears*, Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2010, Nr. 12.
- [135] **Yun C. J. Z.** *Parameters optimization of transplanting mechanism with planetary elliptic gears for high-speed transplanter*, Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2003, Nr. 5.
- [136] **Zarebski I. și Salacinski T.** *Designing of non-circular gears*, The archive of mechanical engineering, 2008, Nr. 3, Vol. LV, pg. 275-292.
- [137] **Zhang H. ș. a.** *Computerized design and simulation of meshing of modified double circular-arc helical gears by tooth and relief with helix*, Mechanism and Machine Theory, 2010, Vol. 45, pg. 46-64.
- [138] **Zhang G.-F. ș. a.** *Dynamics analysis of elliptic gear based on dynamics sequence solution*, Journal of Zhejiang Institute of Science and Technology, 2005, Nr. 2.
- [139] **Zhang R. ș. a.** *Study and design on high-order deformed elliptical gears*, Journal of Xi'au Jiaotong University, 2005, Nr. 7, Vol. 39, pg. 726-730.
- [140] **Zhang R. și Wu X.** *Design of noncircular gears with discontinuous pitch curve*, Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, Nr. 4, Vol. 19, pg. 594-599.
- [141] **Zhao Y. ș. a.** *Planar unfolding algorithm of noncircular bevel gears*, China Mechanical Engineering, 2008, Nr. 17, Vol. 19, pg. 2046-2049.
- [142] www.buygpi.com, accesat 2010.
- [143] www.maplesoft.com, accesat 2010.
- [144] www.cunningham-ind.com, accesat 2010.
- [145] www.universalleonardo.org, accesat 2010.

LISTA LUCRĂRILOR PUBLICATE ȘI PREZENTATE

Lucrări publicate în reviste indexate BDI:

- Laurentia Andrei, **Marius Vasie** - *Using supershape in noncircular gear centrode modeling process*, The Annals of Dunarea de Jos University of Galati, Fascicle II, Mathematics, Physics, Theoretical Mechanics, no.2, 2010, pg. 259-266, ISSN 2067-2071;
- **Vasie Marius**, Andrei Laurentia - *Technologies for Non-Circular Gear Generation and Manufacture*, The Annals of Dunarea de Jos University of Galati, Fascicle V, *Technologies in Machine Building*, Volume 2, 2010, pg. 167-172, ISSN 1221- 4566;
- **Marius Vasie**, Laurentia Andrei, Domenico Mundo – *General model for internal mating centrodes of noncircular gears*, The Annals of Dunarea de Jos University of Galati, Fascicle II, Mathematics, Physics, Theoretical Mechanics, no. 2, 2011, pg. 183-190, ISSN 2067-2071
- **Marius Vasie**, Laurentia Andrei – *Noncircular gear design and generation by rack cutter*, The Annals of Dunarea de Jos University of Galati, Fascicle V, *Technologies in Machine Building*, Volume 1, 2011, pg. 69-74, ISSN 1221- 4566;
- **Marius Vasie**, Laurentia Andrei, Ana Cristescu – *A brief synthesis of noncircular gears*, Constanta Maritime University Annals, Vol 16, 2011, pg. 191-195, ISSN 1582-3601;
- **Marius Vasie**, Laurentia Andrei - *Analysis of noncircular gear meshing*, Mechanical Testing And Diagnosis, ISSN 2247-9635, 2012 (II), Vol. 4, pp. 95-103;
- **Marius Vasie**, Laurentia Andrei - *Design and generation of noncircular gear with convex-concave pitch curve*, The Annals of Dunarea de Jos University of Galati, Fascicle V, *Technologies in Machine Building*.

Lucrări publicate în alte reviste:

- **Vasie Marius**, Andrei Laurentia - *Industrial Applications of Non-Circular Gears*, The Annals of Dunarea de Jos University of Galati, Fascicle X, Applied Mechanics, Issue 2, 2010, ISSN 1221-4612.

Lucrări prezentate la simpozioane internaționale:

- **Marius Vasie**, Andrei Laurentia – *Computer modeling of noncircular gears*, The First PhD Student Symposium, 7 decembrie, 2011, „Dunarea de Jos” University of Galati.

Lucrări prezentate la conferințe internaționale:

- **Vasie, M.**, Mundo, D., Andrei, L., *New algorithm for variable speed gear generation process*, The 4th International Conference on Power Transmissions, June 20-23, Sinaia, Romania, 2012.

Lucrări prezentate la conferințe naționale:

- Vasie, M, Mundo, D., Andrei, L., *Modelarea centroidelor roților dințate necirculare*, Conferinta Nationala de Comunicari Stiintifice Studentesti 'Anghel Saligny' Ediția a III-a, 18-20 mai, Galați, 2011;
- Vasie, M., *Generarea angrenajelor cu raport de transmitere variabil*, Conferinta Nationala de Comunicari Stiintifice Studentesti 'Anghel Saligny' Ediția a IV-a, 18-21 mai, Galați, 2012;

Lucrări propuse pentru publicare în reviste indexate ISI:

- **Vasie M., Andrei L. și Mundo D.** *New algorithm for variable speed gear generation*, The 4th International conference on Power Transmissions, Sinaia, 2012;
- **Marius Vasie**, Laurentia Andrei, Domenico Mundo - *Design of non-circular gear pitch curve as supershape*, Mechanism and Machine Theory;
- **Marius Vasie**, Laurentia Andrei - *Simulation of noncircular gear tooth surface generation*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering.